

K^+ -Produktion in Schwerionenreaktionen als Sonde für die Inkompressibilität von Kernmaterie

Vom Fachbereich Physik
der Technischen Universität Darmstadt

zur Erlangung des Grades
eines Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

genehmigte Dissertation von
Dipl.-Phys. Christian Sturm
aus Dortmund

Referent: Prof. Dr. P. Braun-Munzinger
Korreferent: Prof. Dr. W. Nörenberg

Tag der Einreichung: 18. April 2001
Tag der Prüfung: 6. Juni 2001

Darmstadt 2001
D17

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der experimentellen Untersuchung zur Erzeugung von K^+ - und π^+ -Mesonen in einem schweren und leichten massensymmetrischen Reaktionssystem. Hierzu wurden mit dem Kaonenspektrometer Experimente am Schwerionensynchrotron (SIS) der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) mit ^{197}Au -Projektilen der Strahlenergie 0.6 bis 1.5 AGeV und ^{12}C -Projektilen mit 0.8 bis 2.0 AGeV Einschußenergie durchgeführt. Ziel der Arbeit ist es, aus den gemessenen Wirkungsquerschnitten der K^+ -Produktion Informationen über die Eigenschaften dichter Kernmaterie zu extrahieren.

Um bei Projektilenergien unterhalb der Produktionsschwelle in freien Nukleon-Nukleon-Stößen die seltenen K^+ -Ereignisse vom Untergrund zu trennen, wurden in der Datenanalyse Auswahlkriterien angewendet, die eine Untergrundreduktion im Bereich der K^+ -Masse um einen Faktor 150 zuließen. Hierdurch konnten K^+ -Mesonen z.B. in Au+Au-Reaktionen mit 1 AGeV Einschußenergie mit einem Signal/Untergrund-Verhältnis von 2.4 identifiziert werden, wobei die Effizienz der Auswahlkriterien für Kaonen 88% betrug.

Unter Berücksichtigung der in dieser Arbeit bestimmten polaren Winkelverteilung wurden totale Produktionswirkungsquerschnitte für K^+ -Mesonen zwischen $16 \mu\text{b}$ (C+C, 0.8 AGeV) und 270mb (Au+Au, 1.5 AGeV) bzw. für π^+ -Mesonen von 250mb bis 30b ermittelt.

Das wesentliche experimentelle Ergebnis stellt der Vergleich der Produktionsanregungsfunktionen für K^+ -Mesonen und Pionen in Au+Au- zu C+C-Reaktionen dar. Für Pionen findet man in Au+Au-Reaktionen kleinere Multiplizitäten pro Nukleon als in C+C-Stößen. Im Gegensatz dazu sind die K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon in Au+Au-Reaktionen größer als in C+C-Stößen. Mit abnehmender Projektilenergie steigt das Verhältnis $(M_{K^+}/A)_{\text{Au+Au}}/(M_{K^+}/A)_{\text{C+C}}$ um fast einen Faktor drei an. Diese Beobachtung ist dabei nicht auf einen limitierenden Phasenraum für K^+ -Produktion im kleinen Reaktionssystem C+C zurückzuführen, was aus dem Vergleich mit hochenergetischen Pionen geschlossen werden kann. Vielmehr führen die sehr viel höheren Baryondichten in Au+Au-Reaktionen zu überproportional mehr kollektiven Prozessen, auf welche die Subschwellenproduktion von K^+ -Mesonen mit abnehmender Projektilenergie zunehmend sensitiv wird.

Im Vergleich zu zwei Transportmodellen (IQMD und RQMD) erweist sich das Verhältnis der K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon in Au+Au- zu C+C-Reaktionen als sensitive Observable für die Inkompressibilität von Kernmaterie. Dabei wird der Einfluß des In-Medium Kaon-Nukleon-Potentials auf die K^+ -Produktion aufgrund der Verhältnisbildung zum Teil eliminiert. Der Vergleich der Datenpunkte mit den Ergebnissen beider Transportmodellrechnungen läßt auf einen Wert der Inkompressibilität im Bereich von $\kappa=200 \text{MeV}$ schließen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation	1
1.1	Relativistische Schwerionenreaktionen	2
1.1.1	Theoretische Beschreibung mit Transportmodellen	4
1.1.2	Die Nukleare Zustandsgleichung	5
1.2	Experimentelle Methoden zur Bestimmung der Inkompressibilität	8
1.2.1	Subschwellenproduktion von K^+ -Mesonen in Kern-Kern-Kollisionen	10
2	Das Kaonenspektrometer	15
2.1	Überblick	15
2.2	Das Detektorsystem	18
2.3	Das Datenaufnahmesystem	22
3	Datenanalyse	25
3.1	Detektorkalibrierung	26
3.2	Bestimmung des Reaktionszeitpunktes	27
3.3	Die Spurrekonstruktion	32
3.3.1	Die Spurrekonstruktionsfunktionen	33
3.3.2	Positionen der Vieldrahtproportionalzählrohren	36
3.3.3	Auffinden von Spurkandidaten	38
3.3.4	Zuordnung von Information	40
3.3.5	Auswahlkriterien	41
3.3.6	Effizienz der Spurrekonstruktion	48
3.4	Teilchenidentifikation	52
3.4.1	Positiv geladene Kaonen	52
3.4.2	Positiv geladene Pionen	55
3.5	Bestimmung des doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnitts	58
3.5.1	Effizienzkorrekturen	61
3.5.2	Fehlerbetrachtung	67
3.5.3	Korrektur auf den Energieverlust des Ionenstrahls im Target	68
4	Experimentelle Ergebnisse	71
4.1	Kinematische Bereiche der Experimente	71
4.2	Inklusive differentielle Wirkungsquerschnitte	77

4.2.1	Im Laborsystem	77
4.2.2	Im Schwerpunktsystem	82
4.3	Polare Winkelverteilung der Kaonen	87
4.4	Polare Winkelverteilung der Pionen	95
4.5	Totale Produktionswirkungsquerschnitte	98
5	K^+-Produktion als Sonden für die Inkompressibilität von Kernmaterie	105
5.1	Multiplizitäten der π - und K^+ -Mesonen	105
5.1.1	Multiplizität als Funktion der Systemgröße	106
5.1.2	Multiplizität als Funktion der Projektilenergie in Au+Au- und C+C-Reaktionen	107
5.2	Überlegungen zum Phasenraum für K^+ -Produktion in C+C-Reaktionen . .	116
5.2.1	Test des Phasenraums mit hochenergetischen Pionen	116
5.3	Zugang zur Inkompressibilität von Kernmaterie: K^+ -Produktion in Transportmodellen	120
5.3.1	Einfluß des Kaon-Nukleon-Potentials auf die K^+ -Produktion	121
5.3.2	K^+ -Mesonen als Sonden der Nuklearen Zustandsgleichung bei hohen Baryonendichten	126
6	Resumée und Ausblick	129
A	Die polare K^+-Winkelverteilung in Transportmodellen	131
B	Berechnung der Phasenraumintegrale	137
B.1	Zwei-Teilchen-Phasenraum	138
B.2	Drei-Teilchen-Phasenraum	139
	Literaturverzeichnis	152

Abbildungsverzeichnis

1.1	Die Phasen einer Schwerionenreaktion, QMD	3
1.2	Skyrme-Zustandsgleichung	6
1.3	Elliptischer Protonenfluß, Au+Au 0.6 AGeV, FOPI	9
1.4	K^+ aus der Hochdichtephase	11
1.5	K^+ als Probe für die Inkompressibilität, RBUU	12
1.6	P_{K^+} als Funktion der Projektilenergie, RBUU	13
2.1	Das Kaonenspektrometer	16
2.2	Flugzeiten von Pionen, Kaonen und Protonen im Spektrometer	17
2.3	Massenverteilung $(m/z)^2$, $B_D=0.9$ T	19
2.4	Targetodoskop und Targetkammer	20
2.5	Aufbau und E-Feld einer zweistufigen MWPC	21
2.6	Das KaoS-Datenaufnahmesystem	23
3.1	Zeitdifferenzen der Treffer im Targetodoskop	28
3.2	$M_{Cluster}, M_T$ für Au+Au- und C+C-Reaktionen	30
3.3	Massenverteilung mit und ohne Clusterseparation	31
3.4	Vertexrekonstruktion \hat{x}_0	35
3.5	Spurrekonstruktionsfunktionen mit und ohne Vielfachstreuung	36
3.6	Multiplizität in den MWPCs und der Spurkandidaten	39
3.7	Geometrische Schnitte	43
3.8	Flugzeitvergleich	43
3.9	Wirkung der Schnitte: Au+Au 0.8 AGeV	45
3.10	Wirkung der Schnitte: C+C 2.0 AGeV	46
3.11	Massenverteilung zur Bestimmung der Rekonstruktionseffizienz	48
3.12	Rekonstruktionseffizienzen als Funktion des Impulses	51
3.13	Anpassung des Restuntergrundes der Impulsintervalle	53
3.14	N_{K^+} als Funktion des Impulses	54
3.15	Massenverteilungen, π^+ , $p=0.8$ GeV/c	56
3.16	Massenverteilungen, π^+ , μ^+ und e^+ , $p=0.2$ GeV/c	56
3.17	Akzeptanz- und Zerfallskorrektur	60
3.18	Triggereffizienzen für K^+ -Mesonen	63
3.19	Schnitteffizienzen für K^+ -Mesonen	66

4.1	Kinematische Bereiche der K^+ gemessen in Au+Au und C+C	73
4.2	Kinematische Bereiche der π^+ gemessen in Au+Au und C+C	74
4.3	Zusammenhang zwischen Θ_{cm} und E_{cm}^{kin}	76
4.4	$d^2\sigma/(dp_{lab}d\Omega_{lab})$, K^+ , Au+Au	78
4.5	$d^2\sigma/(dp_{lab}d\Omega_{lab})$, K^+ , C+C	79
4.6	$d^2\sigma/(dp_{lab}d\Omega_{lab})$, π^+ , Au+Au	80
4.7	$d^2\sigma/(dp_{lab}d\Omega_{lab})$, π^+ , C+C	81
4.8	Vergleich K^+ , Au+Au 0.96 AGeV, verschiedene Experimente	82
4.9	$Ed^3\sigma/dp^3$, K^+ , $\Theta_{cm} = (90 \pm 10)^\circ$	84
4.10	Boltzmann-Darstellung: $d^3\sigma/dp^3$, π^+ , um Schwerpunktrapidität	85
4.11	Inverse Steigungsparameter T für K^+	86
4.12	Inverse Steigungsparameter T für π^+ ($E_{kin}^{cm} \geq 0.4 GeV$)	86
4.13	$Ed^3\sigma/dp^3$, K^+ , verschiedene Θ_{cm}	88
4.14	Form der polaren K^+ -Winkelverteilung	90
4.15	Polare K^+ -Winkelverteilung in Au+Au-Reaktionen	91
4.16	Polare K^+ -Winkelverteilung in C+C-Reaktionen	92
4.17	$Ed^3\sigma/dp^3$, K^+ , Ne+NaF, Schnetzer et al.	94
4.18	$Ed^3\sigma/dp^3$, π^+ , Au+Au und C+C, verschiedene Θ_{cm}	96
4.19	Polare Winkelverteilung, π^+ , Au+Au 1.46 AGeV und C+C 1.8 AGeV	97
4.20	Polare Winkelverteilung π^+ , Au+Au 1 AGeV, FOPI-Kollaboration	97
4.21	Totale π^+ - und K^+ -Wirkungsquerschnitte	102
5.1	M/A vs. A, K^+ und π , 0.8, 1.1 und 1.5 AGeV	107
5.2	$M / < A_{part} >$ und Verhältnis Au/C, π , Au+Au und C+C	110
5.3	M/A und Verhältnis Au/C, K^+ , Au+Au und C+C	111
5.4	Die zur Verfügung stehende Energie in NN-Stößen	112
5.5	Illustration der Abhängigkeit des Verhältnisses von κ	114
5.6	Absolute K^+ -Produktionsschwelle in C+C	116
5.7	Invarianter differentieller Phasenraumfaktor, π und K^+	117
5.8	$Ed^3\sigma/dp^3$ vs. E_{kin}^{cm} , π^+ aus p,d, α ,+C und C+C	119
5.9	ρ_{max} vs. E_{kin}^{proj} und vs. A, $\kappa=200$ MeV und 380 MeV, IQMD	120
5.10	Effektive Massen vs. ρ , K^-, K^+	121
5.11	M_{K^+}/A , Au+Au und C+C (b=0fm), QMD, mit/ohne KN-Pot.	122
5.12	$(M_{K^+}/A)_{Au}/(M_{K^+}/A)_C$, IQMD u. RQMD, b=0fm, mit/ohne KN-Pot.	123
5.13	Lokale Baryondichten, K^+ , IQMD u. RQMD, b=0fm, mit KN-Pot.	124
5.14	M_{K^+}/A und Verhältnis Au/C, Vergleich von QMD mit Daten	127
A.1	RBUU: Polare K^+ -Winkelverteilung, Au+Au 1.0 AGeV	132
A.2	IQMD: Polare K^+ -Winkelverteilung, Au+Au	133
A.3	IQMD: Polare K^+ -Winkelverteilung, C+C	133
A.4	Gemessene Anisotropieparameter a_2 vs. E_{kin}^{proj} , K^+ , Au+Au u. C+C	135
B.1	Phasenraumfaktoren Φ_3 für π u. K^+ als Funktion von \sqrt{s}	140
B.2	Invarianter differentieller Phasenraumfaktor für π, K^+	142

Tabellenverzeichnis

1.1	Parameter der Skyrme-Zustandsgleichung	7
2.1	Impulsbereiche der Magnetfeldeinstellungen	15
3.1	Spurrekonstruktionsfunktionen	34
3.2	Magnetfeldstärke zur Simulation der Flugzeit und Bahn von Kaonen	44
3.3	Spurrekonstruktionseffizienzen	50
3.4	Anzahl der identifizierten K^+	52
3.5	Anzahl der identifizierten Pionen	57
3.6	Eigenschaften der Targets	59
3.7	Eichfaktoren B1/Mon	61
3.8	N_{K^+} aus den Referenzeinstellungen	65
3.9	Energieverlust des Ionenstrahls im Target	68
4.1	Kinematische Größen des Projektils und Schwerpunkts	72
4.2	Anisotropieparameter a_2 der K^+	93
4.3	Anpassungsparameter und totale Produktionswirkungsquerschnitte für K^+	99
4.4	Anpassungsparameter und totale Produktionswirkungsquerschnitte für π^+	100
4.5	Isospinkorrektur für π^+ in Au+Au	101
5.1	Reaktionswirkungsquerschnitte	106
5.2	Anpassungsparameter α (A^α), K^+	107
5.3	Anpassungsparameter der Produktionsanregungsfunktionen	109
5.4	Lokale Baryondichten für K^+ -Produktion, RQMD und IQMD	125
A.1	IQMD: Anisotropieparameter a_2 , K^+	134

Kapitel 1

Einleitung und Motivation

Thema dieser Arbeit ist die Erforschung der Eigenschaften von Kernmaterie unter extremen Bedingungen.

Unter Kernmaterie versteht man ein Vielteilchensystem, das überwiegend aus Protonen und Neutronen besteht, die untereinander stark wechselwirken. Die Eigenschaften eines solchen stark wechselwirkenden Vielteilchensystems wird maßgeblich durch die Beschaffenheit der Wechselwirkung zwischen den Konstituenten bestimmt. Ihre Erforschung begann mit der Entdeckung des Atomkerns im Jahre 1911 durch Rutherford [Rut11]. Zu diesem Zeitpunkt waren lediglich zwei Wechselwirkungen - nämlich die Gravitation und die elektromagnetische Wechselwirkung - bekannt. Im Jahre 1935 formulierte dann Yukawa die Kernkraft als eine kurzreichweitige Zweikörperkraft, die durch den Austausch eines Teilchens vermittelt wird [Yuk35], dessen Masse Yukawa zu etwa der 200-fachen Masse des Elektrons abschätzte und das 1947 als π -Meson¹ (oder Pion) in der Höhenstrahlung entdeckt wurde [Lat47].

Der wesentliche Schritt zur modernen Theorie der starken Wechselwirkung erfolgte 1964, in dem Gell-Mann die sogenannten Quarks als elementare Bausteine der stark wechselwirkenden Teilchen - den Hadronen - postulierte [Gel64]. Damit wurde ein einheitliches Schema zur Klassifikation aller damals bekannten und als elementar erachteten Hadronen gegeben. Baryonen wie z.B. Protonen und Neutronen sind demnach aus drei Quarks und Mesonen wie z.B. Pionen oder Kaonen aus einem Quark-Antiquark-Paar aufgebaut. Die dem Quarkmodell von 1964 zugrundeliegende Symmetrie resultiert aus den damals bekannten Erhaltungsgrößen in der starken Wechselwirkung. Neben dem *Isospin*, der äquivalent zu der Erhaltung der (elektrischen) Ladung ist, führte 1953 Gell-Mann die Erhaltungsgröße *Strangeness*² ein [Gel53]. Damit konnte das beobachtete "seltsame" Phänomen erklärt werden, daß bestimmte Teilchen immer nur paarweise³ in hadronischen Prozessen produziert werden, ihre große Lebensdauer jedoch zeigt, daß für ihren Zerfall die schwache Wechselwirkung verantwortlich ist. Bereits 1947 wurden solche durch kosmische Strahlung induzierten Prozesse in einer Wasserstoff-Blasenkammer beobachtet [Roc47]. Das massereichere Teil-

¹Zunächst galt das Myon als das von Yukawa geforderte Teilchen, bis entdeckt wurde, daß es nicht stark wechselwirkt.

²zu deutsch: Seltsamkeit

³1952 hatte Pais die assoziierte Produktion der "seltsamen" Teilchen vorgeschlagen [Pai52].

chen der jeweils erzeugten Paare wurde später als Λ -Hyperon und sein Partner als K-Meson (oder auch Kaon) benannt.

Die heutige Theorie der starken Wechselwirkung - die Quantenchromodynamik (QCD) - hat sich aus dem Quarkmodell entwickelt. Analog zu Yukawas Ansatz, die Kraft zwischen Nukleonen durch den Austausch eines Pions zu beschreiben, wird die Wechselwirkung zwischen den Quarks durch den Austausch von sogenannten Gluonen vermittelt. Aufgrund der Selbstwechselwirkung der Gluonen ergibt sich eine Kopplungsstärke, die wesentlich vom Impulsübertrag des Prozesses abhängt. Bei sehr großen Impulsüberträgen, welche bei Kollisionen mit hohen Energien erreicht werden, ist die Kopplung zwischen den Quarks schwach, so daß zum Teil störungstheoretische Methoden angewendet werden können. Dies ist für Fragen der Kernphysik aber auch der Teilchenproduktion bei mittleren Energien nicht möglich, da hier die Kopplung zwischen den Quarks zu stark ist. Zur theoretischen Beschreibung werden dann sogenannte effektive Modelle verwendet, in denen Baryonen und Mesonen als elementar behandelt werden jedoch die Symmetrien der QCD berücksichtigt sind.

Als Beispiel sei hier die chirale Störungstheorie erwähnt [Gas82]. Im Grenzfall masseloser Up-, Down- und Strange-Quarks genügt die QCD der chiralen SU(3)-Symmetrie. Die empirische Beobachtung, daß diese Symmetrie spontan durch das QCD-Vakuum gebrochen ist, führt zu vielen interessanten Phänomenen und erlaubt eine systematische Berechnung vieler Niederenergieprobleme der QCD. Man erwartet, daß die chirale Symmetrie bei hohen Baryondichten zumindest partiell wiederhergestellt ist. Das sollte Konsequenzen für die hadronische Vielteilchendynamik haben. Insbesondere ergeben sich zum Teil dramatisch modifizierte Propagationseigenschaften von Hadronen in dichter Materie, was Relevanz für die Untersuchung von heißer und komprimierter Kernmaterie in relativistischen Schwerionenreaktionen besitzt.

1.1 Relativistische Schwerionenreaktionen

Schwerionenreaktionen bei relativistischen Energien⁴ bieten die einzigartige Möglichkeit, heiße und komprimierte Kernmaterie im Labor zu erzeugen und ihre Eigenschaften experimentell zu untersuchen. Der zeitliche Ablauf einer Kollision zweier schwerer Kerne soll anhand einer Simulationsrechnung in Abbildung 1.1 erläutert [Bas97] werden. Hier ist (von links) der Zeitpunkt des Berührens, die Hochdichte- und die Expansionsphase einer zentralen Au+Au-Kollision im Schwerpunktsystem der Reaktion dargestellt. Aufgrund der relativistischen Energie der einlaufenden Goldkerne sind die sonst sphärischen Kerne in Bewegungsrichtung kontrahiert. Während der Hochdichtephase wird das System stark komprimiert und aufgeheizt. Die kinetische Energie der kollidierenden Kerne wird nicht nur in Kompressionsenergie und Wärme umgewandelt, sondern es werden auch innere Freiheitsgrade der Nukleonen - sogenannte baryonische Resonanzen - angeregt. Bei SIS-Energien ist dies zumeist die Δ_{33} -Resonanz mit einer nominalen Masse von $1.232 \text{ GeV}/c^2$, die eine Spin- und Isospinangeregung des Nukleons darstellt. Sie zerfällt mit einer Wahrscheinlichkeit von nahezu 100% zu einem Pion und Nukleon und ist damit bei SIS-Energien der dominante

⁴kinetische Projektilenergien oberhalb 0.5 GeV pro Nukleon

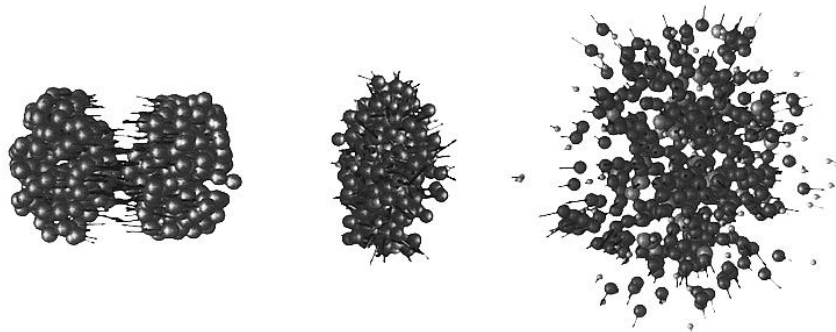
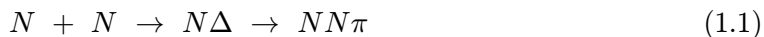


Abbildung 1.1: *Simulation einer Schwerionenreaktion anhand eines Transportmodells (QMD, [Bas97]): Die Bilder zeigen (von links) den Startpunkt, die Hochdichte- und die Expansionsphase eines zentralen Au+Au-Stoßes im Schwerpunktsystem der Reaktion. Im Schwerpunktsystem besitzen die Goldkerne jeweils eine kinetische Energie von 0.41 GeV pro Nukleon, was im Laborsystem (ruhender Targetkern) einer kinetischen Projektilenergie von 2 GeV pro Nukleon entspricht. Als große dunkle Kugeln sind Nukleonen und als helle Δ -Resonanzen dargestellt, während die kleinen hellen Kugeln produzierte Pionen zeigen.*

Produktionskanal für Pionen:



In sekundären Stößen zwischen Pionen und Nukleonen werden erneut Δ -Resonanzen angeregt, die dann wieder in Nukleonen und Pionen zerfallen, so daß im Laufe einer Schwerionenreaktion mehrere Zyklen von Absorption und erneuter Emission der Pionen ablaufen [Bas94]. Neben Pionen, die die am häufigsten produzierten Mesonen sind, werden weitere Mesonen wie z.B. Kaonen - jedoch mit deutlich geringerer Produktionswahrscheinlichkeit - erzeugt. Auf die Kompression in der Hochdichtephase folgt die Expansion des Reaktionsvolumens. Baryonen und zum Teil auch Mesonen fließen mit relativistischen Geschwindigkeiten radial nach außen. Die noch vorhandenen baryonischen Resonanzen zerfallen unter Emission von Pionen. Sobald keine hadronischen Prozesse mehr stattfinden, “friert” das System aus.

Wie Abbildung 1.1 nahelegt, findet man in der Hochdichtephase die Bedingungen vor, um heiße und komprimierte Kernmaterie zu studieren. Hierbei stellt sich insbesondere die Frage, welche Baryondichten erreicht werden - also wie kompressibel Kernmaterie ist. Dies läßt sich nicht direkt messen. Aufgrund der kurzen Dauer einer relativistischen Schwerionenreaktion von nur etwa 10^{-22} s bietet sich ein experimenteller Zugang ausschließlich anhand der Reaktionsprodukte wie z.B. produzierter Mesonen. Um nun von den gemessenen Größen auf Eigenschaften von Kernmaterie schließen zu können, ist der Vergleich mit theoretischen Modellen notwendig. Hierzu werden in dieser Arbeit sogenannte Transportmodelle herangezogen. Es handelt sich hierbei um mikroskopische Modelle, die die Propagation vieler einzelner Teilchen unter dem Einfluß des Gesamtsystems beschreiben. Dies ermöglicht, die

räumliche und zeitliche Entwicklung der Kollision zweier Kerne im Detail zu studieren, wie es z.B. in Abbildung 1.1 gezeigt ist. Nur dadurch läßt sich eine Verknüpfung zwischen beispielsweise den in der Hochdichtephase vorherrschenden Bedingungen und einzelnen Meßgrößen herstellen.

1.1.1 Theoretische Beschreibung mit Transportmodellen

Transportmodellen liegt die als *Liouville-Gleichung* bekannte Transport-Differentialgleichung

$$\frac{\partial f^{(N)}}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3N} \left(\frac{\partial H}{\partial p_i} \frac{\partial f^{(N)}}{\partial q_i} - \frac{\partial H}{\partial q_i} \frac{\partial f^{(N)}}{\partial p_i} \right) = 0 \quad (1.2)$$

zugrunde. Sie ist eine Kontinuitätsgleichung der N -Teilchenverteilungsfunktion $f^{(N)}(\vec{q}, \vec{p}, t)$, die eine Funktion der generalisierten Koordinaten \vec{q} und \vec{p} ist. Die Hamiltonfunktion $H(\vec{q}, \vec{p}, t)$ enthält dabei die vollständige Information des N -Teilchensystems. Damit bewegen sich die Teilchen auf Bahnen gemäß der Hamiltonschen Bewegungsgleichungen

$$\dot{\vec{p}}_i = - \frac{\partial H}{\partial \vec{q}_i} \quad \dot{\vec{q}}_i = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}_i} \quad . \quad (1.3)$$

Da die Lösung der Differentialgleichung (1.2) für ein stark wechselwirkendes N -Teilchensystem beliebig kompliziert ist, enthalten die Lösungsansätze der Transportmodelle vereinfachende Annahmen, die im Folgenden kurz beschrieben werden.

Als Hamiltonfunktion wird für das Vlasov-Uehling-Uhlenbeck- (VUU) [Kru85] bzw. Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck-Modell (BUU) [Cas90]

$$H = \sum_i \frac{\vec{p}_i^2}{2m_i} + U(\vec{q}_i) \quad (1.4)$$

gesetzt. Das Potential U hängt nur vom Ort \vec{q}_i des i -ten Teilchens ab und kann als Summe der Mittelwerte aller Zweiteilchenpotentiale zwischen dem Teilchen i und den übrigen $N - 1$ Teilchen verstanden werden. In den VUU- und BUU-Modellen wird ein von der Baryonendichte ρ abhängiges effektives Potential des Skyrme-Typs [Sky59]

$$U(\rho(\vec{q}_i)) = \alpha \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + \beta \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \quad (1.5)$$

verwendet, wobei die Baryonendichte $\rho(\vec{q}_i)$ durch Abzählen der punktförmigen Teilchen in einem definierten Volumen um den Ort \vec{q}_i bestimmt wird. In die Differentialgleichung (1.2) wird für das Gesamtsystem anstatt einer N -Teilchen- eine Einteilchenverteilungsfunktion oder auch Phasenraumdicke $f^{(1)}$ eingesetzt, die sich aus der Integration über $N - 1$ Freiheitsgrade ergibt. Für die zeitliche Entwicklung des Systems wird dabei angenommen, daß diese ausschließlich durch Kollisionen verursacht wird. Unter Berücksichtigung dieser Annahmen und Einsetzen der Hamiltonfunktion (1.4) in Gleichung (1.2) ergibt sich

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \frac{\partial f^{(1)}}{\partial \vec{q}} - \frac{\partial U}{\partial \vec{q}} \frac{\partial f^{(1)}}{\partial \vec{p}} = I_{Koll} \quad . \quad (1.6)$$

Der Kollisionsterm I_{Koll} enthält die Wirkungsquerschnitte der im Modell berücksichtigten elastischen und inelastischen Streuprozesse. Hierfür werden zumeist in elementaren Reaktionen gemessene Wirkungsquerschnitte verwendet. Desweiteren werden durch den Kollisionsterm die durch das Pauli-Prinzip verbotenen Endzustände unterdrückt (sogenanntes “Pauli-Blocking”).

Während Teilchen im VUU- bzw. BUU-Modell als punktförmig behandelt werden, beschreibt die Quantenmolekulardynamik (QMD) [Aic86, Har93] sie als ausgedehnte Objekte im Orts- und Impulsraum, wobei Gaußfunktionen als Verteilungsfunktionen dienen. Eine direkte Wechselwirkung der Teilchen besteht dann im Fall eines Überlapps der Gaußpakete, wodurch Zwei- und Mehrteilchenkorrelationen ermöglicht werden. Für die Berücksichtigung von Zweiteilchenkorrelationen ergibt sich für die Hamiltonfunktion in der Quantenmolekulardynamik

$$H = \sum_i \frac{\vec{p}_i^2}{2m_i} + \sum_i \sum_{j>i} \int f_i(\vec{q}_i, \vec{p}_i, t) V^{ij} f_j(\vec{q}_j, \vec{p}_j, t) d^3 q_i d^3 q_j d^3 p_i d^3 p_j \quad (1.7)$$

Mit f_i und f_j sind die Gaußpakete des i -ten und j -ten Teilchens gekennzeichnet, die über die Zweiteilchenwechselwirkung mit dem Potential V^{ij} wechselwirken. Im QMD-Modell sind nun alle Wechselwirkungen als Zwei- und Dreiteilchenwechselwirkungen aufgebaut, die im wesentlichen dem Skyrme-Ansatz entsprechen, der bei Anwendung auf unendliche Spin- und Isospin-saturierte Kernmaterie zum Skyrme-Potential (1.5) führt. Zusätzlich werden In-Medium-Korrekturen wie z.B. impulsabhängige Potentiale (mdi) verwendet.

1.1.2 Die Nukleare Zustandsgleichung

Mit der Nuklearen Zustandsgleichung⁵ wird ein thermodynamisches Konzept auf das hadronische Vielteilchensystem “Kernmaterie” angewendet. Das Ziel ist dabei, die Eigenschaften eines stark wechselwirkenden Systems in Abhängigkeit von makroskopischen Variablen wie Temperatur T und Dichte ρ zu beschreiben. Zur Vereinfachung wird die folgende Rechnung für unendlich ausgedehnte Kernmaterie durchgeführt, die man als Spin- und Isospin-saturiert annimmt. Für ein solches System läßt sich die Energie pro Baryon $\epsilon = E/A$ als eine Summe aus thermischer Anregungsenergie ϵ_T , Kompressionsenergie ϵ_C und Grundzustandsenergie ϵ_0

$$\epsilon(\rho, T) = \epsilon_T(\rho, T) + \epsilon_C(\rho, T = 0) + \epsilon_0 \quad (1.8)$$

schreiben. Von eigentlichem Interesse ist dabei die Abhängigkeit von der Baryondichte in Abwesenheit von thermischer Anregungsenergie. In diesem Fall kann man die Energie pro Baryon

$$\epsilon(\rho, T = 0) = \frac{1}{\rho} \int U(\rho) d\rho \quad (1.9)$$

durch die Integration eines dichteabhängigen lokalen Potentials $U(\rho)$ berechnen.

Da in den VUU- bzw. BUU-Modellen ein Skyrme-Potential verwendet wird und die in der QMD implementierten Zwei- und Dreiteilchenwechselwirkungen dem Skyrme-Ansatz

⁵im Englischen: Equation-of-State (EoS)

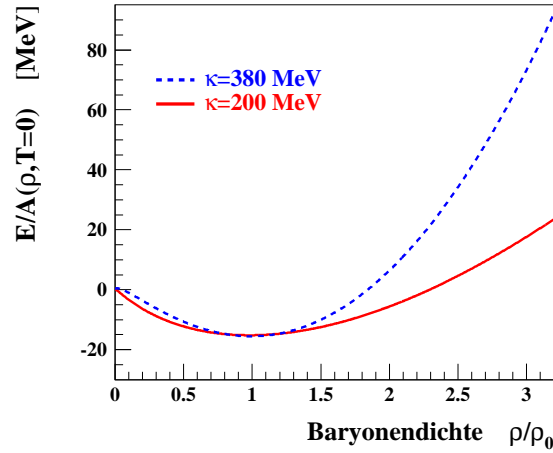


Abbildung 1.2: Skyrme-Zustandsgleichung für die Werte der Inkompressibilität von $\kappa=200$ MeV bzw. 380 MeV.

entsprechen, wird das Skyrme-Potential

$$U(\rho) = \alpha \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + \beta \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \quad (1.10)$$

zur Berechnung der Energie pro Baryon für $T=0$ MeV in Gleichung (1.9) eingesetzt. Man findet

$$\epsilon(\rho, T=0) = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + \frac{\beta}{\gamma+1} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma + \frac{3}{5} E_F \quad (1.11)$$

wobei $3/5 E_F$ die Energie des freien Fermigas darstellt und als untere Integrationskonstante anzusehen ist.

Die Inkompressibilität von Kernmaterie

Wie kompressibel Kernmaterie ist, wird durch die Inkompressibilität⁶ κ parametrisiert. Sie ist als die zweite Ableitung der Kompressionsenergie bei $\rho = \rho_0$ definiert

$$\kappa = \left(9\rho^2 \frac{\partial^2 \epsilon(\rho, T=0)}{\partial \rho^2} \right)_{\rho=\rho_0} \quad (1.12)$$

und beschreibt die Krümmung der Zustandsgleichung ($T=0$ MeV) bei Grundzustandsdichte ρ_0 (siehe Abbildung 1.2). Für zwei verschiedene Werte von κ , die im Folgenden in den Transportmodellrechnungen verwendet werden, ist in Abbildung 1.2 die anhand des Skyrme-Potentials berechnete Nukleare Zustandsgleichung ($T=0$ MeV) eingezeichnet. Man spricht

⁶Ein hoher Wert von κ beschreibt eine geringe Kompressibilität der Kernmaterie - daher die Bezeichnung "Inkompressibilität". κ wird auch als Steifigkeit der Nuklearen Zustandsgleichung bezeichnet.

	Parameter des Skyrme-Potentials		
	α [MeV]	β [MeV]	γ
$\kappa=200$ MeV	-124	70.5	7/6
$\kappa=380$ MeV	-356	303	2

Tabelle 1.1: *Parameter der Skyrme-Zustandsgleichung*

auch von einer “weichen” Zustandsgleichung im Fall von $\kappa=200$ MeV (durchgezogene Linie) bzw. von einer “harten” Zustandsgleichung bei $\kappa=380$ MeV (unterbrochene Linie). Die Parameter α , β und γ des Skyrme-Potentials (1.10) resultieren aus dem Wert für die Inkompressibilität (1.12) und den Randbedingungen, daß die Grundzustandsenergie des Kerns beschrieben wird:

$$\epsilon(\rho = \rho_0, T = 0) = -16 \text{ MeV} \quad (1.13)$$

bzw. die Energie pro Baryon bei Grundzustandsdichte ein Minimum besitzt

$$\left(\frac{\partial \epsilon(\rho, T = 0)}{\partial \rho} \right)_{\rho=\rho_0} = 0 \quad . \quad (1.14)$$

Sie sind in Tabelle 1.1 für $\kappa=200$ und 380 MeV aufgeführt.

Die Form der Nuklearen Zustandsgleichung für $T=0$ MeV ist durch das verwendete effektive Potential bestimmt, wie dies in Abbildung 1.2 durch das Skyrme-Potential (1.10) gegeben ist. Damit steht ein Wert der Inkompressibilität κ für einen Satz von Parametern des verwendeten effektiven Potentials. Der Zusammenhang zwischen effektivem Potential und der Inkompressibilität in VUU- bzw. BUU-Modellen ist direkt durch die Parameter des Skyrme-Potentials gegeben. Dagegen werden im QMD-Modell die Parameter der Zwei- und Dreiteilchenwechselwirkungen derart angepaßt, daß bei Anwendung auf unendliche Spin- und Isospin-saturierte Kernmaterie sich eine weiche bzw. harte Skyrme-Zustandsgleichung ($T=0$ MeV) ergibt.

Der beschriebene Zusammenhang wird im Folgenden genutzt, um die in den Transportmodellen verwendeten effektiven Potentiale anschaulich zu charakterisieren, obgleich in relativistischen Schwerionenreaktionen nicht notwendigerweise ein thermisches und chemisches Gleichgewicht erreicht wird, welches der Definition der Inkompressibilität zugrunde liegt.

Zur Rolle der Nuklearen Zustandsgleichung in der Astrophysik

Im Vergleich zu den Schwerionenreaktionen werden in Supernovae und Neutronensternen über einen relativ langen Zeitraum hohe Baryondichten ($3 - 6\rho_0$) bei niedrigen Temperaturen erzeugt, so daß man von einem äquilibrierten System ausgehen kann. Die Steifigkeit der Nuklearen Zustandsgleichung beeinflusst nun den Explosionsmechanismus von Supernovae und die Masse, die Neutronensterne maximal erreichen können [Bro82, Bet85a]. So fördert z.B. eine weiche Zustandsgleichung die prompte Explosion von Supernovae. Aber

auch im Fall einer harten Zustandsgleichung kann eine Supernova explodieren, wenn der Stern einen Drehimpuls besitzt [Hil89] oder wenn die auslaufende Schockwelle durch Neutrinos aufgeheizt wird [Bet85b]. Desweiteren läßt sich aus den beobachteten Massen von Neutronensternen Information zur Steifigkeit der Nuklearen Zustandsgleichung gewinnen. Mit den bisher beobachteten Neutronensternmassen, die im Bereich von 1.5 Sonnenmassen liegen, ist eine harte Nukleare Zustandsgleichung nicht vereinbar [Bro94]. Insgesamt kann man nicht von einer Bestimmung der Inkompressibilität sprechen, sondern von einer Ausgrenzung extremer Werte für κ .

1.2 Experimentelle Methoden zur Bestimmung der Inkompressibilität

Anregung der Monopol-Riesenresonanz

Die erfolgreichste Methode zur Bestimmung der Inkompressibilität von Kernmaterie ist die Untersuchung der Monopol-Riesenresonanz schwerer Atomkerne [Bla76, You77]. Hierbei wird Kernmaterie nur in der Nähe des Grundzustandes untersucht. Üblicherweise wird die Monopol-Riesenresonanz durch inelastische Streuung von α -Teilchen an Atomkernen angeregt. Durch den Energieverlust der Projektile von ca. 15 bis 25 MeV kommt es zu einer kollektiven Kernanregung, in der sich der Atomkern periodisch ausdehnt und zusammenzieht ("breathing-mode"). Die dabei auftretende Dichteschwankung (um ρ_0) beträgt jedoch nur etwa 1% der Grundzustandsdichte. Aus der gemessenen Energieverteilung der Monopol-Riesenresonanz läßt sich auf die Frequenz und damit auf die Rückstellkraft der Schwingung schließen. Die Rückstellkraft beruht nun auf dem Widerstand, den die Kernmaterie der Kompression entgegensetzt, was durch die Inkompressibilität κ ausgedrückt wird. Aus neueren präzisen Streuexperimenten von α -Teilchen mit einer Projektilenergie von 60 MeV pro Nukleon an Kernen der Massenzahl $A=40$ (^{40}Ca) bis 208 (^{208}Pb) resultiert ein Wert für die Inkompressibilität von $\kappa=231\pm 14$ MeV [You99]. Zur Berechnung der Inkompressibilität aus den Energieverteilungen der vermessenen Monopol-Riesenresonanzen wurde dabei eine mikroskopische Modellrechnung mit effektiver Wechselwirkung verwendet [Bla95].

Refraktive α -Kern- und Kern-Kern-Streuung

Mit Hilfe der elastischen α -Kern- und Kern-Kern-Streuung mit Projektilenergien zwischen 10 und 100 MeV pro Nukleon bietet sich die Möglichkeit, das Kern-Kern-Potential zu testen. Um daraus die Inkompressibilität von Kernmaterie zu bestimmen, werden die experimentellen Ergebnisse aus der elastischen α -Kern-Streuung (Targetkerne von ^{12}C bis ^{208}Pb) mit Projektilenergien zwischen 20 und 43 MeV pro Nukleon und der elastischen $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ -, $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ - und $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ -Streuung mit Projektilenergien zwischen 8 und 94 MeV pro Nukleon mit Hilfe eines Faltungsmodells [Kho97] verglichen. Dieses theoretische Modell berechnet das Kern-Kern-Potential aus einer Faltung der Dichteverteilung mit dem angenommenen effektiven Nukleon-Nukleon-Potential (M3Y-Paris). Hierbei ergibt sich die bestmögliche Beschreibung der experimentellen Ergebnisse, wenn Parametrisierungen des Nukleon-Nukleon-

Potentials gewählt werden, die eine Inkompressibilität zwischen $\kappa=240$ - 270 MeV liefern. Welche Baryondichte in einer refraktiven Kern-Kern- oder α -Kern-Streuung herrschen bzw. zu welcher Baryondichte der mit dieser Methode bestimmte Wertebereich für die Inkompressibilität korrespondiert, ist Gegenstand einer kontroversen Diskussion.

Der kollektive Fluß von Nukleonen und Fragmenten in Schwerionenreaktionen

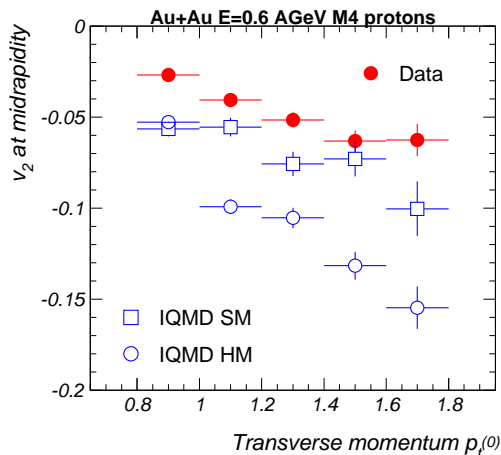


Abbildung 1.3: *Elliptischer Protonenfluß in semizentralen Au+Au-Reaktionen mit 0.6 AGeV Projektilenergie (FOPI-Kollaboration [And99]): Aufgetragen ist der zweite Fourier-Koeffizient v_2 (aus der Anpassung der azimuthalen Verteilung) als Funktion des transversalen Impulses. Mit offenen Symbolen ist das Ergebnis einer IQMD-Rechnung mit $\kappa=200$ MeV (SM) bzw. 380 MeV (HM) dargestellt [Har94].*

Eine Observable, die direkt von der Kompression in einer Schwerionenreaktion beeinflusst wird, ist der kollektive Fluß von Nukleonen und Fragmenten, was in hydrodynamischen Modellrechnungen vorhergesagt wurde [Buc84, Sto86b]. In diesen Modellen wird ein Nukleonenfluß sowohl in die Reaktionsebene als auch senkrecht zur Reaktionsebene aufgrund des hohen Drucks in der heißen Feuerballzone verursacht. Bisher konnten noch keine eindeutigen Ergebnisse bzgl. der Inkompressibilität aus dem Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit Transportmodellen gewonnen werden, da zur theoretischen Beschreibung der Flußphänomene impulsabhängige Kräfte berücksichtigt werden müssen [Aic91]. Neuere Messungen und theoretische Untersuchungen zeigen, daß der elliptische Fluß von Nukleonen und Fragmenten eine Abhängigkeit von der Inkompressibilität aufweist. Hierzu ist in Abbildung 1.3 für Protonen aus semizentralen Au+Au-Reaktionen mit 0.6 AGeV Projektilenergie der Fourier-Koeffizient⁷ v_2 , der den elliptischen Fluß charakterisiert, als Funktion des transversalen Impulses p_t aufgetragen [And99]. Der elliptische Fluß der Protonen ist senkrecht zur Reaktionsebene orientiert ($v_2 < 0$) und wächst mit zunehmendem p_t an. Im

⁷aus der Anpassung der azimuthalen Verteilung mit der Fourier-Entwicklung $dN/d\phi \sim [1 + 2v_1 \cos(\phi) + 2v_2 \cos(2\phi)]$

Vergleich mit einer IQMD-Rechnung [Har94] wird der Wert für die Inkompressibilität von $\kappa=200$ MeV (SM - offene Quadrate) klar bevorzugt.

Das “Pionen-Thermometer”

Der erste Versuch, aus der Teilchenproduktion in Schwerionenreaktionen Informationen über die Nukleare Zustandsgleichung zu erhalten, wurde von der Arbeitsgruppe von R. Stock unternommen [Sto82, Har85, Sto86a]. Sie verglichen die in zentralen Kern-Kern-Stößen zwischen 1 und 2 AGeV Projektilenergie gemessene Multiplizität von Pionen mit den Ergebnissen einer Kaskadenrechnung⁸. Da die Kaskadenrechnung kein mittleres Feld berücksichtigte, wird die gemessene Pionenmultiplizität um etwa 50% überschätzt. Der Unterschied der Einschußenergien pro Nukleon zwischen Experiment und Rechnung, die zur gleichen Pionenmultiplizität führten, wurde als Kompressionsenergie interpretiert. Aus der Kaskadenrechnung wurde ebenfalls die dazugehörige Baryonendichte bestimmt. Diese aus Daten und Rechnungen extrahierte Nukleare Zustandsgleichung ist allerdings nicht auf dynamische Effekte wie z.B. kollektiven Fluß oder auch impulsabhängige Kräfte korrigiert. Desweiteren beruht die Methode auf der Annahme, daß die Pionenmultiplizität während der Expansions- und Abkühlphase des Feuerballs konstant bleibt. Die in dieser Arbeit vorgestellten Resultate zur Pionenproduktion weisen jedoch auf Absorptionseffekte hin (siehe auch [Mün97, Pel97]).

1.2.1 Subschwellenproduktion von K^+ -Mesonen in Kern-Kern-Kollisionen

Die experimentelle Methode dieser Arbeit zur Bestimmung der Inkompressibilität von Kernmaterie beruht auf der Messung von K^+ -Mesonen, die in relativistischen Schwerionenreaktionen mit Projektilenergien unterhalb der K^+ -Produktionsschwelle in freien Nukleon-Nukleon-Stößen erzeugt werden. Analog zu allen bisher vorgestellten experimentellen Methoden gilt, daß sich von der K^+ -Produktion ausschließlich in Verbindung mit einer Modellrechnung auf die Inkompressibilität von Kernmaterie schließen läßt. Die Sensitivität der K^+ -Produktion auf die Inkompressibilität wurde bereits in frühen BUU-Rechnungen Mitte der 80er Jahre vorhergesagt [Aic85].

K^+ -Mesonen als Sonden der Hochdichtephase

Wie bereits erwähnt, enthalten K^+ -Mesonen ein Strange-Quark und werden daher in hadronischen Prozessen assoziiert erzeugt. Die Schwellenenergie ergibt sich aus der Produktion zusammen mit einem Λ -Hyperon

$$N + N \Rightarrow N\Lambda K^+ \quad (1.15)$$

zu einer Projektilenergie von 1.58 GeV im Laborsystem. Für die Produktion zusammen mit einem Σ -Hyperon werden bereits 1.79 GeV Projektilenergie im Laborsystem benötigt.

⁸entspricht VUU bzw. BUU - aber ohne Pauli-Blocking im Kollisionsterm und ohne mittleres Feld, in dem die Teilchen propagieren

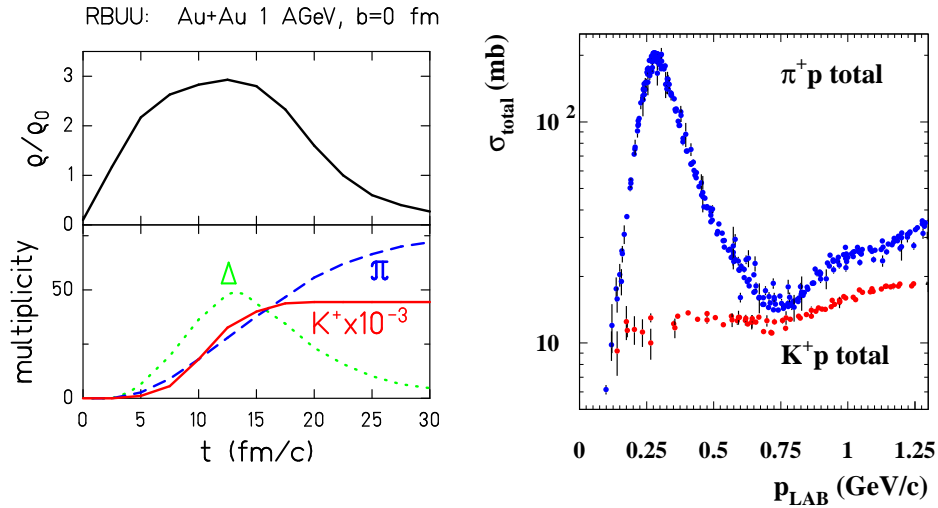


Abbildung 1.4: K^+ -Mesonen als Sonde der Hochdichtephase: Auf der linken Seite ist das Ergebnis einer RBUU-Rechnung eines zentralen Au+Au-Stoßes mit 1 AGeV Projektilenergie dargestellt [Fan94]. Sie zeigt als Funktion der Zeit t die Baryondichte ρ/ρ_0 und die Multiplizitäten von Δ -Resonanzen, Pionen und K^+ -Mesonen. Auf der rechten Seite ist der Wirkungsquerschnitt der π^+p - und K^+p -Streuung in Abhängigkeit vom Pionen- bzw. Kaonenimpuls aufgeführt [PDG94].

In Kern-Kern-Kollisionen mit Projektilenergien unterhalb von 1.58 GeV pro Nukleon erfolgt die K^+ -Produktion vermehrt durch kollektive Phänomene wie Vielstufenprozesse, in denen von mehreren Teilchen Energie akkumuliert wird. Solche kollektiven Prozesse kommen hauptsächlich in der Hochdichtephase vor, in der die höchsten Energiedichten der Reaktion auftreten und durch große Baryondichten die Anzahl der Kollisionen maximal wird [Har93]. Damit werden K^+ -Mesonen bevorzugt in der Hochdichtephase erzeugt, was das Ergebnis einer Transportmodellrechnung auf der linken Seite der Abbildung 1.4 zeigt [Fan94]. Hier ist die zeitliche Entwicklung sowohl der Baryondichte ρ/ρ_0 als auch von Teilchenmultiplizitäten in einer zentralen ($b=0$ fm) Au+Au-Reaktion mit 1 GeV pro Nukleon (1 AGeV) Projektilenergie dargestellt. Aus der Simulation geht hervor, daß K^+ -Mesonen überwiegend dann erzeugt werden, wenn die Baryondichte im System größer als die zweifache Grundzustandsdichte ρ_0 ist. Auf der rechten Seite der Abbildung 1.4 ist der totale Wirkungsquerschnitt σ_{total} für die Streuung von π^+ - und K^+ -Mesonen an Protonen als Funktion des Pionen- bzw. Kaonenimpulses aufgetragen [PDG94]. Der Streuwirkungsquerschnitt für Pionen ist stark impulsabhängig und wird bei Impulsen bis zu etwa 0.5 GeV/c durch die Δ -Resonanz dominiert. Daraus ergibt sich eine mittlere freie Weglänge der Pionen bei Grundzustandsdichte von etwa 0.3 fm. Im Vergleich dazu weisen K^+ -Mesonen einen sehr viel geringeren Streuwirkungsquerschnitt auf, der nahezu unabhängig vom Kaonenimpuls ist. Dies führt zu einer großen mittleren freien Weglänge von ca. 5 fm bei Grundzustands-

dichte. Damit zeigt sich, daß aufgrund der Subschwellenproduktion und der großen mittleren freien Weglänge K^+ -Mesonen eine nahezu ungestörte Sonde aus der Hochdichtephase einer Kern-Kern-Reaktion mit einer Projektilenergie um 1 GeV pro Nukleon darstellen.

K^+ -Mesonen und die Inkompressibilität von Kernmaterie

Die Sensitivität der Subschwellenproduktion von K^+ -Mesonen auf die Inkompressibilität von Kernmaterie beruht auf zwei Effekten. Zum einen besitzen sie - im Gegensatz zu den Pionen - eine sehr steile Produktionsanregungsfunktion, wodurch ihre Produktionswahrscheinlichkeit sehr sensitiv auf die im System zur Teilchenproduktion vorhandene Energie ist, die durch die Kompressionsenergie reduziert wird. Zum anderen hängt die Wahrscheinlichkeit für kollektive Prozesse überproportional von der Baryondichte ab, die maßgeblich von der Inkompressibilität von Kernmaterie beeinflusst wird.

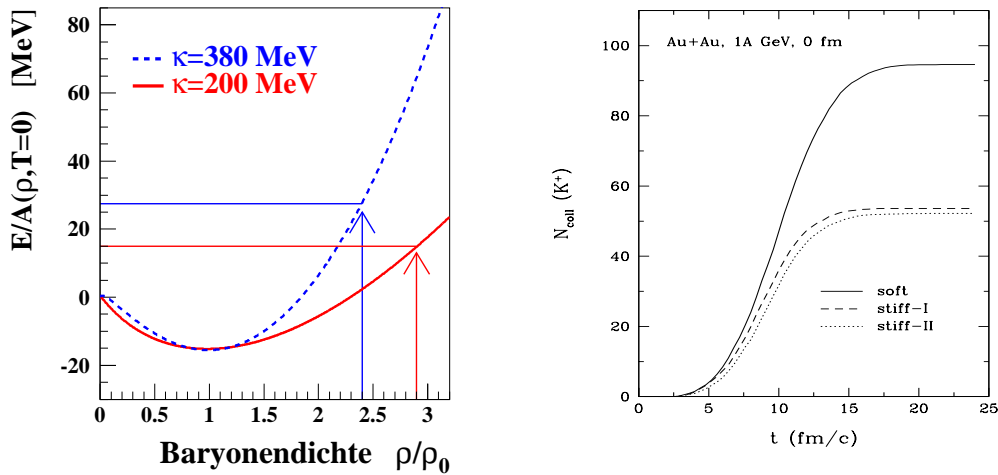


Abbildung 1.5: K^+ -Mesonen als Probe für die Inkompressibilität von Kernmaterie κ : Auf der linken Seite ist die aus dem Skyrme-Potential resultierende Nukleare Zustandsgleichung für $T=0$ MeV abgebildet. Mit Pfeilen sind die mit RBUU für $\kappa=200$ bzw. 380 MeV berechneten maximalen Baryondichten eingezeichnet, die in einer zentralen Au+Au-Reaktion mit 1 A GeV Projektilenergie erreicht werden [Li95]. Auf der rechten Seite ist die Anzahl der Baryon-Baryon-Stöße dargestellt, in der die Produktionsschwelle von K^+ -Mesonen überschritten wird [Li95] (soft: $\kappa=200$ MeV, stiff: $\kappa=380$ MeV).

Der Zusammenhang zwischen der erreichten Baryondichte und der in Kompression gespeicherten Energie ist auf der linken Seite der Abbildung 1.5 dargestellt. Hier ist für zwei Werte der Inkompressibilität jeweils die Skyrme-Zustandsgleichung und die mit einem RBUU⁹-Modell [Li95] berechnete maximale Baryondichte in zentralen Au+Au-Stößen mit 1 A GeV Projektilenergie eingezeichnet. Für $\kappa=200$ MeV erreicht das System eine höhere

⁹Relativistic BUU

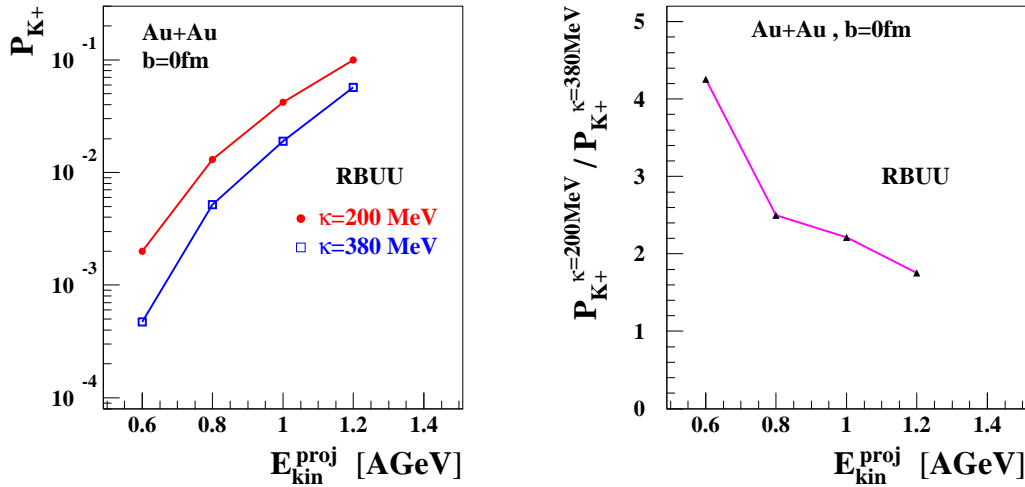


Abbildung 1.6: Die mit RBUU berechnete Produktionswahrscheinlichkeit P_{K^+} als Funktion der Projektilenergie für zentrale Au+Au-Reaktionen [Li95].

maximale Baryondichte ($\rho/\rho_0=2.9$) und es wird weniger Energie in der Kompression gespeichert. Aufgrund der höheren Baryondichte und der geringeren Kompressionsenergie bewirkt somit ein kleinerer Wert für die Inkompressibilität eine größere K^+ -Rate, was das Ergebnis der RBUU-Rechnung auf der rechten Seite der Abbildung 1.5 zeigt. Die Anzahl von Baryon-Baryon-Stößen mit Energien oberhalb der K^+ -Schwelle $N_{coll}(K^+)$ verdoppelt sich etwa für $\kappa=200$ MeV (“soft”, durchgezogene Linie) im Vergleich zu $\kappa=380$ MeV (“stiff”, unterbrochene Linien) [Li95].

Je geringer nun die Einschubenergie gewählt wird, desto häufiger werden K^+ -Mesonen in kollektiven Prozessen erzeugt, wodurch der Einfluß der Inkompressibilität auf die K^+ -Produktion zunehmen sollte. Hierzu zeigt die linke Seite der Abbildung 1.6 die mit RBUU berechnete Produktionswahrscheinlichkeit für K^+ -Mesonen P_{K^+} in zentralen Au+Au-Reaktionen als Funktion der Projektilenergie [Li95]. Bei 1 AGeV ist die Produktionswahrscheinlichkeit der K^+ für $\kappa=200$ MeV um ca. einen Faktor zwei höher als für 380 MeV. Dieser Faktor steigt mit abnehmender Projektilenergie an bzw. wird mit zunehmender Projektilenergie kleiner, was das Verhältnis $P_{K^+}^{\kappa=200\text{MeV}}/P_{K^+}^{\kappa=380\text{MeV}}$ auf der rechten Seite der Abbildung 1.6 verdeutlicht.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß Transportmodellrechnungen hohe maximale Baryondichten von etwa dem dreifachen der Grundzustandsdichte in Kern-Kern-Kollisionen bei SIS-Energien vorhersagen (siehe Abbildung 1.4). Zur Bestimmung der Inkompressibilität von Kernmaterie erschließt sich der Hochdichtebereich mit Hilfe der Subschwellenproduktion von K^+ -Mesonen, da sie durch die Erzeugung unterhalb der Produktionsschwelle in freien Nukleon-Nukleon-Stößen vorwiegend aus der Hochdichtephase stammen und gleichzeitig eine große mittlere freie Weglänge in Kernmaterie besitzen. Hierfür

sagen Transportmodellrechnungen einen deutlichen Einfluß der Inkompressibilität auf die K^+ -Produktion voraus, der mit abnehmender Projektilenergie zunimmt. Allerdings muß zu einer detaillierten Analyse der K^+ -Produktion hinsichtlich der Inkompressibilität von Kernmaterie die Auswirkung des sogenannten In-Medium Kaon-Nukleon-Potentials beachtet werden (siehe dazu Kapitel 5).

Konzept der durchgeführten Experimente

Im schweren Reaktionssystem Au+Au sagen Transportmodellrechnungen einen deutlichen Einfluß der Inkompressibilität auf die K^+ -Produktion vorher. Dagegen erwartet man in leichten Reaktionssystemen gegenüber der Grundzustandsdichte wenig erhöhte Baryondichten, wodurch die Produktionswahrscheinlichkeit von K^+ -Mesonen nur geringfügig oder sogar vernachlässigbar von der Inkompressibilität abhängt. Der Vergleich zwischen der K^+ -Produktion im schweren zu der im leichten Reaktionssystem als Funktion der Projektilenergie sollte den Einfluß der Inkompressibilität auf die Produktion von K^+ -Mesonen deutlich zeigen. Zudem bietet eine "Relativmessung" den Vorteil, experimentelle als auch - was den notwendigen Vergleich mit Transportmodellen betrifft - theoretische Unsicherheiten teilweise zu eliminieren. Dies motiviert die Messung von K^+ -Mesonen in folgenden Reaktionssystemen:

$^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$	$E_{\text{Strahl}} = 0.6 - 1.5 \text{ AGeV}$
$^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$	$E_{\text{Strahl}} = 0.8 - 2.0 \text{ AGeV}$

Kapitel 2

Das Kaonenspektrometer

2.1 Überblick

Das in Abbildung 2.1 gezeigte Kaonenspektrometer ist am Strahlplatz C des Schwerionensynchrotrons (SIS) der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt aufgebaut [Sen93]. Es wurde speziell zum Nachweis von K -Mesonen konzipiert, die mit geringer Häufigkeit in Schwerionenreaktionen mit Einschußenergien unterhalb ihrer Produktionsschwelle in freien Nukleon-Nukleon-Stößen erzeugt werden ($p : \pi^+ : K^+ \approx 10^4 : 10^3 : 1$ bei Strahlenergien um 1 GeV/Nukleon).

Das doppelt-fokussierende Magnetsystem besteht aus einem Dipolmagneten (maximale magnetische Flußdichte $B_D=1.9$ T in 20 cm Luftspalt, Gewicht ca. 100 t) und einem Quadrupolmagneten, der durch seine Fokussiereigenschaft in vertikaler Richtung zur Vergrößerung des Raumwinkels auf 15-35 msr (impulsabhängig) dient. In Tabelle 2.1 sind die verwendeten magnetischen Flußdichten B_D und die korrespondierenden Impulsbereiche aufgeführt, die jeweils ein Impulsband von $p_{max}/p_{min} \approx 2$ abdecken.

B_{Dipol} [T]	Impulsbereich Δp_{lab} [GeV/c]
0.35	0.156–0.296
0.6	0.267–0.507
0.9	0.400–0.760
1.4	0.622–1.182
1.9	0.756–1.436

Tabelle 2.1: *Impulsbereiche der Magnetfeldeinstellungen*

Um die Verluste durch den Zerfall der Kaonen im Flug ($c\tau_{K^\pm} \cong 3.7$ m) möglichst gering zu halten, wurde eine kompakte Bauweise mit Trajektorienlängen vom Target zur Fokalebene zwischen 5 und 6.5 m gewählt. Zur Untersuchung in Abhängigkeit des Laborwinkels Θ_{lab} sind die Magnete und der größte Teil des Detektorsystems auf einer Plattform montiert, die mit Luftkissen angehoben werden kann und Drehungen um den Targetpunkt zwischen $\Theta_{lab}=0^\circ$ und 115° ermöglicht.

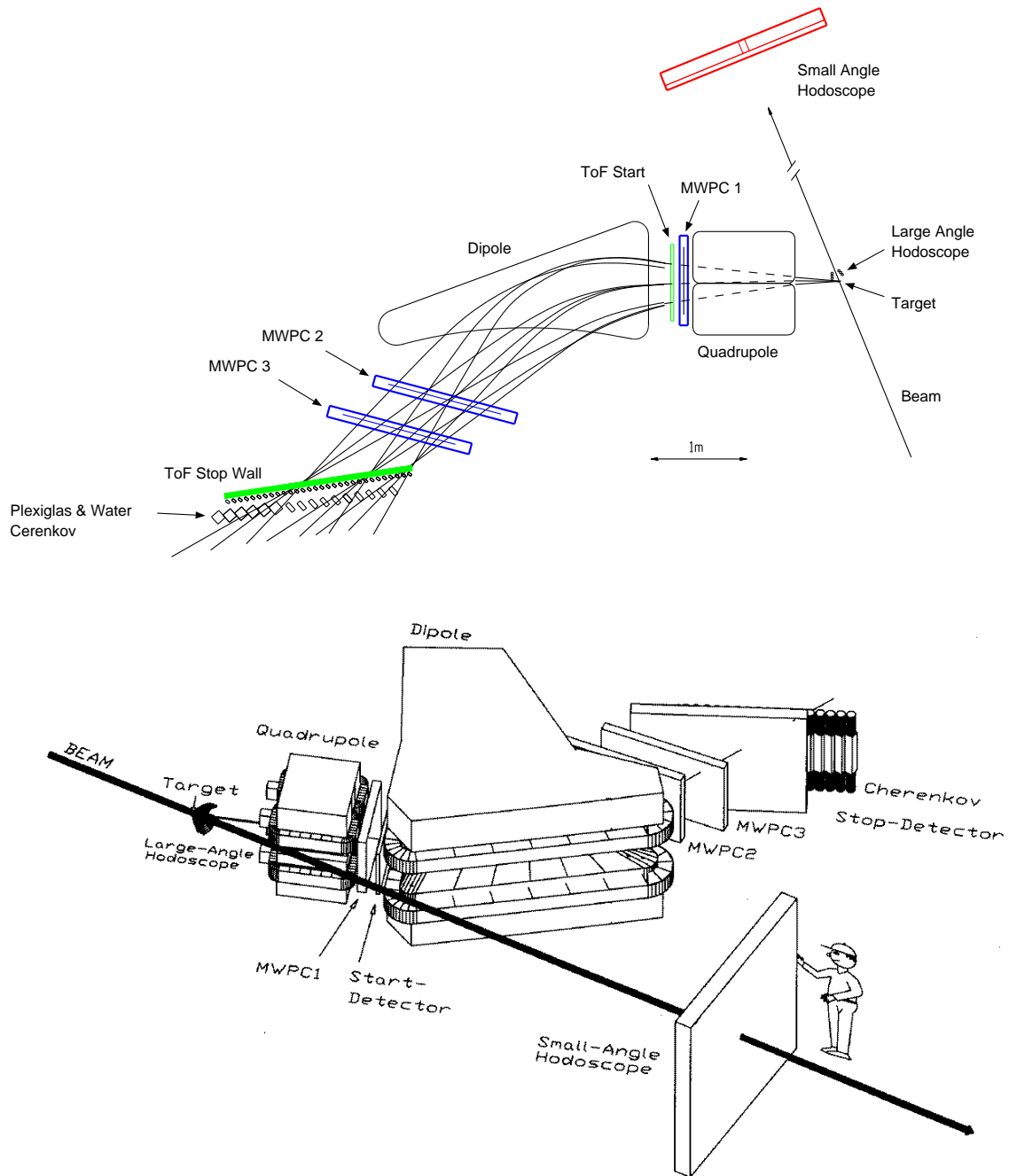


Abbildung 2.1: Aufsicht (oben) bzw. dreidimensionale Ansicht des Kaonenspektrometers

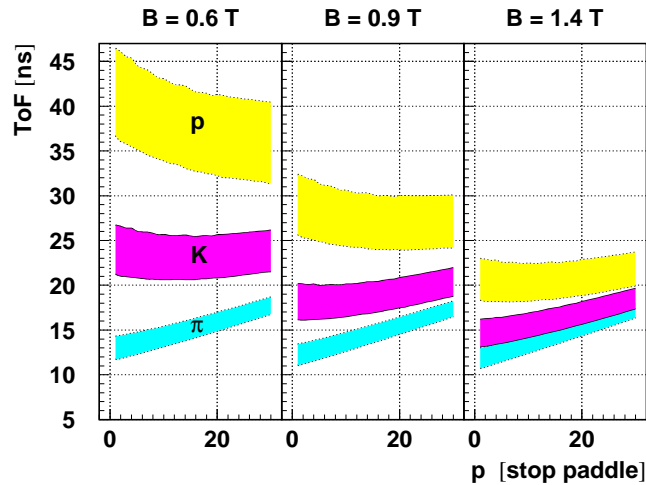


Abbildung 2.2: Aufgetragen sind die Flugzeiten zwischen dem Start- und Stoppdetektor von Pionen, Kaonen und Protonen über der getroffenen Streifennummer des Stoppdetektors (*stop paddle*). Kleine Streifennummern entsprechen kleinen Impulsen.

Der Kaonentrigger

Um die seltenen Kaonereignisse bei Projektilenergien um 1 AGeV für die Datenaufnahme anzureichern, wird ein Flugzeittrigger eingesetzt, der Teilchen aufgrund ihrer Flugzeiten zwischen Start- und Stoppdetektor selektiert. Mit ihm gelingt im Impulsbereich von 0.3 bis 0.8 GeV/c ($B_D=0.6$ und 0.9 T) eine Unterdrückung von Protonen mit einem Faktor 200 bis 1000 und Pionen bis zu einem Faktor 10. Wie Abbildung 2.2 zeigt, ist in den Impulsbereichen von $B_D=0.6$ und 0.9 T die Trennung der Protonen und Pionen von den Kaonen mittels ihrer Flugzeit sehr gut möglich, was sich jedoch mit zunehmendem Impuls verschlechtert. Bei hohen Impulsen (1.4 und 1.9 T) wird daher ein Schwellen-Cherenkovdetektor als zusätzliche Triggerbedingung verwendet, wodurch eine Unterdrückung von Protonen um insgesamt einen Faktor 4000 erzielt wird [Sen93].

Die Teilchenidentifikation

Aufgrund der Abbildungseigenschaften des Magnetsystems werden geladene Teilchen gleichen Impulses, die unter verschiedenen polaren Winkeln am Target emittiert wurden, auf einen Ort in der Fokalebene abgelenkt. Damit ergibt sich aus dem Durchstoßort in der Fokalebene der Impuls pro Ladung p/z . Bei gleichzeitiger Messung der Flugzeit zwischen den Flugzeitdetektoren (Targethodoskop, Start- und Stoppdetektor) lassen sich die Teilchen identifizieren, was in Kapitel 3.3.4 näher erläutert wird.

Im Fall mehrerer Ereignisse im Spektrometer muß zunächst eine Rekonstruktion der Teilchenbahnen durchgeführt werden (siehe Kapitel 3.3), wozu die drei großflächigen Viel-

drahtproportionalkammern MWPC-1,-2 und -3 verwendet werden. Mit ihrer Hilfe wird eine wirksame Unterdrückung von Untergründereignissen in der Datenanalyse ermöglicht. Hierzu zeigt Abbildung 2.3 Massenverteilungen $(m/z)^2$ für den mittleren Impulsbereich ($B_D=0.9$ T, $\Delta p_{lab}=0.4-0.76$ GeV/c) aus Au+Au-Reaktionen mit 0.8 AGeV Projektilenergie. Die unausgefüllte Kurve zeigt eine Messung mit minimalem Spektrometertrigger (Koinzidenz zwischen Start- und Stopptektor). Im Fall der Messung mit Flugzeittrigger wurde die Zählrate der Pionen um ca. einen Faktor zwei und die der Protonen um etwa einen Faktor 200 reduziert (hell gefärbte Fläche). Werden zusätzlich in der Datenanalyse speziell auf die Identifikation von K^+ -Mesonen optimierte Auswahlkriterien angewendet, so kann die Anzahl der Pionen und Protonen stark reduziert werden. Es lassen sich dann K^+ -Mesonen mit sehr gutem Signal/Untergrund-Verhältnis bei hoher Schnitoeffizienz identifizieren (dunkel gefärbte Massenverteilung).

Die Ereignis-Charakterisierung

Die Charakterisierung eines Schwerionenstoßes erfolgt anhand des Stoßparameters und der Reaktionsebene. Hierfür ist das Kaonenspektrometer mit dem Targethodoskop (Large-Angle Hodoscope) und dem Kleinwinkelhodoskop (Small-Angle Hodoscope) ausgestattet. Die Multiplizität geladener Teilchen im Targethodoskop ist ein Maß für die Zentralität der Reaktion. Mit dem Kleinwinkelhodoskop wird die Reaktionsebene des Stoßes bestimmt. Hierzu werden anhand der Flugzeit die an der Reaktion teilnehmenden Nukleonen (“Partizipanten”) von denen des Projektil- und Targetrestkerns (“Spektatoren”) unterschieden. Zur Identifikation der geladenen Teilchen dient der Energieverlust in den Szintillatoren und die Flugzeit zwischen Target- und Kleinwinkelhodoskop [Shi92].

Bestimmung des Strahlstroms

Um einen Wirkungsquerschnitt ermitteln zu können, wird die Messung der Anzahl von Strahlteilchen notwendig. Hierzu dient ein Strahlmonitorzähler, der aus zwei in Rückwärtsrichtung ($\pm 110^\circ$) am Target aufgebauten Teleskopen mit jeweils drei Plastikszintillatoren (NE 104, $35 \times 35 \times 4$ mm³) besteht [Bec93]. Ein zu zählendes Ereignis ist durch eine Dreifachkoinzidenz der Module eines Teleskoparms definiert. Hierdurch wird gewährleistet, daß auch bei hoher Strahlintensität die Zählrate des Strahlmonitorzählers proportional zur Anzahl der Strahlteilchen ist. Geeicht wird der Strahlmonitorzähler mit Hilfe eines Plastikszintillators (B1) ($20 \times 20 \times 1$ mm³ oder $10 \times 10 \times 1$ mm³), der sich lediglich während der Eichmessungen bei verringerter Strahlintensität (10^5 Teilchen/Spill) vor dem Target im Strahlengang befindet und direkt die Anzahl der Strahlteilchen mißt.

2.2 Das Detektorsystem

Im Folgenden wird kurz das Detektorsystem des Kaonenspektrometers beschrieben. Eine ausführliche Beschreibung des Magnet- und Detektorsystems findet sich in [Sen93].

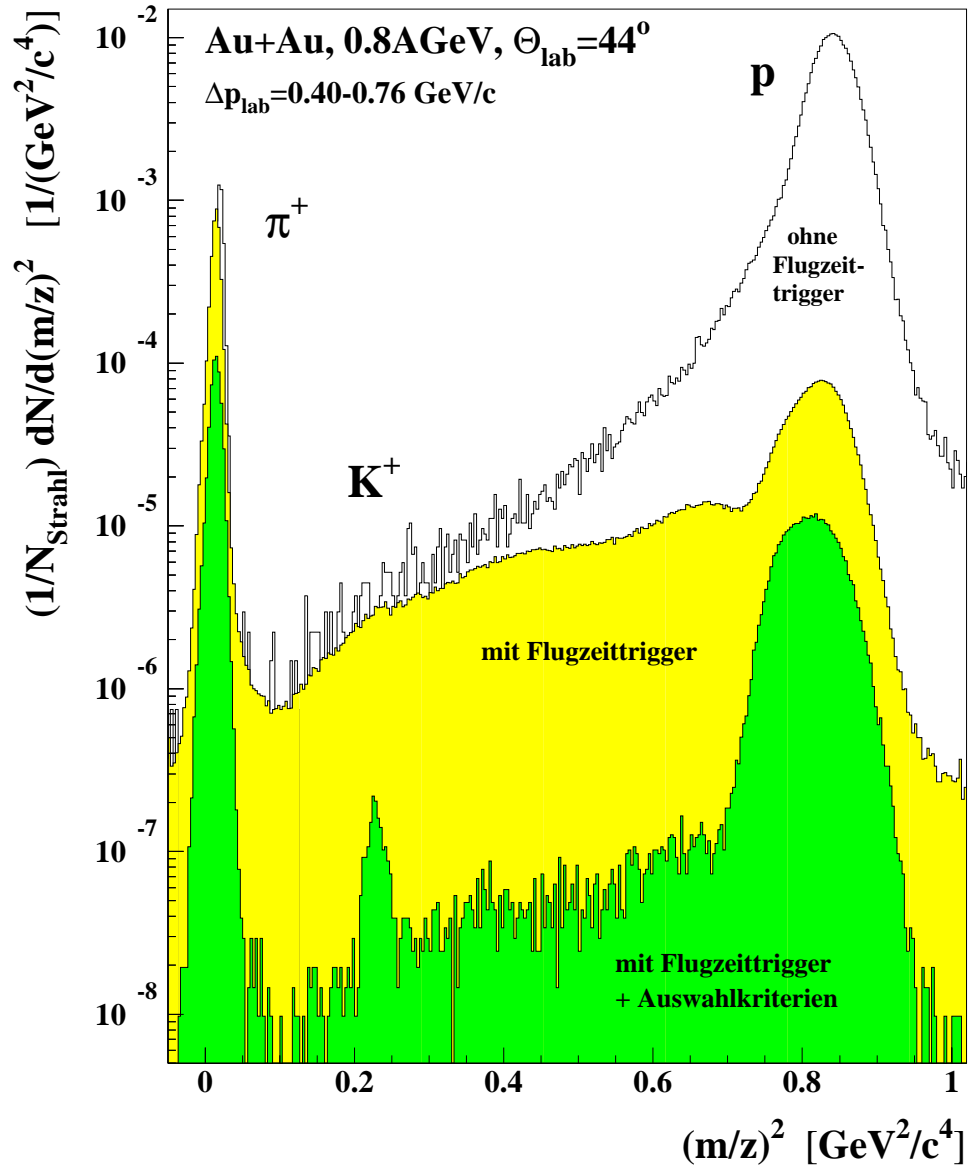


Abbildung 2.3: Massenverteilungen $(m/z)^2$ aus Au+Au-Reaktionen mit 0.8 AGeV Projektilenergie: Abgebildet ist eine Messung ohne bzw. mit Flugzeittrigger, der Pionen und Protonen unterdrückt. Werden zusätzlich Auswahlkriterien in der Datenanalyse verwendet, so wird die dunkel gefärbte Massenverteilung erhalten.

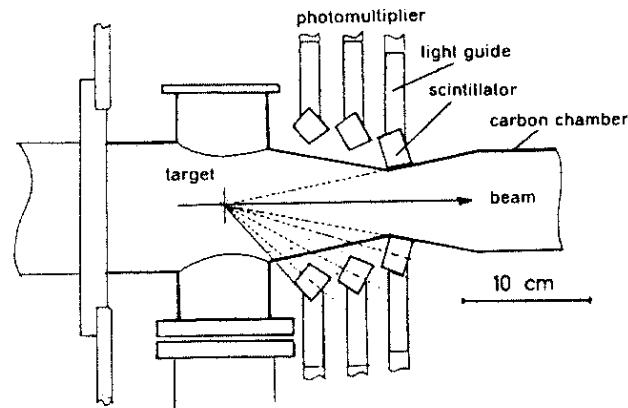


Abbildung 2.4: Längsschnitt durch das Targethodoskop und die Targetkammer.

- **Das Targethodoskop**

Das Targethodoskop (Large Angle Hodoscope) ist um die Targetkammer aufgebaut (Abbildung 2.4) und besteht aus drei Ringen mit insgesamt 84 Plastikszintillatoren (Pilot F, Dicke 2 cm), die mit Photovervielfachern des Typs Hamamatsu R 3478 ausgelesen werden. Die einzelnen Ringe befinden sich in einem Abstand von 8 cm, 10.5 cm und 13 cm vom Targetort. Insgesamt deckt der Detektor einen Winkelbereich von $12^\circ \leq \Theta_{lab} \leq 48^\circ$ (von der Strahlachse aus) ab. Um die Zählrate der Knock-on-Elektronen vom Target zu reduzieren, wurde jedes Modul mit 1.5 mm Bleifolie abgeschirmt. Die intrinsische Zeitauflösung des Detektors beträgt 180 ps (FWHM).

- **Der Flugzeitstartdetektor**

Der Flugzeitstartdetektor (ToF Start, Start-Detector) [Wag92] besteht aus 16 vertikal angeordneten Plastikszintillatorstreifen (NE 104) von je $220 \times 30 \times 40 \text{ mm}^3$, die an beiden Enden durch Photovervielfacher (Hamamatsu R 3478) ausgelesen werden. Die intrinsische Zeitauflösung beträgt ca. 350 ps (FWHM).

- **Der Flugzeitstopdetektor**

Der Flugzeitstopdetektor (TOF Stop Wall, Stop-Detector) [Koh90, Pop93] besitzt 30 vertikal angeordnete Plastikszintillatorstreifen (Pilot F) mit einer Größe von je $380 \times 37 \times 20 \text{ mm}^3$. An beiden Enden werden die Szintillatoren durch Photovervielfacher des Typs Hamamatsu R 1828 ausgelesen. Die intrinsische Zeitauflösung des Detektors wurde zu 100 ps bestimmt. Da der Detektor in der Fokalebene des Spektrometers aufgebaut ist, ergibt sich mit einer Auflösung von etwa 4% der Impuls aus der Nummer des Szintillatorstreifens.

- **Vieldrahtproportionalkammern**

Die drei zweistufigen Vieldrahtproportionalkammern (MWPC - Multi Wire Proportional Chamber) sind zwischen Quadrupol- und Dipolmagneten (MWPC-1) [Gei93]

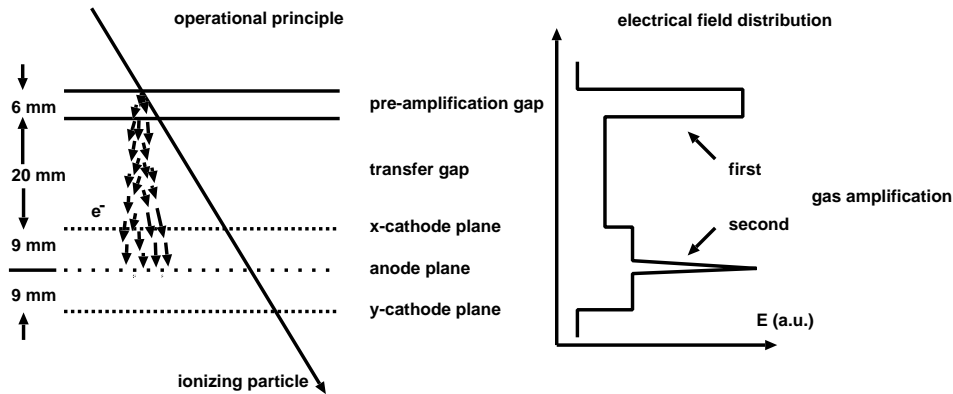


Abbildung 2.5: Schematisch gezeigt ist der Aufbau sowie die typische Feldstärkenverteilung einer zweistufigen Vieldrahtproportionalkammer (MWPC).

und zwischen dem Austrittsfenster des Dipolmagneten und der Fokalebene (MWPC-2 und -3) [Sar91] positioniert. Sie besitzen aktive Flächen von $60\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ (MWPC-1) bzw. $120\text{ cm} \times 35\text{ cm}$ (MWPC-2 und -3).

Das ursprüngliche Design einer Vieldrahtproportionalkammer geht auf Charpak zurück [Cha70]. Um die Raumladungsgrenze für gewöhnliche Vieldrahtproportionalkammern zu überschreiten, wurden vielstufige Vieldrahtproportionalkammern entwickelt [Bre79], in denen die notwendige Gasverstärkung auf mehrere Stufen verteilt wird. Der hier verwendete zweistufige Typ wurde vom Detektorlabor der GSI auf den Nachweis von Reaktionsprodukten aus Schwerionenreaktionen, was sowohl minimalionisierende Teilchen wie Pionen als auch Fragmente ($Z > 1$) einschließt, weiterentwickelt [Ste91]. Das zweistufige Prinzip beruht auf der Kombination einer Vorverstärkungsstufe - ähnlich eines Parallelplattenzählers - mit einer gewöhnlichen Vieldrahtproportionalkammer (siehe linke Seite der Abbildung 2.5). Bei Durchtritt ionisierender Teilchen durch die Vorverstärkungsstufe (pre-amplification gap) werden im Zählgas primäre Elektronen ausgelöst, die wiederum durch Stoßionisation sekundäre Elektronen herausschlagen (Townsend-Mechanismus). Die Elektronenlawine driftet durch den Transferbereich (transfer gap) zur Anodenebene und wird in der Umgebung der Anodendrähte ($20\mu\text{m}$ Durchmesser) erneut durch Stoßionisation verstärkt. Hierbei tritt Gasverstärkung in der Vorverstärkungsstufe um ca. einen Faktor 100 und unmittelbar in der Umgebung der Anodendrähte um etwa einen Faktor 1000 auf (siehe rechte Seite der Abbildung 2.5). Durch das Abfließen der Elektronen auf die Anodendrähte und die Fortbewegung der Ionen von den Anodendrähten wird ein Signal negativer Polarität auf der Anodenebene erzeugt. Dieses beeinflusst auf beide Kathodenebenen (x- und y-cathode plane) gleichermaßen ein Signal positiver Polarität. Mit Hilfe einer Schwerpunktbildung der beeinflussten Ladungsverteilung auf den Kathodenebenen werden die x- und y-Koordinate des Durchstoßortes in der Vorverstärkungsstufe gewonnen. Es ergibt sich hieraus eine Ortsauflösung von ca. 0.5 mm

(FWHM) [Sar91].

Die ursprünglich verwendete Gasmischung, bestehend aus 85.5% Argon, 9.5% Methan und 5% Isobutan [Sar91], führte langfristig zu Ablagerungen auf den Anoden- und Kathodendrähten [Wag94]. Diese Alterungserscheinungen verursachten Effizienzverlust und instabilen Betrieb. Daraufhin wurde eine neue Zusammensetzung gesucht und in der Gasmischung 78% Argon, 20% CO₂ und 2% n-Heptan gefunden [Stu96]. Seither konnten damit Experimente auch mit schweren Projektilen bei hohen Strahlströmen durchgeführt werden, wobei die Nachweiswahrscheinlichkeit für minimalionisierende Teilchen größer als 95% betrug. Es wurden bisher keine nennenswerten Alterungserscheinungen beobachtet.

Um Ereignismultiplizitäten größer als eins auswerten zu können, wird eine Einzelkanaalauslese durchgeführt [Bal93]. Jeweils fünf Kathodendrähte (Abstand 1 mm) wurden zu einem Kanal zusammengefaßt, dessen Signale mit einem ladungsempfindlichen Verstärker mit Gaußfilter verstärkt werden.

- **Der Cherenkovdetektor**

Der Cherenkovdetektor ist als Geschwindigkeitsschwellendetektor aus 10+6 Cherenkovzählern hinter der Fokalebene aufgebaut [Mis94b]. Mit den Materialien Plexiglas (10×, Schwelle $\beta = 0.67$) auf der Seite niedrigerer Impulse und Wasser (6×, Schwelle $\beta = 0.75$) dient er der Protonenunterdrückung.

- **Das Kleinwinkelhodoskop**

Das Kleinwinkelhodoskop (Small Angle Hodoscope) [Bri93] besteht aus 380 Plastikszintillatoren, die auf einer Fläche von 1.9 m x 2.2 m angeordnet sind. Es befindet sich in einer Entfernung von 7 m strahlabwärts vom Target und deckt einen Winkelbereich von $0.5^\circ \leq \Theta_{lab} \leq 7^\circ$ horizontal bzw. $\leq 13^\circ$ vertikal ab.

2.3 Das Datenaufnahmesystem

In Abbildung 2.6 ist ein Blockschaltbild des am Kaonenspektrometer eingesetzten Datenaufnahmesystems dargestellt. Es ist unterteilt in einzelne Datenzweige, die durch die verschiedenen Detektorgruppen gegeben sind.

Die Energieverlust- bzw. Zeitsignale der Flugzeitdetektoren aber auch des Kleinwinkelhodoskops werden mit Hilfe von Fastbus QDCs¹ und -TDCs² digitalisiert. Anschließend werden sie über eine SMI-Einheit (Segment-Manager-Interface), welche die Pedestals (Sockelwerte) dieser ADCs³ subtrahiert, ausgelesen. Die Daten oberhalb einer Schwelle werden an das zugehörige EBI (Eventbuilder-VSB-Interface) weitergeleitet und dann mittels einer VSB-Verbindung an einen E7-VME-Prozessor übergeben.

Die Signale der getroffenen MWPC-Kanäle werden mit einem 8-Bit Flash ADC digitalisiert. In Gruppen von je 16 Kanälen werden sie von einem Transputer (T225, 16-Bit)

¹QDC: Charge to Digital Converter

²TDC: Time to Digital Converter

³ADC: Analog to Digital Converter

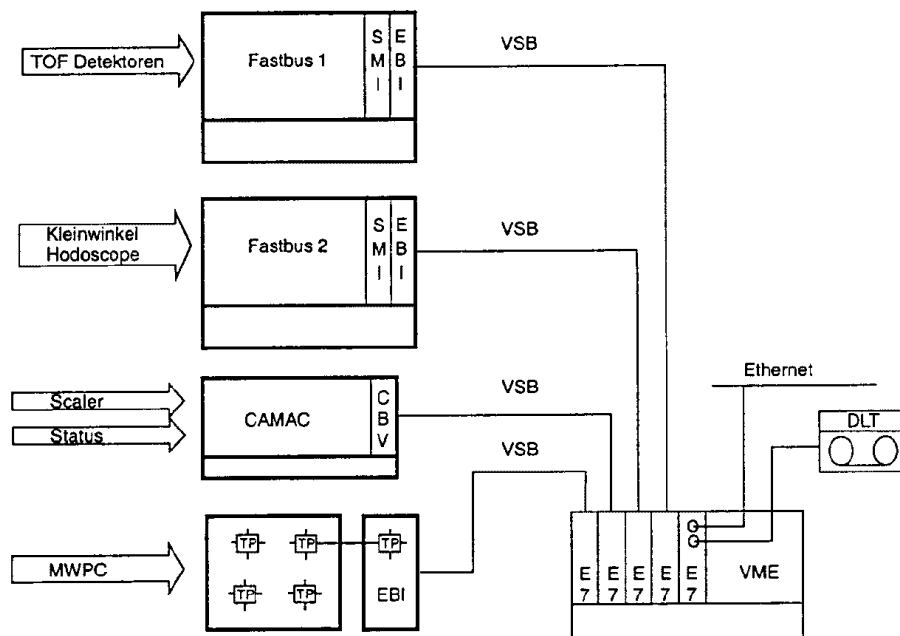


Abbildung 2.6: Das Datenaufnahmesystem des Kaonenspektrometers

ausgelesen. Mit einer zum Teil baumartigen Topologie des Transputersystems werden sämtliche Kanäle der drei MWPCs zu einem Ereignis zusammengefaßt und zu einem speziellen EBI weitergeleitet [Bal93].

Die Aufgabe des CAMAC-Zweiges ist es, sowohl Status-Informationen wie z.B. den Triggertyp als auch Zählraten z.B. der Strahlmonitorzähler aufzuzeichnen.

Für jeden Zweig erzeugen die E7-VME-Prozessoren ein eigenes Subevent, das in ein VME-System übergeben wird. Eine Master-E7 verknüpft die einzelnen Subevents zu einem Gesamtevent und transferiert die Daten zur Speicherung auf ein DLT-Laufwerk (Digital Linear Tape) bzw. für die Online-Analyse in das Ethernet. Mit diesem beschriebenen System werden Datentransferraten von maximal 1.5 MByte/s erreicht.

Kapitel 3

Datenanalyse

Die aus der Datenaufnahme gewonnenen Datensätze im “List-Mode”-Format enthalten etwa 75000 Ereignisse mit einer mittleren Ereignisgröße von ca. 2 kB. In den etwa 150 MB großen Rohdatensätzen ist die Energieverlust- und Zeitinformation der Photoelektronenvervielfacher der Szintillationszähler und Cherenkovdetektoren in QDC- und TDC-Kanälen gespeichert. Die Ortsinformation der Vieldrahtproportionalkammern liegt in Nummern der getroffenen Kanäle bzw. ihre Ladungsverteilung in ADC-Werten vor. In den drei hier analysierten Experimenten wurden zusammen 3400 Rohdatensätze mit einem Gesamtdatenvolumen von ca. 0.5 TB aufgezeichnet.

In einem ersten Datenkompressionsschritt - der **Detektorkalibrierung** (Kapitel 3.1) - werden die Flugzeit- und Energieverlusteichung der Szintillationszähler vorgenommen und aus den getroffenen Kanälen in den Vieldrahtproportionalkammern Ereignisse aufgefunden (“peak finding”). Damit liegt der Energieverlust in Einheiten von minimalionisierenden Teilchen, die Zeitinformation in der Einheit [ns] und die Durchstoßorte in den Vieldrahtproportionalkammern in der Einheit [cm] vor. Um den notwendigen Speicherplatz für die Daten zu minimieren, werden nun die kalibrierten Detektorinformationen in einer dynamischen Datenstruktur, deren Ereignisgröße von der Multiplizität des Ereignisses im Spektrometer abhängt, gespeichert. Diese sogenannten **Data Summary Tapes** (DSTs) besitzen eine mittlere Größe von 40 MB pro Datensatz.

Der zweite Kompressionsschritt besteht aus einer **Trajektorienrekonstruktion** (Kapitel 3.3). Aus jedem DST werden etwa 60000 Spurkandidaten rekonstruiert, wobei die Anzahl der Spurkandidaten mit dem ausgewählten Impulsbereich und der Triggereinstellung variiert. Zu den ermittelten Spurkandidaten werden u.a. Impuls und Masse errechnet. Die Informationen werden in sogenannte “row wise N-tuples” mit einer mittleren Datensatzgröße von ca. 15 MB gespeichert. Zur Untergrundreduktion werden auf die Menge der Spurkandidaten effiziente Auswahlkriterien angewandt (Kapitel 3.3.3). Anschließend erfolgt die Teilchenidentifikation (Kapitel 3.4) sowie Akzeptanz- und Effizienzkorrekturen (Kapitel 3.5), um letztendlich den doppelt-differentiellen Produktionswirkungsquerschnitt im Laborsystem $d^2\sigma/(dpd\Omega)_{lab}$ zu erhalten.

3.1 Detektorkalibrierung

Vieldrahtproportionalkammern

Die Kalibration der Vieldrahtproportionalkammern besteht im wesentlichen im Auffinden von Treffern aus der Menge der angesprochenen Kanäle. Bedingt durch die Einzelkanalauslese der MWPCs erfolgt dies getrennt für die x- und y-Kathode. Die x- und y-Koordinaten der Durchstoßorte ergeben sich dann anhand einer Schwerpunktbildung der jeweiligen Ladungsverteilung, woraus eine Ortsauflösung von etwa 0.5 mm resultiert. Damit die gute Ortsauflösung zur Spurrekonstruktion eingesetzt werden kann, werden die exakten Positionen der MWPCs mit Experimentdaten bestimmt (Kapitel 3.3.2). Erst mit Hilfe der Spurrekonstruktion können die zu einem Durchstoßort gehörigen x- und y-Koordinaten ermittelt werden.

Flugzeit- und Energieverlusteichung der Szintillationszähler

Die Flugzeit - und Energieverlusteichung der Photovervielfacher wird mit negativ geladenen Pionen¹ durchgeführt, die im Impulsbereich von $\Delta p = 0.267\text{-}0.507 \text{ GeV}/c$ ($B_D = 0.6 \text{ T}$) gemessen werden. Da nur sehr wenige gestreute Protonen die Fokalebene erreichen und zusätzlich die Eichmessungen mit geringer Strahlintensität durchgeführt werden, wodurch der Anteil von zufälligen Koinzidenzen gering ist, enthält der Datensatz nahezu untergrundfreie Pionen.

Die Eindeutigkeit bei der Flugzeitkalibration wird dadurch gewährleistet, daß zur Eichprozedur nur solche Ereignisse verwendet werden, in denen sowohl der Start- als auch der Stoppdetektor nur einen Treffer aufweisen. Mit einer Monte-Carlo-Simulation des Programmpakets GEANT [CNA93], [Schi91] wird für Pionen im Impulsbereich von $B_D = 0.6 \text{ T}$ die Spurlänge und Sollflugzeit für jede der $16 \cdot 30 = 480$ Kombinationen aus Start- und Stoppdetektorstreifen berechnet. In der GEANT-Simulation ist die Geometrie und eine dreidimensionale Magnetfeldkarte einschließlich des gesamten Detektorsystems enthalten. Im Vergleich zwischen den gemessenen Zeiten und den Sollwerten werden additive Korrekturparameter für alle Kombinationen aus Start- (D_i) und Stoppdetektormodulen (F_j) berechnet:

$$\Delta t_{D_i F_j}^{Korr} = \Delta t_{D_i F_j}^{GEANT} - \Delta t_{D_i F_j}^{Mess} \quad , \quad i = 1 \dots 16 \quad j = 1 \dots 30 \quad , \quad (3.1)$$

wobei die Zeiten der einzelnen Start- und Stoppdetektorstreifen durch Mittelung der Zeiten ihrer beider Photovervielfacher (oben/unten) bestimmt werden. Zur Energieverlustkalibration wird ausgenutzt, daß Pionen im Impulsbereich von $\Delta p = 0.267\text{-}0.507 \text{ GeV}/c$ minimal ionisierend sind. Die digitalisierten Werte der Pionenenergieverluste in den einzelnen Szintillatoren werden einheitlich auf einen festen willkürlichen Wert geeicht.

In Schwerionenreaktionen um 1 GeV pro Nukleon werden im Targethodoskop hauptsächlich Protonen nachgewiesen, die an der Reaktion teilgenommen haben ("Partizipanten"). Daher wird eine über alle getroffenen Module gemittelte Zeit im Folgenden als Reaktionszeit t_0 bezeichnet. Zur Flugzeiteichung zwischen Targethodoskop und Start-

¹Hierbei war die Polarität des Magnetsystems auf Ablenkung von negativ geladenen Teilchen in die Fokalebene eingestellt.

bzw. Stoppdetektor wird ein für das Targethoskop globaler additiver Korrekturparameter bestimmt, der sich für Pionen aus der mit GEANT berechneten Flugstrecke und der gemessenen Zeit t_0 ergibt.

3.2 Bestimmung des Reaktionszeitpunktes

Das Targethoskop erfüllt zwei wichtige Aufgaben: die Multiplizität der getroffenen Module ist ein Maß für die Zentralität der Reaktion und zusammen mit dem Start- und Stoppdetektor ermöglicht es eine zweifache Flugzeitmessung. Zur Selektion von Spurkandidaten ist der Vergleich zwischen den beiden Flugzeitmessungen die effektivste Methode am Kaonenspektrometer.

Beide experimentellen Observablen benötigen eine möglichst genaue Information, welche der Ereignisse im Targethoskop zu einer Reaktion gehören bzw. durch sekundäre Prozesse Untergründereignisse darstellen. Bei Schwerionenreaktionen mit hoher Strahlintensität sind vielfältige Untergrundquellen am Ort des Targethoskops vorhanden. Der Detektor wird z.B. von zahlreichen Knock-on-Elektronen aus dem Target getroffen. Aber auch die Kollision von Ionen aus dem Strahlhalo mit Targetrahmen oder -kammer tragen zum Untergrund bei. Hinzu kommt, daß bei hoher Strahlintensität mehr als eine Reaktion innerhalb des aktiven Zeitfensters vom Targethoskop nachgewiesen werden kann. Wird das Target mit 10^8 Ionen/s beschossen, was eine häufig auftretende Situation in C+C-Reaktionen bei niedrigen Einschußenergien darstellte, so beträgt bei einer dreiprozentigen Wechselwirkungswahrscheinlichkeit im Target die Wahrscheinlichkeit 12%, daß mehr als eine Reaktion in das Zeitfenster von 200 ns fallen. Die Wahrscheinlichkeit für solche "pile-up"-Reaktionen vergrößert sich zusätzlich durch Intensitätsschwankungen des Ionenstrahls während der Extraktion.

Die vor dieser Arbeit benutzte Methode zur Bestimmung der Treffermultiplizität und Reaktionszeit wurde für Au+Au-Experimente entwickelt, die mit niedriger Strahlintensität durchgeführt wurden. Sie besteht darin, die Reaktionszeit durch Mittelung aller Einzelzeiten bzw. die Treffermultiplizität durch Summation aller Treffer im Targethoskop zu bestimmen. In der nun folgenden Untersuchung wird gezeigt, daß diese Methode bei hohen Strahlintensitäten zu einer extrem verschlechterten Auflösung führt. Zum Beispiel könnten so zwei semizentrale Reaktionen als ein zentrales Ereignis interpretiert werden. Auch die durch Mittelung bestimmte Reaktionszeit eines solchen "zusammengesetzten" Ereignisses kann zum Verwerfen dieses Ereignisses im Flugzeitvergleich führen. Die im Folgenden beschriebene "Cluster-Methode" zur Bestimmung der Reaktionszeit und Treffermultiplizität im Targethoskop wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt.

Die Clusterseparationsbedingung

Alle aufgeführten Ursachen, die die Auflösung der Reaktionszeit und Treffermultiplizität verringern, sind mit der Strahlintensität korreliert. Um nun die Qualität der beiden Meßgrößen nahezu unabhängig von der Strahlintensität zu erhalten, bedarf es einer Separation der Ereignisse im Targethoskop, die in einer späteren Phase der Datenanalyse eine Unterscheidung von Untergrund und Reaktion bzw. zwischen zwei oder mehreren Reaktionen

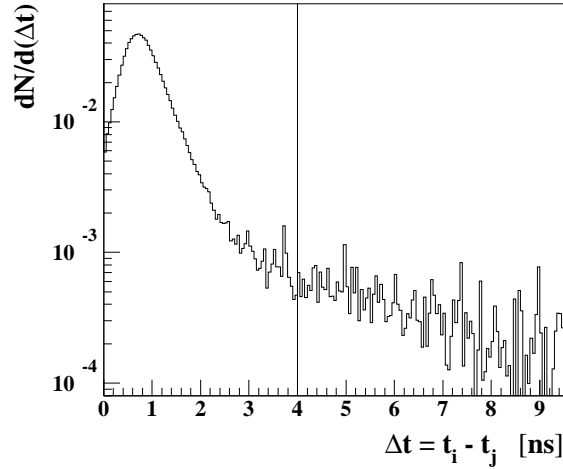


Abbildung 3.1: Zeitdifferenzen der Treffer im Targethodoskop: Es handelt sich um $Au+Au$ -Reaktionen mit einer Strahlintensität von etwa 10^5 Ionen pro Sekunde.

zuläßt. Betrachtet man von einzelnen Ereignissen das Gesamtzeitspektrum der TDC-Werte aller getroffenen Targethodoskopmodule, so findet man, daß die TDC-Werte sich zu klar getrennten Anhäufungen gruppieren, die im Folgenden als Cluster bezeichnet werden. Die Variation der TDC-Werte innerhalb der Cluster $\Delta t_i^{Cluster}$ sind gering im Vergleich zu den Zeitabständen zwischen Clustern:

$$\Delta t_i^{Cluster} \ll \Delta t_{Cluster_\mu - Cluster_\nu} \quad . \quad (3.2)$$

Um eine Separationsbedingung zu erhalten, werden in Abbildung 3.1 für eine niedrige Strahlintensität die Zeitdifferenzen Δt zwischen den einzelnen getroffenen Targethodoskopmodulen aufgetragen. Man erkennt eine klare Anhäufung der Zeitdifferenzen innerhalb von 2 ns. Um sicherzustellen, daß Cluster möglichst nicht zerteilt werden, wird ein Intervall von $[0,4]$ ns gewählt, so daß als Clusterseparationsbedingung

$$|\Delta t_{ij}^{Cluster}| \leq 4 \text{ ns} \quad (3.3)$$

dient. Hiermit wird das aktive Zeitfenster von 200 ns in mehrere der Größe 4 ns unterteilt. Bei einer Strahlintensität von 10^8 Ionen/s mit einer dreiprozentigen Wechselwirkungswahrscheinlichkeit im Target kann dann die Wahrscheinlichkeit für mehr als ein Ereignis im Zeitfenster vernachlässigt werden.

Als zusätzliche Information zur Trennung der Ereignisse ist der Energieverlust in den Targethodoskopzintillatoren ungeeignet. Die Untergrundereignisse wie die Knock-on-Elektronen besitzen nahezu den gleichen Energieverlust wie die zur Reaktion dazugehörigen Pionen und hochenergetischen Protonen. Zum anderen decken die Produkte aus z. B. zwei Reaktionen im aktiven Zeitfenster gleiche Energieverlustbereiche ab und lassen sich damit im Energieverlust nicht voneinander trennen.

Auswirkung auf die Treffermultiplizität

Die Form der Treffermultiplizitätsverteilung im Targetmethodoskop ist abhängig von der selektierten Teilchenspezies im Spektrometer und deren Produktionsprozeß. Es werden hierzu positiv geladene Pionen ausgewählt. Sie kommen im Impulsbereich von $\Delta p=0.267\text{-}0.507\text{ GeV}/c$, der mit der höchsten Strahlintensität in Au+Au- und C+C-Experimenten gemessen wurde, mit sehr gutem Signal/Untergrund-Verhältnis vor. Die Identifikation der Pionen setzt zunächst eine Spurrekonstruktion (Kapitel 3.3) voraus, deren Spurkandidaten jeweils ein Cluster und damit dessen Reaktionszeit und Treffermultiplizität zugeordnet wird. Die Auswahl einer Untermenge von Spurkandidaten mit Pionenmasse läßt dann den Vergleich mit den Ergebnissen ohne Clusterseparation zu.

In der oberen Hälfte der Abbildung 3.2 sind die Resultate der Clusterseparation in Au+Au- und in der unteren Hälfte für C+C-Reaktionen dargestellt. Hierbei zeigt jeweils die linke Seite Messungen mit geringer und die rechte Seite die Messung mit der jeweils höchsten Strahlintensität. Sowohl bei Au+Au-Reaktionen als auch C+C-Reaktionen wurden Targets mit etwa dreiprozentiger Wechselwirkungswahrscheinlichkeit verwendet. Im Mittel wird im Fall der niedrigen Strahlintensität von 10^5 Ionen pro Sekunde in beiden Stoßsystemen etwa ein Cluster gefunden: $\langle M_{Cluster} \rangle \cong 1$. Die resultierende Multiplizität der getroffenen Module M_T - die Clustergröße - ist grau eingefärbt im Bild unterhalb aufgezeigt. Im Vergleich dazu ist schräg schraffiert die Treffermultiplizitätsverteilung ohne Clusterseparation abgebildet. Bei dieser geringen Strahlintensität liefern beide Methoden sowohl in Au+Au- als auch in C+C-Reaktionen nahezu identische Ergebnisse. Dies zeigt, daß das Zeitfenster der Clusterseparationsbedingung (3.3) nicht zu klein gewählt wurde.

Wird mit hoher Strahlintensität (3×10^7 Ionen/s in Au+Au, 2×10^8 Ionen/s in C+C) gemessen, werden in Au+Au-Reaktionen im Mittel 4.0 bzw. in C+C-Reaktionen 4.9 Cluster pro Ereignis gefunden. Hierbei weist die Clustermultiplizitätsverteilung in C+C-Reaktionen eine um etwa Faktor zwei höhere maximale Multiplizität als in Au+Au auf, was in der um ca. einen Faktor sieben höheren Strahlintensität des Kohlenstoffstrahls begründet liegt. Die Treffermultiplizität M_T nach Anwendung der Clusterseparation (grau gefärbt) unterscheidet sich im Vergleich zur niedrigeren Strahlintensität nur geringfügig, während ohne Clusterseparation (schräg schraffiert) große Unterschiede zu erkennen sind. Dies wird deutlich in der Betrachtung der mittleren Treffermultiplizität, die mit wachsender Strahlintensität in C+C-Reaktionen von $\langle M_T \rangle = 3$ auf 8 ansteigt. Es werden ohne Clusterseparation in C+C-Stößen maximale Treffermultiplizitäten M_T von größer als 30 erreicht. In Au+Au-Reaktionen findet man nach Anwendung der Clusterseparation bei hohen Strahlintensitäten eine maximale Treffermultiplizität von etwa 70, während ohne Clusterseparation Treffermultiplizitäten bis einschließlich 84 auftreten, was der Anzahl von aktiven Modulen des Targetmethodoskops entspricht. Das Maximum der Treffermultiplizitätsverteilung verschiebt sich von 45 auf 58 ohne Clusterseparation.

Um die Ergebnisse nach Anwendung der Clusterseparation bewerten zu können, wird eine einfache Abschätzung der zu erwartenden maximalen Treffermultiplizitäten vorgenommen. Für einen zentralen C+C-Stoß wird die maximale Treffermultiplizität im Targetmethodoskop zu etwa 14 abgeschätzt. Die Abschätzung beinhaltet, daß maximal zwölf Protonen zuzüglich zwei geladener Pionen aus einer C+C-Reaktion bei 0.8 AGeV Einschußenergie das

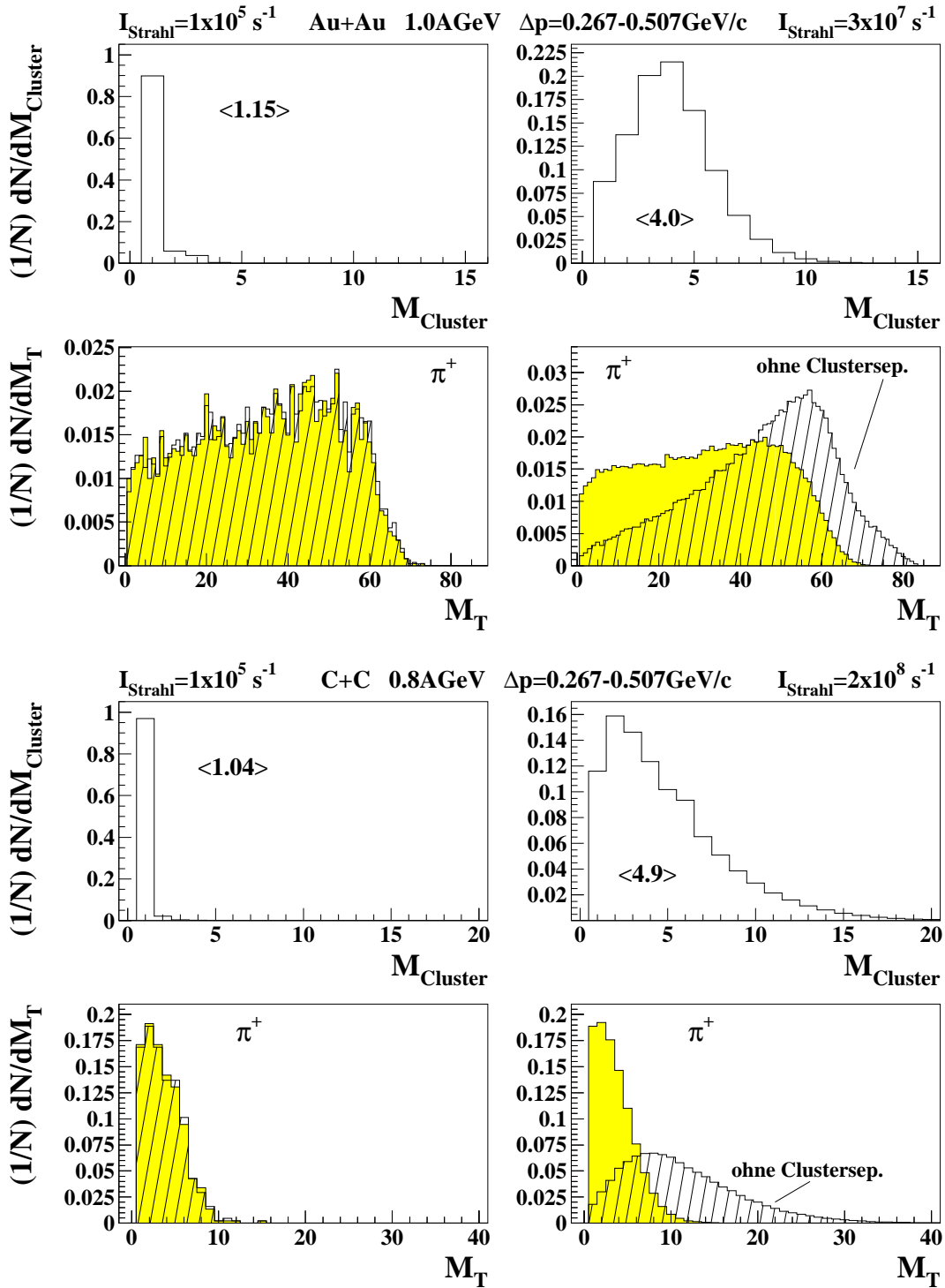


Abbildung 3.2: Abgebildet ist die Multiplizität der gefundenen Cluster M_{Cluster} und grau gefärbt die resultierende Treffermultiplizität M_T im Targetmethodoskop in der oberen Hälfte für Au+Au-Reaktionen und in der unteren Hälfte für C+C-Reaktionen. Die linke Seite der Abbildung zeigt Messungen mit geringer und die rechte Seite mit hoher Strahlintensität. Im Vergleich zu den Ergebnissen mit Clusterseparation wird schräg schraffiert die Treffermultiplizitätsverteilung ohne Clusterseparation überlagert.

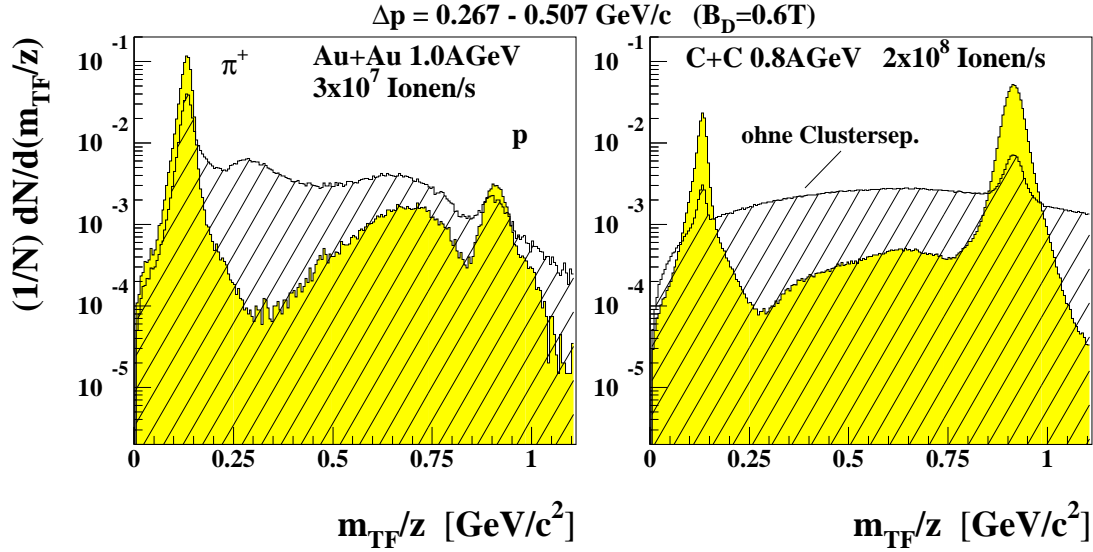


Abbildung 3.3: Massenverteilungen mit (grau gefärbt) und ohne Clusterseparation (schräg schraffiert): Es liegen keine natürlichen Teilchenverhältnisse vor, da beide Datensätze mit Flugzeittrigger gemessen wurden. Zur Massenberechnung diente die Flugzeit zwischen Targetmethodoskop (T) und Stoppdetektor (F).

Targetmethodoskop treffen können. Dies wird experimentell sowohl bei niedriger als auch hoher Strahlintensität bestätigt. Im Fall von Au+Au-Kollisionen läßt die limitierte Anzahl von 84 aktiven Modulen bzw. die Granularität des Targetmethodoskops keine einfache Abschätzung der maximalen Treffermultiplizität zu. In zentralen Au+Au-Kollisionen mit einer Einschußenergie von 1 AGeV treffen maximal 158 Protonen und etwa 20 produzierte geladene Pionen die 84 Module des Targetmethodoskops. Mit der Monte-Carlo-Simulation FREESCO [Fai86], die die Geometrie und Position des Targetmethodoskops enthält, wird die durch Doppeltreffer von Modulen reduzierte maximale Treffermultiplizität zu etwa 70 bestimmt. Die nach Anwendung der Clusterseparation sowohl bei niedrigen als auch bei hohen Strahlintensitäten ermittelten maximalen Treffermultiplizitäten stimmen damit überein.

Auswirkung auf die Reaktionszeit

Die Auswirkung der Clusterseparation auf die Bestimmung der Reaktionszeit wird anhand des Massenspektrums veranschaulicht. Dabei wird zur Massenberechnung die Flugzeit zwischen Targetmethodoskop und Stoppdetektor verwendet. Auch hierzu ist vorweggreifend zu Kapitel 3.3 die Anwendung der Spurrekonstruktion notwendig. In Abbildung 3.3 sind die Massenverteilungen für die bereits diskutierten Beispiele Au+Au bei 1.0 AGeV (linke Seite) und C+C bei 0.8 AGeV Einschußenergie aufgeführt. Jeweils grau gefärbt ist die Massenverteilung mit der clusterseparierten Reaktionszeit als Start der Flugzeit, während die Massenverteilungen, die anhand einer gemittelten Reaktionszeit berechnet wurden, schräg schraffiert dargestellt sind.

Besonders am Beispiel der Massenverteilungen m_{TF}/z aus Messungen mit hoher Strahlintensität ist ersichtlich, daß die Mittelung der Zeiten aller Treffer eines aufgezeichneten Ereignisses zu einer starken Verschmierung der Reaktionszeit führt. Hierdurch findet man in den in Abbildung 3.3 gezeigten Beispielen ohne Clusterseparation in Au+Au-Reaktionen ca. einen Faktor 3 und in C+C-Reaktionen sogar ca. einen Faktor 6 weniger Pionen. Bei sehr hoher Strahlintensität produzieren die so falsch ermittelten Reaktionszeiten besonders im leichten Reaktionssystem einen übermächtigen Untergrund.

Der größere Unterschied zwischen den Methoden im leichten Reaktionssystem liegt zum einen an der höheren Strahlintensität. Zum anderen ist die Treffermultiplizität geladener Teilchen aus einer C+C-Reaktion sehr viel geringer als dies für eine Au+Au-Reaktion der Fall ist. Damit können ohne Anwendung der Clusterseparation wenige Untergrundereignisse die Bestimmung der Reaktionszeit aber auch der Treffermultiplizität erheblich verfälschen.

Die Effizienz der Clusterseparation ist im wesentlichen durch die Akzeptanz des Targethodoskops relativ zum Spektrometer gegeben. Mit untergrundfreien negativ geladenen Pionen wurde die Effizienz in Au+Au-Reaktionen zu $\epsilon=0.98$ und in C+C-Reaktionen zu $\epsilon=0.94$ bestimmt. Sie ist für K^+ -Mesonen in der Effizienzkorrektur des Flugzeitvergleichs enthalten.

3.3 Die Spurrekonstruktion

Eine Teilchenspur in einem homogenen Magnetfeld ist mit sechs Parametern vollständig bestimmt. Ein Satz von unabhängigen Variablen ist durch den Ort \vec{r}_0 und Impuls bei der Emission \vec{p}_0 gegeben

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \quad \vec{p}_0 = \begin{pmatrix} p_x^0 \\ p_y^0 \\ p_z^0 \end{pmatrix} , \quad (3.4)$$

wobei x die horizontale, y die vertikale Komponente und z die Richtung der optischen Achse des Magnetspektrometers darstellen. Anhand der durch die Lorentzkraft gegebenen Bewegungsgleichung

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B} \quad (3.5)$$

des Teilchens mit der Ladung q im Magnetfeld \vec{B} ist die Spur im Raum festgelegt. Handelt es sich um ein statisches und homogenes Magnetfeld, so bewegen sich geladene Teilchen auf einer Kreisbahn. In einem solchen Fall dient die Kreisgleichung als Spurbild, mit dessen Hilfe eine Verfolgung der Teilchenspur durch das Magnetfeld ermöglicht wird. Das doppelt-fokussierende Magnetsystem des Kaonenspektrometers mit seiner großen Impulsakzeptanz erlaubt nicht den Einsatz eines einfachen Spurbildes. Außerdem werden mit den Viendrahtproportionalkammern (MWPC-1,-2 und -3) lediglich drei Durchstoßorte mit guter Ortsauflösung gemessen, was zwar die Teilchenspur im Magnetfeld vollständig bestimmt, jedoch eine kontinuierliche Verfolgung nicht gestattet. Daher basiert die Spurrekonstruktion am Kaonenspektrometer auf sogenannten Spurrekonstruktionsfunktionen (Kapitel 3.3.1), die die Korrelationen zwischen den Koordinaten der Durchstoßorte in den MWPCs bzw. im Start- und Stopptektor beschreiben. Das im Folgenden beschriebene Konzept der

Trajektorienrekonstruktion wurde zuerst in [Wag96, Man97] angewendet und im Rahmen dieser Arbeit weiterentwickelt.

3.3.1 Die Spurrekonstruktionsfunktionen

Zur Bestimmung der Spurrekonstruktionsfunktionen werden jeweils simultan 50000 Teilchenspuren angepaßt, die mit einer Monte-Carlo-Simulation des Programmpakets GEANT generiert wurden. In GEANT ist die Information über die Geometrie der Magnete und des Detektorsystems sowie eine dreidimensionale Magnetfeldkarte des Kaonenspektrometers implementiert. Um möglichst eindeutige Teilchenspuren zu erhalten, enthält der GEANT-Datensatz Pionen in einem Impulsbereich von $\Delta p=0.64-1.12$ GeV/c ($B_D=1.4$ T), die weder zerfallen noch Kleinwinkelstreuung erfahren. Lediglich der elektromagnetische und hadronische Energieverlust der Pionen wird berücksichtigt, da dieser systematisch zu einer stärkeren Bahnkrümmung im Magnetfeld führt. Desweiteren wird eine ideale Auflösung des Detektorsystems angenommen.

Zur Anpassung dienen als Funktionstyp Polynome bis zur vierten Ordnung. Allerdings ist bei Verwendung von Polynomen eine große Anzahl von Anpassungsparametern (Koeffizienten des Polynoms) notwendig, die untereinander korreliert sind. Ein vollständiges Polynom dritten Grades mit fünf Variablen besitzt bereits 1024 Koeffizienten, was sich aus

$$N_{Koeff.} = (n + 1)^m \quad (3.6)$$

ergibt, wobei n den Grad und m die Anzahl von Variablen des Polynoms angeben. Es ist nun für die Stabilität und Konvergenz der Anpassungsprozedur unbedingt erforderlich, die Anzahl der Koeffizienten so gering wie möglich zu halten. Dies zieht eine aufwendige Prozedur mit sich, um das Polynom auf die Terme zu reduzieren, die zur Anpassung nennenswert beitragen, was für alle Spurrekonstruktionsfunktionen durchgeführt wurde.

Die Berechnung der Koeffizienten der Spurrekonstruktionsfunktionen \hat{v} erfolgt durch eine Anpassung mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, wobei die Summe G^2 der quadratischen Abweichungen von der Größe v zu dem Wert der Funktion \hat{v}

$$G^2 = \sum_{n=1}^{50000} (v^n - \hat{v}(x_1^n, \dots, y_1^n, \dots))^2 \quad (3.7)$$

minimiert wird. Je nach zu berechnender Größe ist \hat{v} eine Funktion von bis zu drei x-Koordinaten und bis zu zwei y-Koordinaten der Durchstoßorte in den MWPCs. In Tabelle 3.1 ist die Zusammensetzung und das Anpassungsergebnis der jeweiligen Spurrekonstruktionsfunktion aufgeführt. Für z. B. die Rekonstruktion der x-Koordinate von MWPC-1 gelingt mit einem Polynom vierten Grades

$$\hat{x}_1 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_2^i x_3^j \quad , \quad (3.8)$$

das als Variablen die x-Koordinaten der MWPC-2 und -3 (x_2, x_3) enthält, das beste Anpassungsergebnis. Die Breite σ der gaußförmigen Verteilung der Differenzen aus x_1 und ihrer

	Spurrekonstruktionsfunktion			
	\hat{x}_1	\hat{y}_1	\hat{y}_2	\hat{y}_3
horizontale Variable	$x_{2,3}$	$x_{1,2,3}$	$x_{1,2,3}$	$x_{1,2,3}$
vertikale Variable	-	$y_{2,3}$	$y_{1,3}$	$y_{1,2}$
Grad des Polynoms	4	3	3	3
Anzahl der Koeffizienten:				
gesamt	15	73	73	73
reine x-Terme	14	-	-	-
reine y-Terme	-	9	9	9
gemischte Terme	-	63	63	63
Anpassungswert	$(x_1 - \hat{x}_1)$	$(y_1 - \hat{y}_1)$	$(y_2 - \hat{y}_2)$	$(y_3 - \hat{y}_3)$
σ [cm]	0.095	0.093	0.014	0.019
G^2/N [cm ²]	$3.9 \cdot 10^{-3}$	$3.5 \cdot 10^{-3}$	$4.4 \cdot 10^{-5}$	$5.6 \cdot 10^{-5}$
	\hat{x}_0	\hat{y}_0	$\hat{N}r_D$	$\hat{N}r_F$
horizontale Variable	$x_{1,2,3}$	$x_{1,2,3}$	x_1	$x_{2,3}$
vertikale Variable	$y_{1,3}$	$y_{1,3}$	-	-
Grad des Polynoms	3	3	4	4
Anzahl der Koeffizienten:				
gesamt	124	73	5	15
reine x-Terme	63	-	4	14
reine y-Terme	8	9	-	-
gemischte Terme	52	63	-	-
Anpassungswert	$(x_0 - \hat{x}_0)$	$(y_0 - \hat{y}_0)$	$(Nr_D - \hat{N}r_D)$	$(Nr_F - \hat{N}r_F)$
σ [cm]	0.236	0.070	[-0.59, 0.59]	[-1.0, 1.4]
G^2/N [cm ²]	$2.1 \cdot 10^{-2}$	$3.4 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-2}$	$1.4 \cdot 10^{-2}$

Tabelle 3.1: Spurrekonstruktionsfunktionen: Aufgeführt sind die Rekonstruktionen der x - bzw. y -Koordinaten von MWPC- i (\hat{x}_i und \hat{y}_i), die Berechnung der Streifennummer von Start- (D) und Stoppdetektor (F) $\hat{N}r_D, \hat{N}r_F$ sowie die Rekonstruktion der x - und y -Koordinate des Vertex \hat{x}_0, \hat{y}_0 . Das Anpassungsergebnis ist sowohl durch die Breite der gaußförmigen Verteilungen $v^n - \hat{v}$, die die Abweichung der Anpassung von der Sollposition angibt, als auch durch die mittlere quadratische Abweichung G^2/N gegeben (siehe Gleichung (3.8)). Da in den Differenzen $(Nr_D - \hat{N}r_D)$ und $(Nr_F - \hat{N}r_F)$ eine kontinuierliche Funktion von der Streifennummer des Start- bzw. Stoppdetektors abgezogen wird, handelt es sich hierbei um keine gaußförmigen Verteilungen. Anstelle von σ sind daher die Grenzen der Verteilungen angegeben.

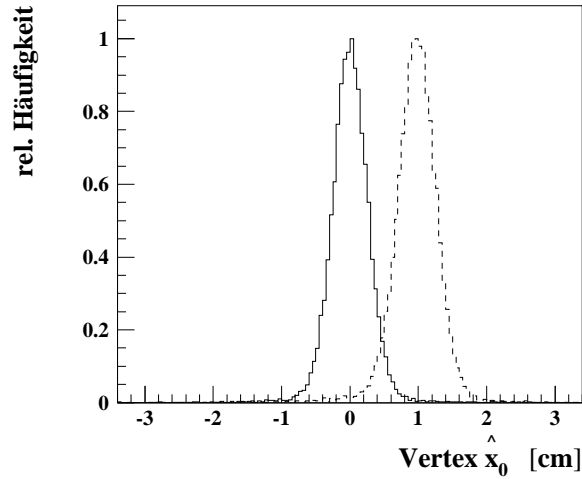


Abbildung 3.4: Vertexrekonstruktion \hat{x}_0 eines GEANT-Datensatzes mit Targetfleck bei exakt “0” (durchgezogene Linie) und bei +1.0 cm (unterbrochene Linie). Es handelt sich um eine GEANT-Simulation von Pionen im Impulsbereich von $\Delta p=0.64\text{-}1.12\text{ GeV}/c$ ($B_D=1.4\text{ T}$), in der der Energieverlust aber nicht der Zerfall und die Kleinwinkelstreuung berücksichtigt wurde.

Berechnung \hat{x}_1 wurde zu 0.095 cm bestimmt. Hierbei beträgt die mittlere quadratische Abweichung von der Sollposition $G^2/N=3.9\cdot 10^{-2}\text{ cm}^2$. Die Anpassung mit einem Polynom dritten Grades führt zu einer um ca. 30% breiteren Verteilung $(x_1 - \hat{x}_1)$. Werden zusätzlich y-Koordinaten in der Funktion berücksichtigt, so verbessert sich das Anpassungsergebnis nicht. Die Funktion mit der größten Anzahl von Koeffizienten stellt die Rekonstruktion der x-Koordinate des Emissionsorts im Target (Vertex) \hat{x}_0 dar. Durch die Abbildungseigenschaften des Magnetsystems wird hierfür die Verknüpfung von horizontalen und vertikalen Koordinaten notwendig. Es zeigte sich, daß eine hinreichend gute Anpassung mit drei x-Koordinaten und der y-Koordinaten von MWPC-1 und -3 erreicht wird. Gegenüber der Bestimmung der Funktion \hat{x}_1 liegt jedoch eine um Faktor 20 größere mittlere quadratische Abweichung G^2/N vor.

Exemplarisch werden am Beispiel der Vertexrekonstruktion \hat{x}_0 , die die Korrelationsfunktion mit der größten Anzahl von Koeffizienten darstellt, die Abbildungseigenschaften der Rekonstruktionsfunktionen diskutiert. Hierzu wurden in einer GEANT-Simulation Teilchenspuren mit einem gaußförmigen Targetfleck der Breite $\sigma=0.2\text{ cm}$ in die Akzeptanz des Spektrometers emittiert. Die Rekonstruktion des Targetflecks mit der Funktion \hat{x}_0 aus den Koordinaten der Durchstoßorte der MWPCs besitzt eine Breite von $\sigma=0.26\text{ cm}$ (Abbildung 3.4, durchgezogene Linie). Zum Test wird der Targetfleck in der GEANT-Simulation um +1.0 cm versetzt. Die Rekonstruktion dieses Datensatzes ist als unterbrochene Linie in Abbildung 3.4 eingezeichnet. Es ist lediglich eine leichte Asymmetrie in Richtung des

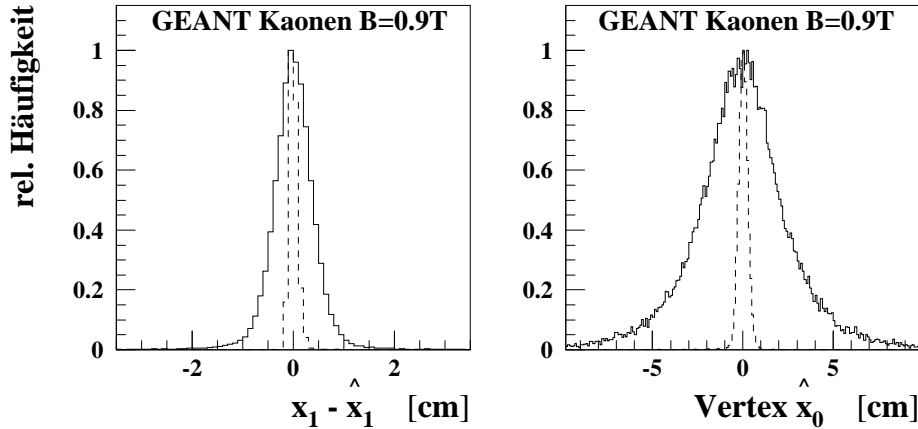


Abbildung 3.5: Einfluß der Vielfachstreuung auf die Verteilungen $(x_1 - \hat{x}_1)$ und \hat{x}_0 : Es wurden GEANT-Datensätze mit (durchgezogene Linien) und ohne (unterbrochene Linien) Vielfachstreuung verwendet.

Wertes Null festzustellen und die Breite σ der Verteilung \hat{x}_0 vergrößert sich auf 0.28 cm.

Zur Berechnung der Spurrekonstruktionsfunktionen werden “ideale” Teilchenspuren verwendet, deren Auflösung nicht durch die Kleinwinkelstreuung verringert wird. Um nun den Einfluß der Kleinwinkelstreuung auf die Auflösung der Rekonstruktionen zu studieren, werden GEANT-Datensätze, die Kaonen in einem mittleren Impulsbereich von $\Delta p = 0.40 - 0.76 \text{ GeV}/c$ ($B_D = 0.9 \text{ T}$) enthalten, mit und ohne Berücksichtigung von Kleinwinkelstreuung erzeugt. Die Rekonstruktionen der x-Koordinate des Durchstoßortes von MWPC-1 und des Vertex sind in Abbildung 3.5 für jeweils den Datensatz mit - bzw. ohne Kleinwinkelstreuung (unterbrochene Linie) dargestellt. Mit Kleinwinkelstreuung nimmt die Breite der Verteilung $(x_1 - \hat{x}_1)$ um ca. einen Faktor 5 und für \hat{x}_0 sogar um einen Faktor 10 zu. Die Verschmierung der Variablen durch die Kleinwinkelstreuung hat also einen erheblichen Einfluß auf die Rekonstruktion. Am stärksten ist dieser Effekt für die Vertexrekonstruktion \hat{x}_0 , da bis zum Targetpunkt über die größte Distanz hinweg berechnet wird. Aus diesem Grund findet die Rekonstruktion der x-Koordinate des Vertex später keine Anwendung als Auswahlkriterium.

3.3.2 Positionen der Vieldrahtproportionalkammern

Als intrinsisches Koordinatensystem für die Datenanalyse dient das in GEANT implementierte Koordinatensystem des Kaonenspektrometers. Relativ zu diesem Koordinatensystem werden die Positionen der Aluminiumrahmen der Vieldrahtproportionalkammern mit einer Genauigkeit von ca. 1.0 mm vermessen [Schw96]. Bedingt durch die Sandwichbauweise der MWPCs wird zusätzlich eine Bestimmung der horizontalen und vertikalen Koordinaten der Nachweisebenen relativ zum Aluminiumrahmen mit Experimentdaten notwendig. Hierzu

dienen negativ geladene Pionen, die in einem Impulsbereich von $\Delta p=0.267-0.507$ GeV/c gemessen wurden und einen nahezu untergrundfreien Datensatz garantieren, der überwiegend aus einzelnen Spuren besteht. Mit Hilfe der Spurrekonstruktionsfunktionen, die die Durchstoßorte in den MWPCs und Flugzeitdetektoren miteinander verknüpfen, werden dann horizontale und vertikale "Verschiebungsparameter" für jede Vieldrahtproportional-kammer bestimmt.

Zwischen dem Quadrupol- und Dipolmagneten, unmittelbar vor dem Startdetektor, ist die MWPC-1 postiert. Somit dient zu ihrer Positionsbestimmung der Startdetektor als Referenz. Beide Detektoren werden hier fast orthogonal von Teilchenspuren durchstoßen, so daß eine starke Korrelation zwischen angesprochenem Startdetektormodul und horizontaler Koordinate der MWPC-1 (x_1) besteht. Durch Minimierung der Differenz aus gemessener und errechneter Startdetektorstreifennummer

$$\left(\begin{array}{l} Nr_{Startd.} - \hat{N}r_{Startd.}(x_1 + s_{x_1}) \end{array} \right) \quad (3.9)$$

wird der horizontale Versatz s_{x_1} der Nachweisebenen von MWPC-1 im GEANT-Koordinatensystem bestimmt.

Aufwendiger gestaltet sich die Prozedur für MWPC-2 und -3. Zwischen dem Austrittsfenster des Dipolmagneten und der Fokalebene im (nahezu) feldfreien Bereich besitzen die Teilchen geradlinige Trajektorien, die mit zwei Meßpunkten vollständig bestimmt sind. Im umgekehrten Sinne bedeutet dies, daß die horizontalen Komponenten der Positionen von MWPC-2 und -3 nicht unabhängig voneinander bestimmt werden können. Hierfür werden zwei unabhängige Referenzdetektoren notwendig, um ausreichend Information zur Bestimmung der beiden Parameter s_{x_2} und s_{x_3} zu besitzen. Zur Verfügung stehen die Nummer des Stoppdetektormoduls und die x-Koordinate der MWPC-1, die im vorhergehenden Schritt bereits geeicht wurde. Durch simultanes Minimieren

$$\left(\begin{array}{l} Nr_{Stoppd.} - \hat{N}r_{Stoppd.}(x_2 + s_{x_2}, x_3 + s_{x_3}) \\ x_1 - \hat{x}_1(x_2 + s_{x_2}, x_3 + s_{x_3}) \end{array} \right) \quad (3.10)$$

werden die horizontalen Verschiebungen s_{x_2} und s_{x_3} der Nachweisebenen von MWPC-2 und -3 berechnet. Für die drei zu dieser Arbeit analysierten Experimente wurden Werte für die horizontalen Verschiebungsparameter s_{x_1} , s_{x_2} und s_{x_3} zwischen 0.5 und 3.1 mm ermittelt.

Zur Bestimmung der vertikalen Verschiebungsparameter können als Referenz Start- und Stoppdetektor nicht verwendet werden. Zwar liegen vertikale Koordinaten der Durchstoßorte vor, die anhand der Zeitdifferenz der Signale vom oberen zum unteren Photovervielfacher bestimmt werden, jedoch mit einer Ortsauflösung von mehreren Zentimetern. Daher werden die Korrelationsfunktionen \hat{y}_1 , \hat{y}_2 und \hat{y}_3 verwendet, die die bereits geeichten x- mit den y-Koordinaten verknüpfen. Simultanes Minimieren

$$\left(\begin{array}{l} y_1 - \hat{y}_1(x_1, x_2, x_3, y_2 + s_{y_2}, y_3 + s_{y_3}) \\ y_2 - \hat{y}_2(x_1, x_2, x_3, y_1 + s_{y_1}, y_3 + s_{y_3}) \\ y_3 - \hat{y}_3(x_1, x_2, x_3, y_1 + s_{y_1}, y_2 + s_{y_2}) \end{array} \right) \cdot \quad (3.11)$$

führt zu den vertikalen Verschiebungen s_{y_1} , s_{y_2} und s_{y_3} . Es zeigt sich, daß die vertikalen Koordinaten von MWPC-2 und -3 nicht verschoben werden müssen, während s_{y_1} Werte zwischen 0.8 und 2.5 mm annimmt.

3.3.3 Auffinden von Spurkandidaten

Nach der Detektorkalibration liegen (je nach Ereignismultiplizität) durch die Einzelkanalauslese der Vieldrahtproportionalkammern die Treffer als einzelne horizontale

$$\begin{pmatrix} x_1^1 \\ \cdot \\ x_1^l \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_2^1 \\ \cdot \\ x_2^m \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_3^1 \\ \cdot \\ x_3^n \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

und vertikale Koordinaten

$$\begin{pmatrix} y_1^1 \\ \cdot \\ y_1^l \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_2^1 \\ \cdot \\ y_2^m \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_3^1 \\ \cdot \\ y_3^n \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

getrennt vor. Aus allen möglichen Kombinationen müssen zunächst Spurkandidaten gewonnen werden, was alleine anhand der x-Koordinaten der MWPCs erfolgt. Dies geschieht mit Hilfe der Spurrekonstruktionsfunktion \hat{x}_1 , die eine Verknüpfung der x-Koordinaten der MWPCs ohne die Hinzunahme der y-Koordinaten zuläßt. Es wird aus den x-Koordinaten der MWPC-2 und -3, die zwischen Dipolmagneten und Fokalebene positioniert sind, die x-Koordinate der MWPC-1 vor dem Dipolmagneten errechnet. Dies hat den Vorteil, daß eine geringere Anzahl von Ambiguitäten in der Zuordnung vorliegt, da durch Selektion der Ladung, des Impulses und durch einen kleineren Raumwinkel die Teilchenmultiplizität hinter dem Dipolmagneten kleiner ist als davor, was im oberen Teil der Abbildung 3.6 zu erkennen ist. Als Spurbedingung wird somit

$$|x_1 - \hat{x}_1(x_2, x_3)| \leq b \quad (3.14)$$

verwendet. Als Mindestanforderung b wird dabei das 15-fache der Standardabweichung der Verteilung $(x_1 - \hat{x}_1)$ gesetzt. Der Algorithmus sucht jeweils im Sinne der Spurbedingung (3.14) die beste Kombination x_1^i, x_2^i, x_3^i aus den zur Verfügung stehenden x-Koordinaten. Anschließend werden diese aus dem Satz der zur Verfügung stehenden x-Koordinaten entfernt, so daß x-Koordinaten nur ein einziges Mal verwendet werden können. Es entsteht somit eine Liste von n Spurkandidaten

$$\begin{pmatrix} x_1^1, x_2^1, x_3^1 \\ \cdot \\ x_1^n, x_2^n, x_3^n \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

deren Reihenfolge durch die Güte im Sinne der Spurbedingung (3.14) bestimmt ist. Der Spurkandidat n in der Liste (3.15) hat also als schlechtester Kandidat die Mindestanforderung b der Spurbedingung (3.14) erfüllt.

Im unteren Teil der Abbildung 3.6 ist die Multiplizität der Spurkandidaten aufgeführt, die nach Anwendung des Spurfindungsalgorithmus in Au+Au-Reaktionen bei 0.8 AGeV

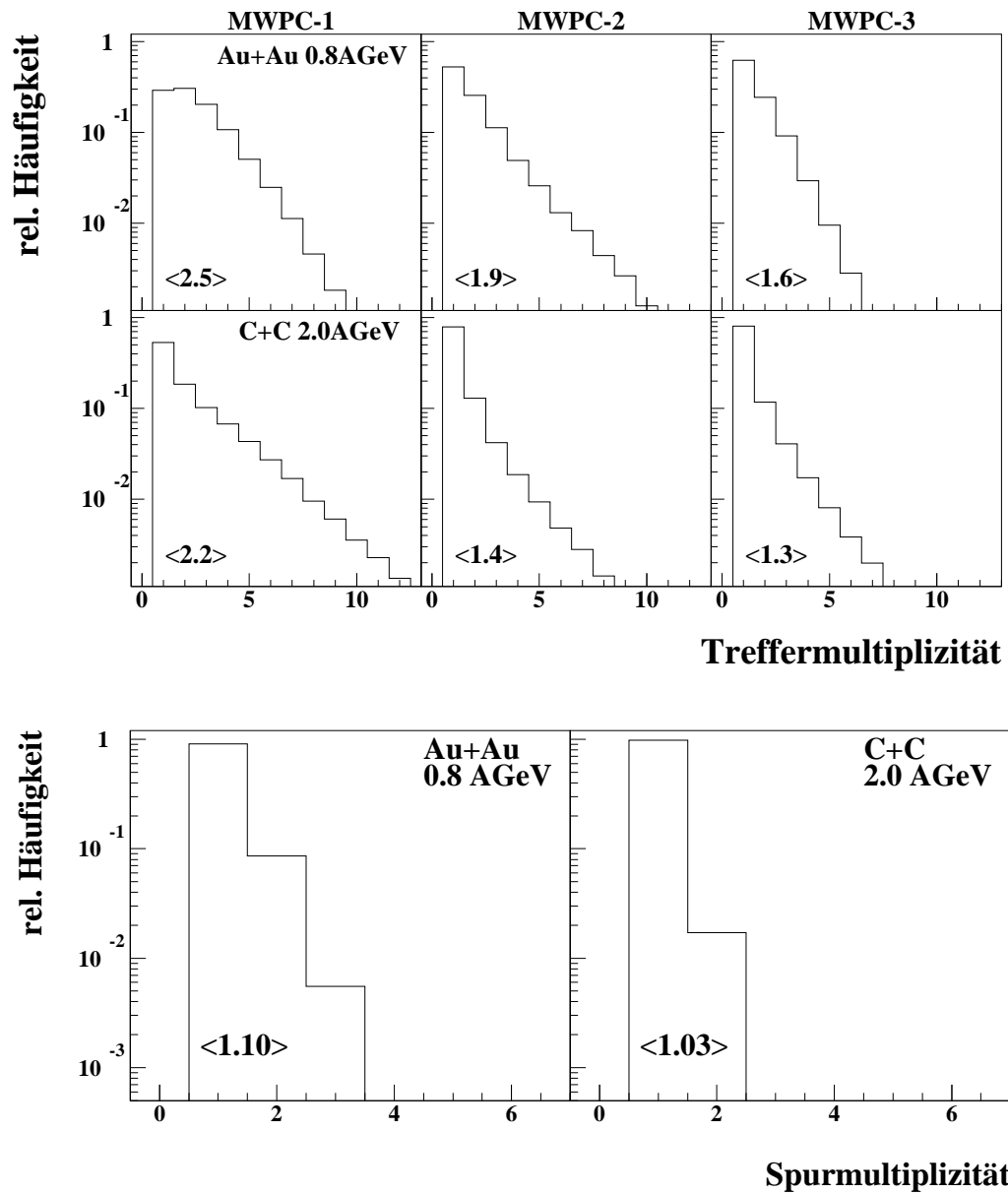


Abbildung 3.6: Für Au+Au- und C+C-Reaktionen ist in der oberen Hälfte die Treffermultiplizität in den MWPCs und in der unteren Hälfte die Multiplizität der Spurkandidaten dargestellt.

und bei C+C-Reaktionen bei 2.0 AGeV Einschußenergie aufgefunden werden. Durch den kleinen Raumwinkelbereich des Spektrometers überwiegen die Ereignisse, in denen jeweils nur ein Teilchen in die Akzeptanz des Spektrometers emittiert wird, wobei der Mittelwert der Spurmultiplicität in Au+Au-Kollisionen größer ist als in C+C-Reaktionen.

3.3.4 Zuordnung von Information

Zur Anwendung von Auswahlkriterien und zur Teilchenidentifikation werden den Spurkandidaten der Liste (3.15) die Nummern der getroffenen Start- und Stoppdetektorstreifen zugeordnet. Durch die unmittelbare Nachbarschaft der MWPC-1 und des Startdetektors wird mit Hilfe der Korrelationsfunktion $\hat{N}r_{Startd.}$ die Nummer des Startdetektorstreifens zur x-Koordinate der MWPC-1 ausgewählt:

$$\left|Nr_{Startd.} - \hat{N}r_{Startd.}(x_1)\right| \leq b_D \quad . \quad (3.16)$$

Die Nummer des Stoppdetektorstreifens wird mit Hilfe der Korrelationsfunktion $\hat{N}r_{Stoppd.}$ zugeordnet:

$$\left|Nr_{Stoppd.} - \hat{N}r_{Stoppd.}(x_2, x_3)\right| \leq b_F \quad . \quad (3.17)$$

wobei die Grenze b_F abhängig vom gewählten Impulsbereich ist. Die Justierung der Grenzen b_D und b_F erfolgt mit Experimentdaten, wobei dies im Fall von b_F in Abhängigkeit vom ausgewählten Impulsbereich geschieht. Aufgrund der Geometrie durchqueren etwa 30% der Teilchenspuren mehrere Szintillatoren des Stoppdetektors. Die benachbarten Module erfüllen dann die Zuordnungsvorschrift (3.17). Bei einer geraden Anzahl von Modulen wird per Zufallsgenerator entschieden, während bei einer ungeraden Anzahl der mittlere Szintillator ausgewählt wird. Hierbei besitzen Treffermultiplicitäten größer als drei eine vernachlässigbare Häufigkeit. Dem Spurkandidaten wird dann die Zeit des ausgewählten Moduls und als Energieverlust die Summe der einzelnen Energieverluste zugeordnet. Da die Teilchenspuren den Startdetektor nahezu senkrecht durchstoßen, wird im Fall von zwei oder mehreren benachbarten Streifen, die die Zuordnungsvorschrift (3.16) passieren, die Streifennummer ausgewählt, die am besten die Bedingung (3.16) erfüllt. Dem Spurkandidaten werden Zeit und Energieverlust des ausgewählten Moduls zugewiesen.

Zur Reduktion des Untergrundes werden der Liste von Spurkandidaten y-Koordinaten der Durchstoßorte in den MWPCs zugeordnet. Anhand (3.15)

$$y_1 - \hat{y}_1(x_1, x_2, x_3, y_2, y_3) \quad (3.18)$$

wird bei Kenntnis der drei x-Koordinaten das beste Tripel (y_1, y_2, y_3) ausgewählt, wobei jede y-Koordinate zu mehreren Spurkandidaten zugeordnet werden kann. Dies liegt begründet darin, daß der Quadrupolmagnet vertikal fokussiert und damit alle Ereignisse auf ein schmales vertikales Band von ca. 30 cm abgebildet werden, woraus eine erhöhte Wahrscheinlichkeit von Doppeltreffern in den y-Kanälen der MWPCs herrührt.

Mit der zweifachen Messung der Flugzeit mit den drei Flugzeitdetektoren Targethodoskop, Start- und Stoppdetektor ergibt sich eine sehr effektive Methode der Untergrundreduktion. In vorangehenden Schritten wurde den Spurkandidaten bereits die Streifennummer des Start- und Stoppdetektors zugeordnet. Diese Information wird benötigt, um ein passendes Cluster aus dem Zeitspektrum des Targethodoskops (siehe dazu Kapitel 3.2) auszuwählen. Hierzu dient der Vergleich der Geschwindigkeiten zwischen Targethodoskop (T) und Startdetektorstreifen (D) und Start- und Stoppdetektorstreifen (F):

$$|\beta_{T_iD} - \beta_{DF}| \leq 0.5 \quad , \quad (3.19)$$

wobei zur Berechnung von β_{T_iD} die Zeiten der $i = 1 \dots N_{cl}$ Cluster aus dem Zeitspektrum des Targethodoskops verwendet werden. Das Intervall von $\Delta\beta = \pm 0.5$ wurde empirisch bestimmt und entspricht in etwa dem 13-fachen der Varianz der Verteilung. Auch bei sehr hohen Strahlintensitäten von größer als 10^8 Ionen pro Sekunde fallen in maximal 3% der Fälle die Zeiten zweier Cluster in das geforderte Intervall. In einem solchen Fall wird kein Cluster für den Spurkandidaten ausgewählt.

Nachdem der Liste der Spurkandidaten die y-Koordinaten der Durchstoßorte in den MWPCs und die Nummern der getroffenen Module der Flugzeitdetektoren zugeordnet wurden, lassen sich Auswahlkriterien anwenden und eine Teilchenidentifikation durchführen. Hierzu wird der Impuls p und die Trajektorienlänge Δs für die zugeordnete Kombination aus Start- und Stoppdetektormodul mit Hilfe einer GEANT-Simulation berechnet. Der Impuls wird zusätzlich per Zufallsgenerator über den Impulsbereich einer Streifenbreite des Stoppdetektorszintillators gleich verteilt. Zur Bestimmung der Masse des Teilchens stehen die gemessenen Flugzeiten Δt zwischen den Flugzeitdetektoren zur Verfügung. Durch die endliche Flugzeitauflösung von etwa 400 ps (FWHM) werden bei Teilchengeschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit, wie bei Pionen, "negative" Flugzeiten möglich. Um komplexe Werte bei der Massenberechnung zu vermeiden, dient zur Teilchenidentifikation das *Massenquadrat*

$$\left(\frac{m}{z}\right)^2 = \left(\frac{p}{z}\right)^2 \left(\left(\frac{\Delta t \cdot c}{\Delta s}\right)^2 - 1 \right) \quad , \quad (3.20)$$

wobei z die Ladung des Teilchens ist, die in einem homogenen statischen Magnetfeld umgekehrt proportional zum Bahnradius ist.

3.3.5 Auswahlkriterien

Die Anwendung von Auswahlkriterien, die bei möglichst geringem Verlust der nachzuweisenden Teilchenspezies wirkungsvoll den Untergrund unterdrücken, ist im besonderen Maße zum Auffinden von seltenen Kaonenereignissen notwendig. Zusätzlich bedarf es der Kontrolle über die Effizienz der Auswahlkriterien, um absolute Größen - wie z. B. den Wirkungsquerschnitt - mit geringem systematischen Fehler bestimmen zu können. Dies wird dadurch erreicht, indem Auswahlkriterien mit möglichst gaußförmigen Verteilungen verwendet werden, die im Folgenden vorgestellt werden.

Zur Selektion der Spurkandidaten stehen zwei Kategorien von Auswahlkriterien zur Verfügung. Zur einen gehören dazu die sogenannten "geometrischen Schnitte", die auf der

Anwendung der Spurrekonstruktionsfunktionen basieren. Die zweite Kategorie wirkt selektiv auf die Geschwindigkeit bzw. den Energieverlust der Teilchen. Aufgrund des sehr guten Signal/Untergrund-Verhältnisses von Pionen ist zu ihrer Identifikation die Anwendung des Schnitts auf die x-Koordinate der MWPC-1

$$|x_1 - \hat{x}_1(x_2, x_3)| \leq n_\sigma \cdot \sigma_{x_1} \quad (3.21)$$

ausreichend. Die ‘‘Schnittschärfe’’ n_σ wird in Einheiten der Varianz $\sigma_{Schnitt}$ der Gauß-Verteilungen parametrisiert. Um K^+ -Mesonen mit hinreichend gutem Signal/Untergrund-Verhältnis identifizieren zu können, werden zusätzliche geometrische Schnitte

$$|y_3 - \hat{y}_3(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2)| \leq n_\sigma \cdot \sigma_{y_3} \quad (3.22)$$

$$|y_0(x_1, x_2, x_3, y_1, y_3)| \leq n_\sigma \cdot \sigma_{y_0} \quad (3.23)$$

$$|y_1 - \hat{y}_1(x_1, x_2, x_3, y_2, y_3)| \leq n_\sigma \cdot \sigma_{y_1} \quad (3.24)$$

die auf die y-Koordinate der MWPC-3,-1 bzw. der Vertexrekonstruktion \hat{y}_0 wirken, angewendet. Die Schnitte auf die y-Koordinate der MWPC-2 bzw. auf die x-Koordinate der Vertexrekonstruktion \hat{x}_0 erbrachten eine nur geringe zusätzliche Reduktion des Untergrundes und werden daher nicht eingesetzt.

Durch die zweifache Flugzeitmessung wird der Einsatz des wirkungsvollsten Auswahlkriteriums möglich: der Vergleich der inversen Geschwindigkeiten $1/\beta$

$$\left| \frac{1/\beta_{TD} - 1/\beta_{DF}}{1/\beta_{DF}} \right| \leq n_\sigma \cdot \sigma_\beta \quad (3.25)$$

aus den Flugstrecken zwischen Targetodoskop (T) und Startdetektor (D) und zwischen Start- und Stoppdetektor (F). Es wird die inverse Geschwindigkeit gewählt, da die Meßgröße ‘‘Flugzeit Δt ’’ im Zähler des Quotienten

$$\frac{1}{\beta} = \frac{\Delta t \cdot c}{\Delta s} \quad (3.26)$$

steht. Zusätzlich kann zur Unterdrückung von gestreuten Pionen und Protonen eine Auswahl im Energieverlust in den Szintillatoren des Stoppdetektors

$$b_i^\pi \leq \Delta E_{F_i} \leq b_i^p \quad i = 1 \dots 30 \quad (3.27)$$

vorgenommen werden.

Justierung der Schnitte

Die Justierung der Auswahlkriterien erfolgt für jedes Experiment in Abhängigkeit vom Impulsbereich und der Teilchenspezies. Für Pionen lassen sich die Parameter der Schnitte direkt mit Pionen bestimmen, was durch den hohen Untergrundanteil für Kaonen im allgemeinen nicht möglich ist. Zur Justierung der Geschwindigkeitsschnitte für Kaonen stehen sogenannte ‘‘flugzeitsimulierte Kaonen’’ zur Verfügung [Wag92]. Hierbei handelt es sich um Pionen oder Protonen, die mit einer nach dem Massenverhältnis m_π/m_K oder m_p/m_K

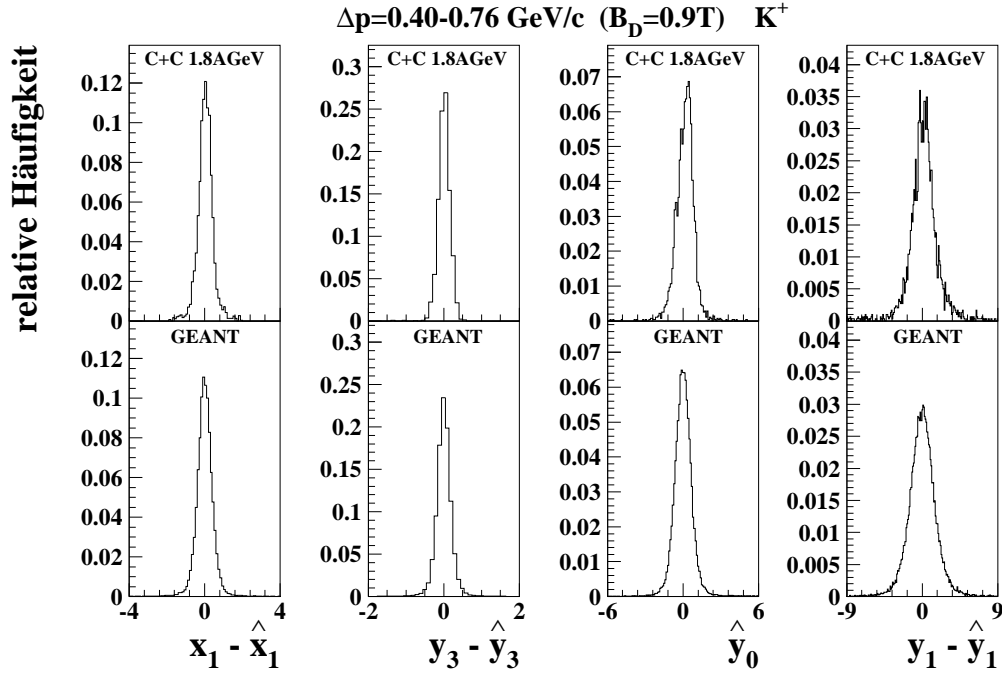


Abbildung 3.7: Geometrische Schnitte für K^+ -Mesonen im Impulsbereich von $\Delta p = 0.40 - 0.76 \text{ GeV}/c$ ($B_D = 0.9 \text{ T}$): In der oberen Hälfte sind die Verteilungen der gemessenen und in der unteren Hälfte der mit GEANT simulierten Kaonen enthalten (Einheit: [cm]).

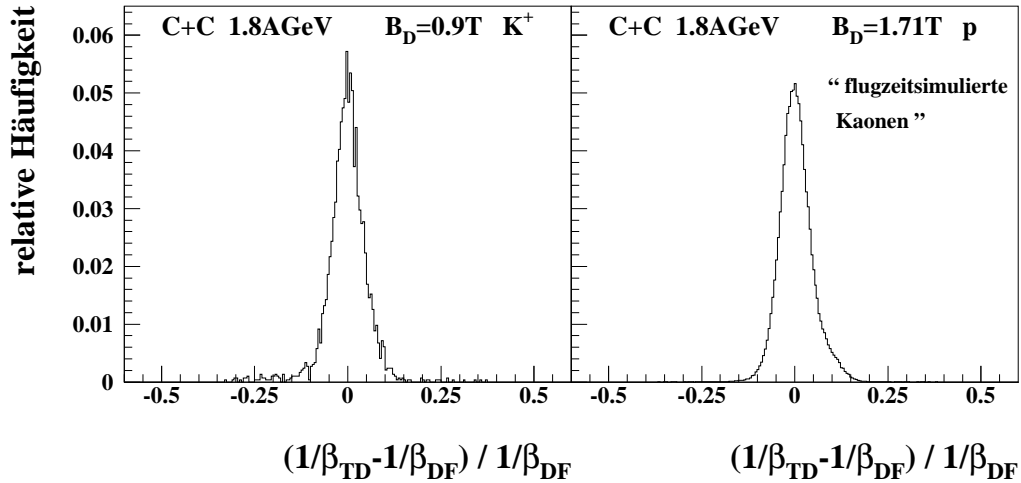


Abbildung 3.8: Flugzeitvergleich für K^+ -Mesonen ($B_D = 0.9 \text{ T}$) und “flugsimulierte Kaonen” ($B_D = 1.71 \text{ T}$ - siehe Tabelle 3.2).

	Kaonen		
$B_D=$	0.6 T	0.9 T	1.4 T
	Flugzeit und Bahn simuliert durch: Protonen		Pionen
$B_D=$	1.14 T	1.71 T	0.396 T

Tabelle 3.2: Magnetische Flußdichten des Dipolmagneten B_D zur Simulation der Bahnen und Flugzeiten von Kaonen mit Protonen oder Pionen [Wag92].

skalierten Feldstärke des Dipol- und Quadrupolmagneten gemessen werden, so daß ihre Bahnen und Geschwindigkeiten denen der Kaonen entsprechen (siehe Tabelle 3.2). Dies läßt sich für den Geschwindigkeitsvergleich (Gleichung (3.25)) bei hohen Projektilenergien in C+C-Reaktionen, in denen die K^+ -Mesonen mit ausreichend gutem Signal/Untergrund-Verhältnis vorkommen, zeigen. Wie in Abbildung 3.8 zu erkennen ist, stimmt die Form der Verteilungen von K^+ -Mesonen und flugzeitsimulierten Kaonen gut überein, wobei die Varianzen σ sich um ca. 3% unterscheiden. Ein Vergleich mit ausreichender Genauigkeit läßt sich für den Energieverlustschnitt (Gleichung (3.27)) nicht durchführen, da dies separat für jedes der 30 Module erfolgen muß und dafür die Statistik der K^+ -Mesonen zu gering ist.

Die geometrischen Schnitte lassen sich nicht mit flugzeitsimulierten Kaonen justieren, da die Varianz der Verteilungen von der Kleinwinkelstreuung² abhängt (siehe Abbildung 3.5), die aufgrund des unterschiedlichen Impulses von Kaonen und flugzeitsimulierten Kaonen verschieden stark ausfällt. Zur Bestimmung der Varianzen der Verteilungen dienen mit GEANT simulierte Kaonen. Um eine hinreichend realistische Auflösung zu erhalten, wird die Monte-Carlo-Simulation mit allen relevanten Wechselwirkungen einschließlich des Zerfalls durchgeführt. Wie im Fall des Flugzeitvergleichs können die aus der Simulation resultierenden Verteilungen mit experimentellen Ergebnissen bei hohen Projektilenergien verglichen werden. Abbildung 3.7 zeigt in der oberen Hälfte die geometrischen Schnitte der K^+ -Mesonen aus C+C-Reaktionen mit 1.8 AGeV Projektilenergie und in der unteren Hälfte die der GEANT-Simulation. Innerhalb von 7% stimmen die Varianzen überein.

Die exakte Position der Verteilungen sowohl der geometrischen Schnitte als auch des Geschwindigkeitsvergleichs wird mit gemessenen K^+ -Mesonen durchgeführt. Hierfür wird für jedes Experiment die Einstellung gewählt, die das größte Signal/Untergrund-Verhältnis besitzt. Als "Referenzsysteme" für die drei Experimente dienen die in Tabelle 3.8 des Kapitels 3.5.1 angegebenen Einstellungen.

Wirkung der Schnitte

Am Beispiel des mittleren Impulsbereichs $\Delta p = 0.40 - 0.76 \text{ GeV}/c$, der repräsentativ für den Wirkungsquerschnitt für K^+ -Mesonen ist, wird im Folgenden die Wirkung der Auswahlkriterien beschrieben. Hierzu sind die Massenverteilungen $((m/z)^2$ - siehe Gleichung (3.20)) in Abbildung 3.9 für Au+Au-Reaktionen mit niedriger Projektilenergie und vergleichend

²Breite der Aufstreuung: $\Theta_0 \sim 1/(\beta p)$

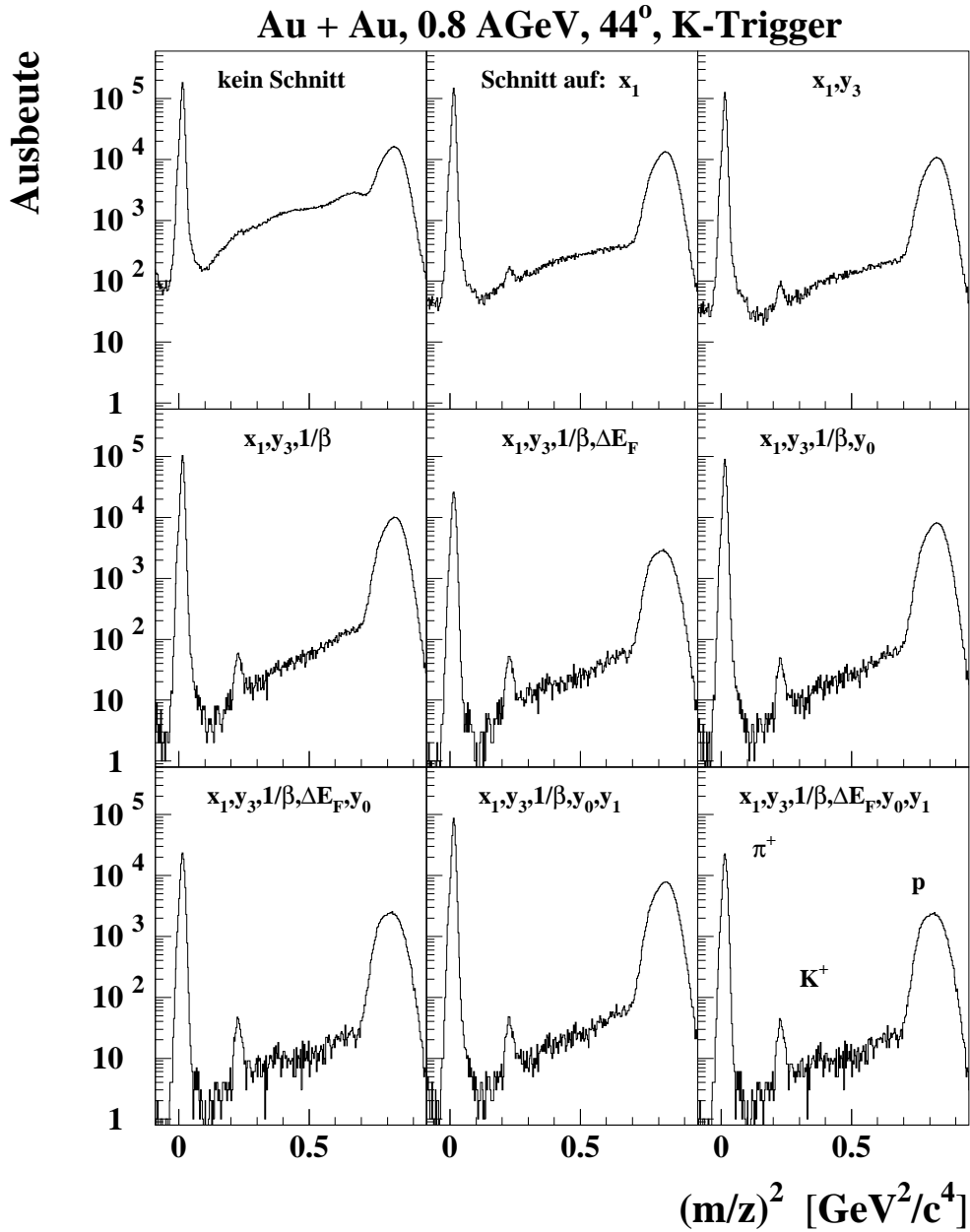


Abbildung 3.9: Wirkung der Auswahlkriterien: Gezeigt sind die Massenverteilungen in $(m/z)^2$, die sich aus Au+Au-Reaktionen bei 0.8 GeV pro Nukleon Einschussenergie unter Anwendung der Schnittkombinationen bei einer Schnittschärfe von $\pm 2\sigma$ ergeben. Pionen, Kaonen und Protonen wurden in einem Impulsbereich von $\Delta p = 0.40 - 0.76 \text{ GeV}/c$ ($B_D = 0.9T$) gemessen.

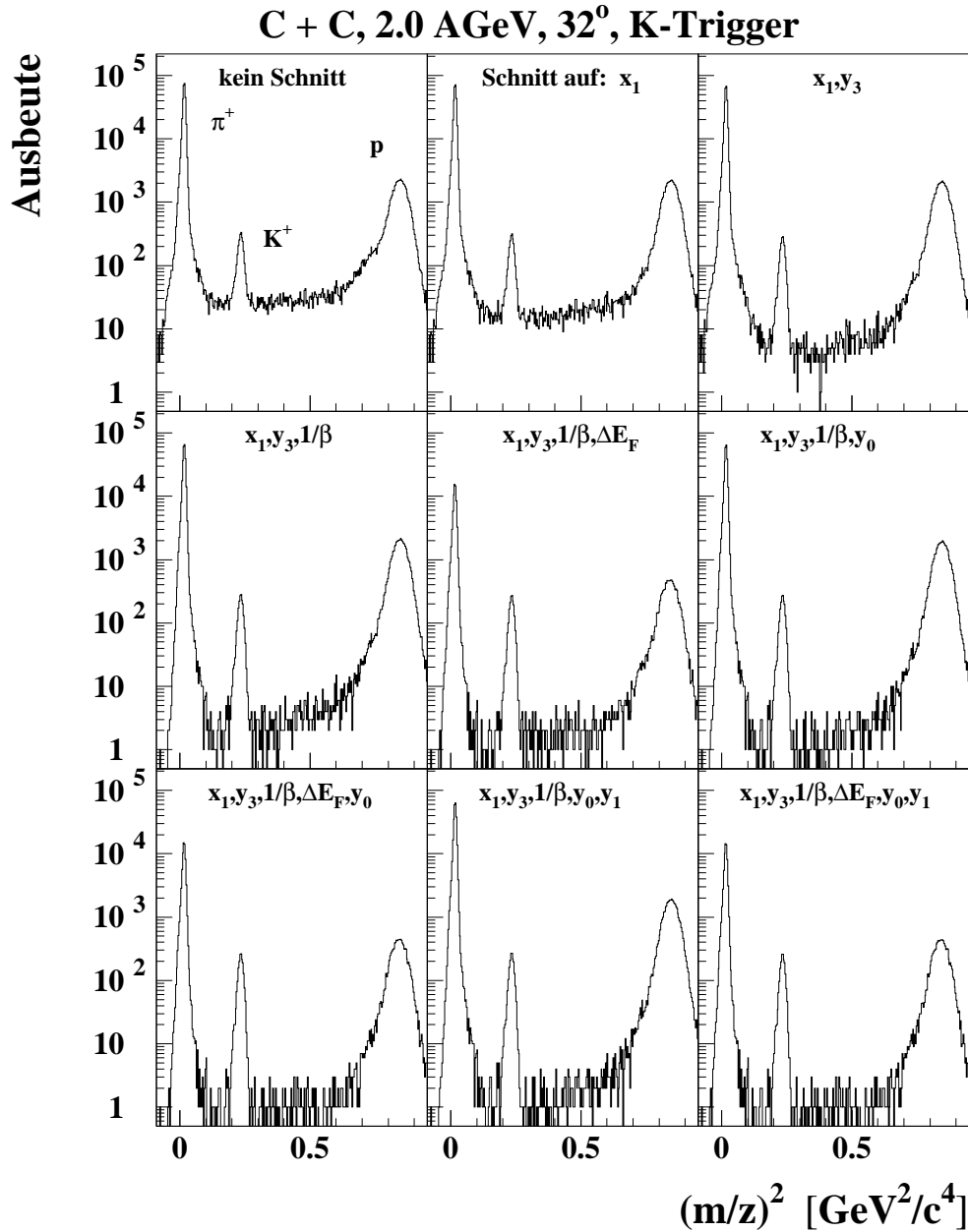


Abbildung 3.10: Wirkung der Auswahlkriterien: Gezeigt sind die Massenverteilungen in $(m/z)^2$, die sich aus C+C-Reaktionen bei 2.0 GeV pro Nukleon Einschubenergie unter Anwendung der Schnittkombinationen bei einer Schnittschärfe von $\pm 3\sigma$ ergeben. Pionen, Kaonen und Protonen wurden in einem Impulsbereich von $\Delta p = 0.40\text{--}0.76 \text{ GeV}/c$ ($B_D = 0.9 T$) gemessen.

dazu in Abbildung 3.10 für C+C-Reaktionen mit hoher Projektilenergie aufgeführt. Beide Reaktionssysteme wurden für K^+ -Mesonen um Schwerpunktrapidität gemessen (siehe Kapitel 4.1). Es liegen keine natürlichen Teilchenverhältnisse zwischen π^+ -Mesonen, K^+ -Mesonen und Protonen vor, da beide Messungen mit einem K^+ -Flugzeittrigger durchgeführt wurden. Das jeweils linke Bild in der oberen Reihe der Abbildungen 3.9 und 3.10 zeigt die aus der Spurrekonstruktion resultierende Massenverteilung ohne Anwendung von Auswahlkriterien. Sukzessiv werden Schnitte auf die Menge der Spurkandidaten angewendet und die entsprechende Massenverteilung in den folgenden Bildern dargestellt. Die hier verwendeten "Schnittkombinationen" stellen das Ergebnis einer empirischen Untersuchung bzgl. des Unterdrückungsfaktors von Untergrundereignissen bei möglichst hoher Schnitteffizienz dar.

Zur Auswertung des schweren Reaktionssystems Au+Au mit einer Einschußenergie weit unterhalb der K^+ -Produktionsschwelle in freien Nukleon-Nukleon-Stößen (Abbildung 3.9) wird die Wahl der Schnittschärfe von $n_\sigma = 2$ (2σ -Schnitte) notwendig, um ein hinreichend gutes Signal/Untergrund-Verhältnis zu erhalten. Anwenden des ersten Schnittes x_1 reduziert den Untergrund in der Nähe der Kaonenmasse um ca. einen Faktor sieben. Erst hier ist ein K^+ -Signal - allerdings mit einem kleinen Signal/Untergrund-Verhältnis von 0.3 ± 0.1 - zu erkennen. Durch den zweiten Schnitt y_3 wird erneut der Untergrund im Bereich der Kaonenmasse um etwa einen Faktor zwei verringert und das Signal/Untergrund-Verhältnis verbessert sich auf 0.5 ± 0.1 . Nach zusätzlichem Anwenden des Flugzeitvergleichs $1/\beta$ findet man einen um ca. Faktor vier geringeren Untergrundanteil. Hier wird das Signal/Untergrund-Verhältnis zu 1.5 ± 0.1 bestimmt. Zusammengefasst führt die Anwendung der Schnittkombination " $x_1, y_3, 1/\beta$ " mit einer Schnittschärfe von $\pm 2\sigma$ zu einer Reduktion des Untergrundes im Bereich der Kaonenmasse um einen Faktor von ca. 60. Dabei beträgt die Schnitteffizienz für K^+ -Mesonen $\epsilon = 0.7$, was aus der Tabelle 3.8 der Referenzsysteme³ entnommen werden kann. Der Schnitt auf den Energieverlust im Stoppdetektor verringert den Untergrund im Bereich der K^+ -Masse um weitere 30% und unterdrückt Pionen und Protonen um ca. einen Faktor drei bis vier, wodurch der Untergrund im Bereich des Kaonensignals leicht konvex geformt wird. Die Anwendung aller Schnitte reduziert insgesamt im Bereich der K^+ -Masse den Untergrund um etwa einen Faktor 150 und erzeugt für K^+ -Mesonen ein Signal/Untergrund-Verhältnis von 3.3 ± 0.3 .

Im Vergleich zum schweren Stoßsystem Au+Au treten bei C+C-Reaktionen eine geringere Anzahl von Ambiguitäten im Auffinden von Spurkandidaten auf. Bei einer Einschußenergie von 2.0 GeV pro Nukleon, die oberhalb der K^+ -Produktionsschwelle in freien Nukleon-Nukleon-Stößen liegt, ist bereits ohne Anwendung von Auswahlkriterien ein gutes Signal/Untergrund-Verhältnis von 3.9 ± 0.1 für K^+ -Mesonen vorhanden. Die Schnittkombination " $x_1, y_3, 1/\beta$ " mit einer Schnittschärfe von $\pm 3\sigma$ reduziert den Untergrund im Bereich der Kaonenmasse um ca. einen Faktor 13 und führt zu einem Signal/Untergrund-Verhältnis von 40 ± 3 . Durch die Anwendung aller Auswahlkriterien wird ein nahezu untergrundfreies Kaonensignal mit einem Signal/Untergrund-Verhältnis von größer als 100 erhalten.

Als sehr effektiv hat sich die Kombination der Schnitte auf eine horizontale und vertikale Koordinate und zusätzlich auf den Flugzeitvergleich (Schnittkombination " $x_1, y_3, 1/\beta$ ")

³Au+Au, 1.0 AGeV, $\Theta_{lab} = 84^\circ$

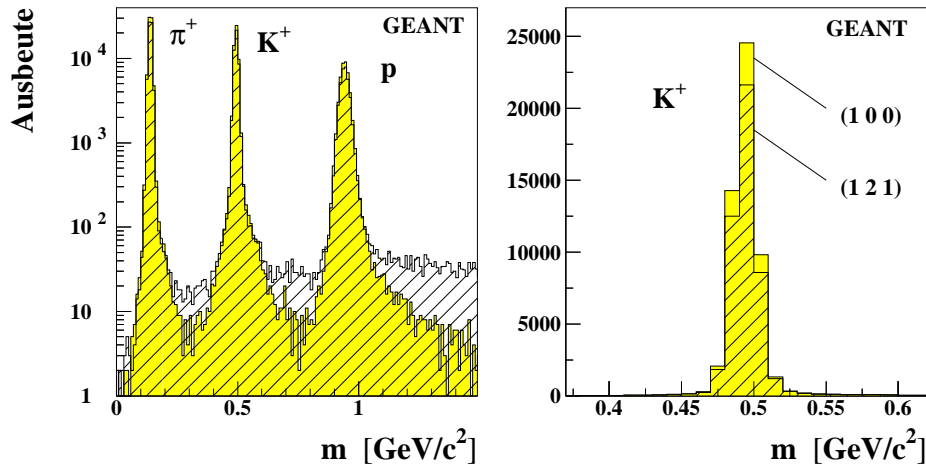


Abbildung 3.11: Die grau gefärbte Massenverteilung wurde mit GEANT erzeugt und enthält pro Ereignis ein Pion, Kaon oder Proton. Werden zu jeder Spur jeweils zwei Untergrundereignisse in der MWPC-1 und im Startdetektor und jeweils ein Untergrundereignis in MWPC-2,3 und im Stoppdetektor per Zufallsgenerator hinzugemischt, so erhält man nach Anwendung der Spurrekonstruktionsroutine die schräg schraffierte Massenverteilung (1 2 1) (siehe Definition (3.28)). Zur Visualisierung der Rekonstruktionseffizienz wurde im Bild auf der rechten Seite der Bereich um die Kaonenmasse vergrößert.

erwiesen, da mit relativ geringen Verlusten an K^+ -Mesonen bereits der größte Teil des Unterdrückungspotentials ausgeschöpft wird. Aufgrund dieser guten Eigenschaften findet die Kombination “ $x_1, y_3, 1/\beta$ ” sowohl in Au+Au- als auch in C+C-Reaktionen bei Projektilenergien zwischen 1.0 und 2.0 AGeV Anwendung. Lediglich bei 0.8 AGeV Projektilenergie wird eine stärkere Reduktion von Untergrundereignissen benötigt, weshalb die Schnittkombination “ $x_1, y_3, 1/\beta, y_0$ ” verwendet wird.

Die im Vergleich zur Schnittkombination “ $x_1, y_3, 1/\beta$ ” geringen Unterdrückungsraten der weiteren Kombinationen liegen in der Korrelation der einzelnen Schnitte begründet. Dies bedeutet, daß verschiedene Auswahlkriterien eine Schnittmenge der auszuwählenden Spurkandidaten besitzen. Allerdings liegt auch eine Korrelation in der Effizienz der Schnitte vor, was in der Bestimmung der Effizienzkorrektur berücksichtigt werden muß (Kapitel 3.5.1).

3.3.6 Effizienz der Spurrekonstruktion

Die Effizienz der Spurrekonstruktion wird mit Hilfe eines GEANT-Datensatzes bestimmt. Hierzu wurde ein GEANT-Ereignisgenerator geschaffen, der in einer festen Reihenfolge abwechselnd entweder ein Pion, ein Kaon oder ein Proton in die Akzeptanz des Spektrometers schickt. Damit wird vermieden, daß beim späteren Zusammenfassen von bis zu drei Teilchenspuren zwei Pionen oder gar zwei Kaonen in einem Ereignis vorliegen, was in der Akzeptanz des Spektrometers bei SIS-Energien mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit vor-

kommt. Alle relevanten Wechselwirkungen werden berücksichtigt. Um jedoch eine Aussage hinsichtlich der Effizienz machen zu können, wird der Zerfall von Pionen und Kaonen außer acht gelassen. Die resultierende Massenverteilung ist in Abbildung 3.11 grau gefärbt dargestellt.

Der GEANT-Datensatz wird dann in einen sogenannten “Mixer” eingelesen, um bis zu drei Teilchenspuren zu einem Ereignis zusammenzufassen. Weiterhin können Untergründereignisse in allen Detektoren per Zufallsgenerator gleichverteilt über den Detektor hinzuge-mischt werden. Mit dieser Methode kann ein Datensatz auf DST-Basis erzeugt werden, dessen mittlere Spurmultiplicität und mittlere Anzahl von Treffern sowohl im Start- und Stoppdetektor als auch in den Vieldrahtproportionalkammern der experimentellen Situation angepaßt sind. Zur Vereinfachung wird für die weitere Diskussion die Nomenklatur

$$\left(m_{spur} \quad n_{ug}^{vD} \quad n_{ug}^{hD}\right) \quad (3.28)$$

verwendet, die im Folgenden auch als “Untergrundklasse” bezeichnet wird. Die erste Ziffer m_{spur} gibt die Anzahl der zusammengefaßten Spuren im Spektrometer wieder. Die zweite und dritte Ziffer steht für die Anzahl der hinzugemischten Untergründereignisse n_{ug} , wobei zwischen den Detektoren vor dem Dipolmagneten (MWPC-1 und Startdetektor) und hinter dem Dipolmagneten (MWPC-2,3 und Stoppdetektor) unterschieden wird. Für den Fall der Untergrundklasse (121) ist die Massenverteilung nach der Spurrekonstruktion schräg schraffiert in Abbildung 3.11 eingezeichnet. Im Vergleich zur ursprünglichen Massenverteilung (grau gefärbt) weist die Massenverteilung der Untergrundklasse (121) einen höheren Untergrundanteil und damit auch einen Effizienzverlust auf, der auf der rechten Seite der Abbildung 3.11 anhand der Ausschnittsvergrößerung im Bereich der Kaonenmasse zu erkennen ist. Am Beispiel des mittleren Impulsbereichs von $\Delta p=0.40-0.76$ GeV/c für Au+Au-Reaktionen mit 0.8 AGeV und C+C-Reaktionen mit 2.0 AGeV Projektilenergie wird im Folgenden die Bestimmung der Spurrekonstruktionseffizienzen ϵ_{Spur} beschrieben. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind in Tabelle 3.3 nur die Untergrundklassen aufgeführt, die in Au+Au-Reaktionen eine relative Häufigkeit von größer als 1% besitzen. Zur Bestimmung der Spurrekonstruktionseffizienzen der einzelnen Untergrundklassen ϵ_{Spur}^i wurde der jeweilige GEANT-Datensatz mit der gleichen Datenanalyse ausgewertet, welche für Experimentdaten verwendet wird. Die Anzahl der identifizierten Pionen, Kaonen und Protonen wurde jeweils in einem Massenfenster von $\pm 3\sigma$ um den Mittelwert der Massenverteilung ermittelt. Werden Untergrundklassen bis zu drei Teilchenspuren und bis zu fünf Untergründereignisse vor und hinter dem Dipolmagneten berücksichtigt, so ergibt sich eine mittlere Rekonstruktionseffizienz von

$$\begin{aligned} \epsilon_{Spur} &= 0.92 && \text{für Au+Au, } E_{Strahl} = 0.8 \text{ AGeV, } \Theta_{Lab} = 44^\circ \\ &\text{und} \\ \epsilon_{Spur} &= 0.96 && \text{für C+C, } E_{Strahl} = 2.0 \text{ AGeV, } \Theta_{Lab} = 32^\circ \end{aligned}$$

Mit diesem Verfahren wird die Rekonstruktionseffizienz in Abhängigkeit des Reaktionssystems, der Projektilenergie und des Laborwinkels zu Werten zwischen 0.92 und 0.98 bestimmt.

Die Impulsabhängigkeit für drei verschiedene Untergrundklassen ist in Abbildung 3.12 dargestellt. Erst im Fall von zwei zusammengefaßten Spuren ist eine Abhängigkeit vom

$\Delta p = 0.40 - 0.76 \text{ GeV}/c \quad (B_D = 0.9 \text{ T})$						
	Untergrundklasse					
	(1 0 0)	(1 0 1)	(1 0 2)	(1 1 0)	(1 1 1)	(1 1 2)
ϵ_{Spur}^i	1	0.96	0.91	0.96	0.91	0.87
rel. Häufigkeit in:						
Au+Au 0.8 AGeV $\Theta_{lab}=44^\circ$	0.330	0.096	0.033	0.165	0.072	0.026
C+C 2.0 AGeV $\Theta_{lab}=32^\circ$	0.667	0.054	0.013	0.161	0.033	0.009

	(1 2 0)	(1 2 1)	(1 2 2)	(2 0 0)	(2 0 1)	(2 1 0)
	ϵ_{Spur}^i	0.93	0.88	0.83	0.88	0.84
rel. Häufigkeit in:						
Au+Au 0.8 AGeV $\Theta_{lab}=44^\circ$	0.058	0.031	0.012	0.027	0.012	0.016
C+C 2.0 AGeV $\Theta_{lab}=32^\circ$	0.021	0.005	0.002	0.011	0.003	0.002

Tabelle 3.3: Spurrekonstruktionseffizienzen ϵ_{Spur}^i der Untergrundklassen (siehe (3.28)) und ihre relative Häufigkeit in Au+Au- (0.8 AGeV, $\Theta_{lab}=44^\circ$) und C+C-Reaktionen (2.0 AGeV, $\Theta_{lab}=32^\circ$): Sowohl Au+Au- als auch C+C-Reaktionen wurden mit einem K-Trigger gemessen. Die Auswahl der Untergrundklassen beschränkt sich auf diejenigen, die in Au+Au-Reaktionen eine relative Häufigkeit größer als 1% besitzen.

Impuls zu erkennen, die aufgrund der geringen relativen Häufigkeit der Untergrundklasse vernachlässigt wird. Die Rekonstruktionseffizienz wird daher mit einem Mittelwert je Impulsbereich korrigiert.

Maßgeblich für den Wert der Rekonstruktionseffizienz ist die Granularität der Detektoren. Die Zuordnung der Nummer des Szintillatorstreifens des Flugzeitstartdetektors zu den Spurkandidaten (Gleichung (3.16)) läßt durch die Breite der Szintillatorstreifen von 3 cm Fehlzugeordnungen zu, wenn zwei benachbarte Streifen von zwei verschiedenen Teilchen getroffen wurden. Damit kann zum Spurkandidaten eine falsche Flugzeit zugeordnet werden, was die richtige Identifikation im Massenspektrum verhindert. Durch die kleinere Treffermultiplizität im Stoppdetektor treten hier Fehlzugeordnungen mit geringerer Wahrscheinlichkeit auf. Die Doppeltrefferauflösung der Vieldrahtproportionalkammern liefert den größten Beitrag zum Effizienzverlust der Spurrekonstruktion. Hier werden jeweils fünf Drähte in den Nachweisebenen zu einem Kanal zusammengefaßt, der eine Breite von 0.5 cm abdeckt. Durch Schwerpunktsbildung der Ladungsverteilungen beträgt die Ortsauflösung eines einzelnen Treffers ca. 0.05 cm (FWHM) [Sar91]. Hingegen wird die Trennung von zwei benachbarten Treffern durch die Kanalbreite dominiert, da der Algorithmus zum Auffinden von Treffern in den Ladungsverteilungen ein Minimum zwischen den Treffern finden muß. Die

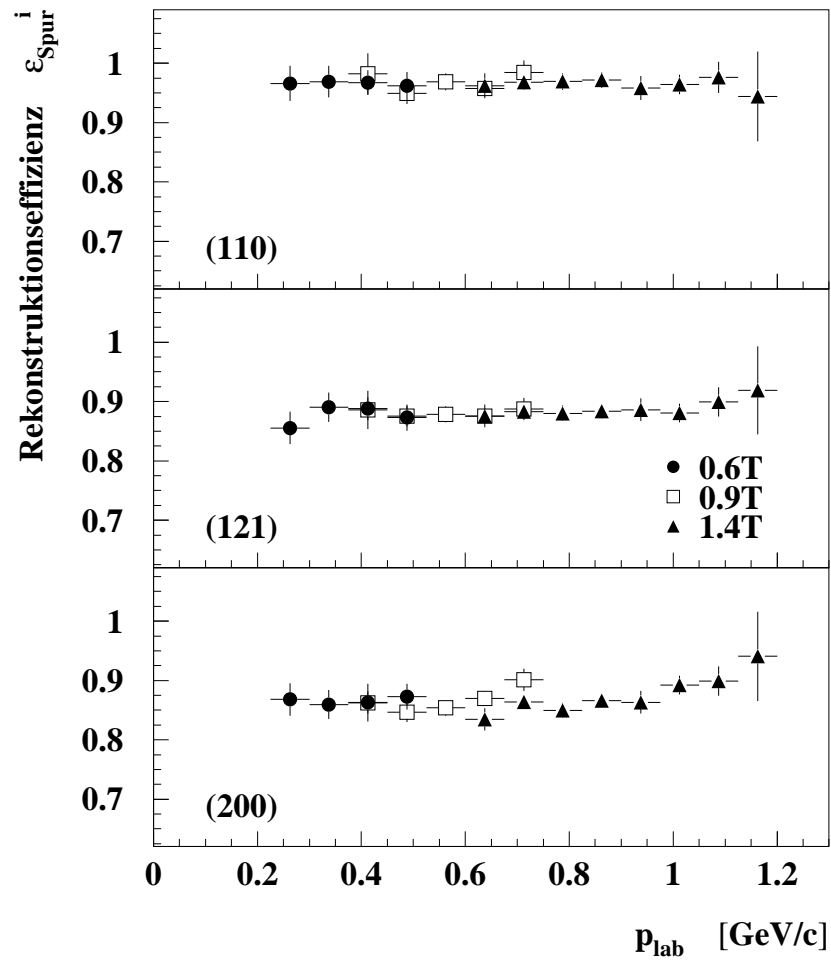


Abbildung 3.12: Rekonstruktionseffizienzen für drei verschiedene Untergrundklassen (siehe Definition (3.28)) als Funktion des Impulses.

E_{Strahl}	Θ_{lab}	Au + Au		C + C	
		N_{K^+}	$\frac{Signal}{Untergrund}$	N_{K^+}	$\frac{Signal}{Untergrund}$
0.8 AGeV	44°	1030	2.3 ± 0.2	740	0.95 ± 0.06
	84°	210	5 ± 3	-	-
1.0 AGeV	44°	2200	2.4 ± 0.1	1970	2.9 ± 0.3
	54°	-	-	470	2.6 ± 0.3
	84°	1010	21 ± 3	-	-
1.1 AGeV	56°	1100	12 ± 2	-	-
1.2 AGeV	40°	-	-	2470	5.8 ± 0.4
1.5 AGeV	32°	-	-	3420	16 ± 2
	40°	820	9 ± 1	-	-
	48°	1090	14 ± 2	3930	34 ± 5
	56°	1200	42 ± 15	-	-
1.8 AGeV	32°	-	-	8530	45 ± 5
	40°	-	-	8180	61 ± 7
	48°	-	-	1150	100 ± 50
2.0 AGeV	32°	-	-	5410	49 ± 4
	40°	-	-	6870	95 ± 19

Tabelle 3.4: Anzahl der identifizierten K^+ -Mesonen N_{K^+} aus Au+Au- und C+C-Reaktionen im gesamten vermessenen Impulsbereich: Ausschließlich für die niedrigste Projektilenergie von 0.8 AGeV wurde zur Reduktion des Untergrundes die Schnittkombination “ $x_{1,y_3,1}/\beta, y_0$ ” mit einer Schnittschärfe von $\pm 2\sigma$ angewendet. Die übrigen Einstellungen wurden mit der Kombination “ $x_{1,y_3,1}/\beta$ ” und einer Schnittschärfe von $\pm 3\sigma$ ausgewertet. Das angegebene Signal/Untergrund-Verhältnis ist im mittleren Impulsbereich $\Delta p=0.40-0.76$ GeV/c ($B_D=0.9$ T) bestimmt worden.

MWPC-Doppeltrefferauflösung wird mit Experimentdaten zu 1.5 cm bestimmt. Sie wird beim Zusammenfassen von Ereignissen und Hinzufügen von Untergrundereignissen durch den “Mixer” berücksichtigt. Wird hier eine ideale MWPC-Doppeltrefferauflösung von 0.0 cm angenommen, so erhöht sich die Rekonstruktionseffizienz z. B. der Untergrundklasse (1 1 1) von 0.91 auf 0.96. Mit der Korrektur der Rekonstruktionseffizienz wird also gleichzeitig der Effizienzverlust durch die MWPC-Doppeltrefferauflösung korrigiert.

3.4 Teilchenidentifikation

3.4.1 Positiv geladene Kaonen

In Kapitel 3.3.5 wurde bereits die Untergrundreduktion durch die Schnittkombinationen anhand von Au+Au-Reaktionen bei 0.8 AGeV und C+C-Reaktionen bei einer Einschußenergie von 2.0 AGeV (Abbildung 3.9 und 3.10) diskutiert. Sie dienen auch hier als Beispiele, um das Zählen der Kaonen oberhalb des Restuntergrundes zu veranschaulichen.

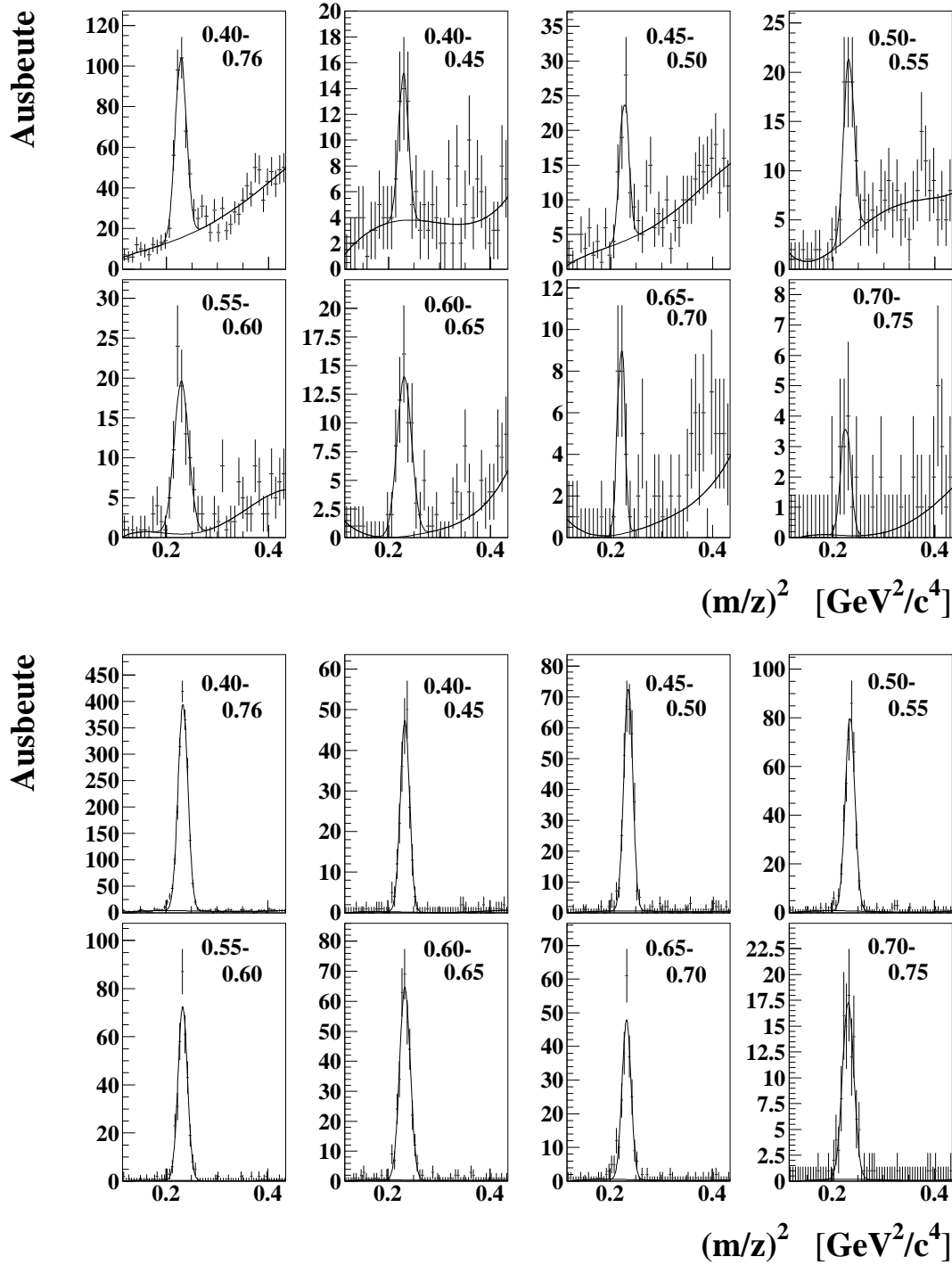


Abbildung 3.13: Gezeigt sind die Massenverteilungen der $50 \text{ MeV}/c$ -breiten Impulsintervalle des Impulsbereichs $\Delta p = 0.40\text{-}0.76 \text{ GeV}/c$ ($B_D = 0.9 \text{ T}$). Die Massenverteilungen der $\text{Au}+\text{Au}$ -Reaktionen bei 0.8 AGeV Einschußenergie (oberer Teil der Abbildung) entstanden nach Anwendung der Schnittkombination “ $x_1, y_3, 1/\beta, y_0$ ” (siehe Abbildung 3.9) mit einer Schnittschärfe von $\pm 2\sigma$. Im unteren Teil der Abbildung sind die Massenverteilungen von $\text{C}+\text{C}$ -Reaktionen bei 2.0 AGeV Strahlenergie enthalten, die durch Anwenden der Schnittkombination “ $x_1, y_3, 1/\beta$ ” mit einer Schnittschärfe von $\pm 3\sigma$ entstehen.

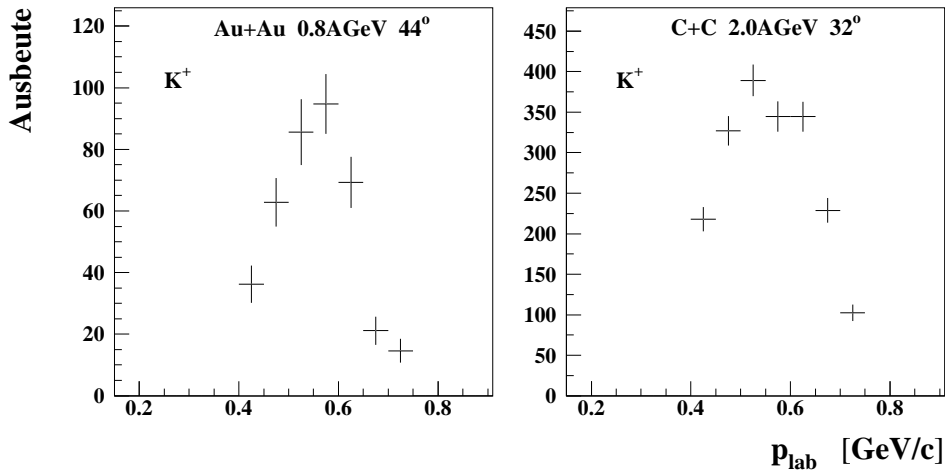


Abbildung 3.14: Anzahl der K^+ -Mesonen nach Abzug des Restuntergrundes: Die Ausbeuten ergeben sich direkt aus den Massenverteilungen der Abbildung 3.13. Die Form der unkorrigierten Verteilungen ist hauptsächlich durch die Akzeptanz der Magnetfeldeinstellung $B_D=0.9 \text{ T}$ gegeben.

Zum Abzug des Untergrundes wird der gesamte vermessene Impulsbereich in Intervalle der Breite $50 \text{ MeV}/c$ unterteilt. Für die beiden Beispiele sind in Abbildung 3.13 die einzelnen Impulsintervalle für den mittleren Impulsbereich $\Delta p=0.40\text{-}0.76 \text{ GeV}/c$ ($B_D=0.9 \text{ T}$) aufgeführt. Zur Reduktion des Untergrundes wurde für die gezeigten Au+Au-Reaktionen die Schnittkombination “ $x_1, y_3, 1/\beta, y_0$ ” mit einer Schnittschärfe von $\pm 2\sigma$ und für die gezeigten C+C-Reaktionen die Schnittkombination “ $x_1, y_3, 1/\beta$ ” mit einer Schnittschärfe von $\pm 3\sigma$ angewendet.

Die Anpassung des Restuntergrundes erfolgt jeweils mit einem Polynom vierten Grades außerhalb der Kaonenmasse in einem Bereich von $\Delta(m/z)^2 = 0.12 - 0.55 \text{ GeV}^2/c^4$. Zur Stabilisierung der Prozedur wird zusätzlich das Kaonensignal mit einer Gaußverteilung angepaßt. In den ersten zwei Schritten werden zunächst die Anpassungsparameter für den Untergrund und dann für das Kaonensignal - bei jeweils festgehaltenen Parametern des Untergrundpolynoms - bestimmt. Mit diesen Parametern als Startwerten erfolgt die endgültige Anpassung des Kaonensignals und Untergrundes (χ^2 pro Freiheitsgrad < 1.4), wobei alle Anpassungsparameter frei variiert werden.

Die Zahl der identifizierten K^+ -Mesonen pro Impulsintervall ergibt sich dann aus der Anzahl der Ereignisse oberhalb der Anpassungsfunktion des Untergrundes. Hierzu wird ein $(m/z)^2$ -Fenster von $\pm 3\sigma$ um den Mittelwert des Kaonensignals gewählt. Als Ergebnis der Prozedur ist in Abbildung 3.14 die Anzahl von K^+ -Mesonen als Funktion des Laborimpulses nach Abzug des Restuntergrundes aufgeführt. Die Form der unkorrigierten Verteilungen wird dabei durch die Akzeptanz im Impulsbereich $\Delta p=0.40\text{-}0.76 \text{ GeV}/c$ ($B_D=0.9 \text{ T}$) dominiert. Um einen Überblick über die K^+ -Statistik aus den durchgeführten Messungen zu geben, ist in Tabelle 3.4 die über den gesamten Impulsbereich von $\Delta p=0.27\text{-}$

1.15 GeV/c aufsummierte Anzahl von identifizierten K^+ -Mesonen aufgeführt. Sowohl in Au+Au- als auch in C+C-Reaktionen fand zumeist die Schnittkombination “ $x_1, y_3, 1/\beta$ ” mit einer Schnittschärfe von $\pm 3\sigma$ Anwendung. Lediglich im Fall der niedrigen Projektilenergie von 0.8 AGeV wurde die Kombination “ $x_1, y_3, 1/\beta, y_0$ ” mit einer Schnittschärfe von $\pm 2\sigma$ verwendet. Die in Tabelle 3.4 angegebenen Signal/Untergrund-Verhältnisse beziehen sich auf den mittleren Impulsbereich $\Delta p = 0.40\text{-}0.76$ GeV/c ($B_D = 0.9$ T). Hierbei betrifft der aufgeführte Fehler des Signal/Untergrund-Verhältnisses lediglich die Bestimmung des Wertes und findet keine Verwendung in der Berechnung des Wirkungsquerschnitts.

3.4.2 Positiv geladene Pionen

Wie in den Abbildungen 4.6 und 4.7 des Kapitels 4 zu erkennen ist, erstreckt sich der differentielle π^+ -Wirkungsquerschnitt bei Projektilenergien um 1.0 AGeV über bis zu vier Größenordnungen. Dies hat zur Folge, daß im Impulsbereich von $\Delta p = 0.17\text{-}0.4$ GeV/c ($B_D = 0.35$ T u. 0.6 T) nahezu untergrundfreie π^+ -Mesonen vorliegen (Signal/Untergrund-Verhältnis > 100), während bei höheren Impulsen der Untergrundanteil nicht mehr vernachlässigbar ist. Hierzu zeigt Abbildung 3.15 die Massenverteilung von positiv geladenen Pionen in einem Impulsintervall von $\Delta p = 0.775\text{-}0.8$ GeV/c aus Au+Au- und C+C-Reaktionen mit 1.0 AGeV Projektilenergie. In einem Intervall von $\pm 4\sigma$ um den Mittelwert der Verteilungen ist in Au+Au-Reaktionen etwa 9% und in C+C-Reaktionen 0.6% Untergrund enthalten. Dieser Anteil wächst mit zunehmendem Impuls an. Bei Impulsen um 1 GeV/c findet man in Au+Au-Reaktionen etwa 25% und C+C-Reaktionen ca. 3% Untergrundanteil.

Um möglichst impulsabhängige Korrekturen von Auswahlkriterien zu vermeiden, wird zur Pionenanalyse lediglich der Schnitt “ x_1 ” mit einer Schnittschärfe von $\pm 4\sigma$ angewendet, der eine Effizienz von größer als 99% besitzt. Der notwendige Abzug des Untergrundes bei π^+ -Impulsen größer als 0.4 GeV/c erfolgt in Impulsintervallen der Breite $\Delta p = 25$ MeV/c, wobei der Untergrund mit Hilfe eines Polynoms zweiten Grades angepaßt wird. Nach Abzug des Untergrundes wird in einem Bereich von $\pm 4\sigma$ um den Mittelwert des Pionensignals die Anzahl der Pionen für das gegebene Impulsintervall bestimmt (grau gefärbte Flächen der Abbildung 3.15).

Für Au+Au- und C+C-Reaktionen sind in Abbildung 3.16 im Bereich der Pionenmasse die Massenverteilungen des Impulsbereiches von $\Delta p = 0.2\text{-}0.225$ GeV/c, der das Maximum der Laborimpulsverteilung von positiv geladenen Pionen enthält, aufgeführt. Als Pionen wird der grau eingefärbte Bereich identifiziert, der das Pionensignal und zusätzlich die sogenannte “Myonen-Schulter” enthält. Positiv geladene Pionen zerfallen zum größten Teil in ein positiv geladenes Myon und ein Myon-Neutrino:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \quad P \cong 0.99988$$

Die für den Zerfall verantwortliche schwache Wechselwirkung bewirkt eine Lebensdauer von $\tau \cong 2.6 \cdot 10^{-8}$ s. Das bedeutet, daß bei einem Impuls von 0.2 GeV/c etwa 15% der Pionen bis zum Eintritt in den Dipolmagneten zerfallen. Da im Vergleich zum Myon-Neutrino die Massendifferenz zwischen Pion und Myon relativ gering ist, wird im Mittel ein großer Teil des Pionenimpulses vom Myon getragen und damit die Flugbahn (im Mittel) nur geringfügig

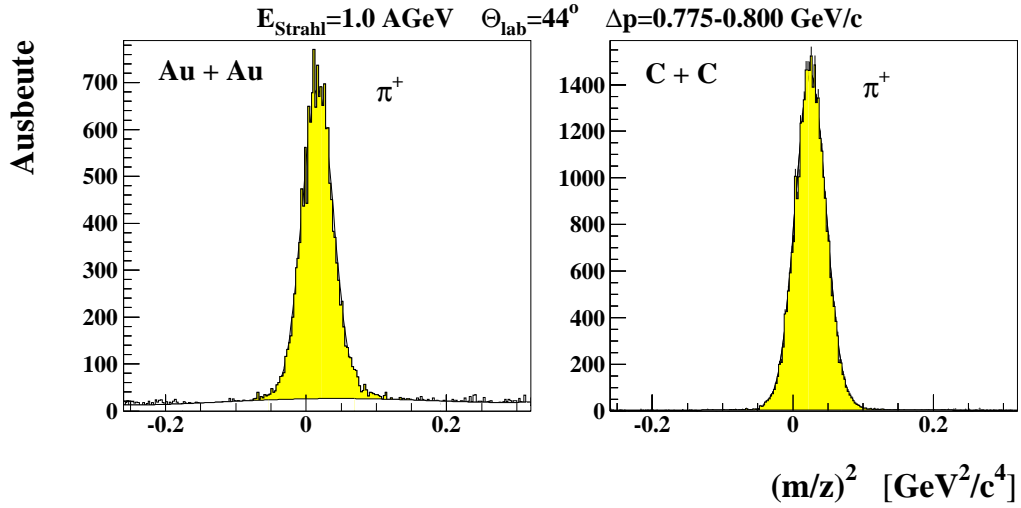


Abbildung 3.15: Massenverteilungen von positiv geladenen Pionen in einem Impulsintervall von $\Delta p=0.775-0.8$ GeV/c aus Au+Au- und C+C-Reaktionen bei 1.0 AGeV Projektilenergie und einem Laborwinkel von $\Theta_{\text{lab}}=(44\pm 4)^\circ$: Die grau gefärbte Fläche stellt die Anzahl der identifizierten Pionen dar.

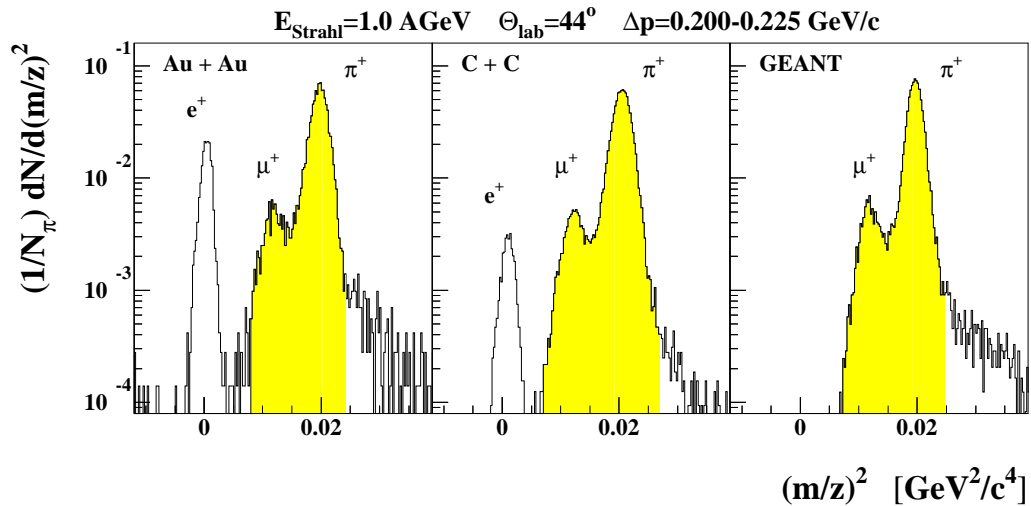


Abbildung 3.16: Massenverteilungen im Bereich der Pionenmasse aus einem Impulsintervall von $\Delta p=0.2-0.225$ GeV/c: Die Bilder zeigen die Verteilungen aus Au+Au- und C+C-Reaktionen bei 1.0 AGeV Projektilenergie und zusätzlich aus einer GEANT-Simulation. In der Monte-Carlo-Simulation wurden alle relevanten Wechselwirkungen inklusive des Zerfalls berücksichtigt. Experimentdaten und der GEANT-Datensatz wurden mit identischer Datenanalyse ausgewertet. Die jeweils grau gefärbte Fläche enthält die Ereignisse, die als Pionen identifiziert werden.

E_{Strahl}	Au + Au		C + C	
	Θ_{lab}	N_{π^+}	Θ_{lab}	N_{π^+}
0.8 AGeV	44°	1070100	44°	1645000
	84°	136300	-	
1.0 AGeV	44°	821700	44°	1118700
	84°	8940	54°	416300
1.1 AGeV	56°	215200	-	
1.2 AGeV	-		40°	980500
1.5 AGeV	40°	400500	32°	929000
	48°	212100	48°	916600
	56°	100300	-	
1.8 AGeV	-		32°	1153700
	-		40°	1255000
	-		48°	107800
2.0 AGeV	-		32°	802000
	-		40°	1180000

Tabelle 3.5: Anzahl der identifizierten Pionen im gesamten vermessenen Impulsbereich

verändert. Diese Ereignisse werden dann als Myonen im Massenspektrum identifiziert. Das Zählratenverhältnis N_{μ^+}/N_{π^+} in Abbildung 3.16 bestätigt in etwa die Abschätzung. Bis zur Fokalebene zerfallen weitere 30% der π^+ ($B_D=0.35$ T). Innerhalb des Magnetfeldes entstehen hierdurch Trajektorien mit zwei Radien, die zum Teil durch die Spurrekonstruktion aussortiert werden. Zerfallen die π^+ zwischen Austrittsfenster des Dipolmagneten und Fokalebene, so werden die μ^+ teilweise als “schnelle” und damit “leichte Pionen” identifiziert. Durch die Überlagerung der genannten Prozesse entsteht die charakteristische “Myonenschulter”. Die Anzahl der identifizierten Pionen ist als grau gefärbte Fläche dargestellt und wird gleichermaßen für die Messung sowie für die GEANT-Simulation (rechtes Bild der Abbildung 3.16), mit der die Akzeptanz- und Zerfallskorrektur vorgenommen wird, durchgeführt. In der Monte-Carlo-Simulation GEANT werden positiv geladene Pionen in die Akzeptanz des Spektrometers geschickt, wobei alle relevanten Wechselwirkungen inklusive des Zerfalls von Pionen berücksichtigt werden. Die Anzahl der insgesamt aus den Experimentdaten der verschiedenen Reaktionssysteme identifizierten Pionen sind in Tabelle 3.5 aufgeführt.

In den Massenverteilungen aus Au+Au- und C+C-Reaktionen (Abbildung 3.16) ist ein weiteres Signal bei kleinen Werten $(m/z)^2$ zu erkennen, das in der Massenverteilung der GEANT-Simulation nicht vorhanden ist. Für Au+Au-Reaktionen beträgt die Zählrate relativ zu den positiv geladenen Pionen ca. 18% und in C+C-Reaktionen ca. 3%. Es handelt sich hierbei um Teilchenspuren aus dem Target, da das Signal die Spurrekonstruktion und Anwendung von Auswahlkriterien mit hoher Effizienz übersteht. Aufgrund der sehr kleinen Masse und der gewählten Polarität des Dipolmagneten wird das Signal als Positronen e^+ identifiziert. Die Hauptquelle für Positronen mit sehr hohem Impuls stellt der elektromag-

		Au+Au			C+C
Molmasse M	[g]	196.97			12.0
Dichte ρ	[g/cm ³]	19.32			1.88
Targetdicke d	[cm]	0.05	0.10	0.141	0.30
P_{int}	% von λ	1.8%	3.6%	5.1%	2.7%
F_{Target}	[b]	338.59	169.29	120.06	35.33

Tabelle 3.6: *Angegeben sind Molmasse, Dichte und Dicke sowie Wechselwirkungswahrscheinlichkeit P_{int} und Materialkonstante F_{Target} der verwendeten Targets.*

Akzeptanz - und Zerfallskorrektur

Die Bestimmung der Akzeptanz- und Zerfallskorrektur erfolgt mit Hilfe einer GEANT-Simulationsrechnung [Schi91, Wag96]. Hierzu wird ein Ereignisgenerator verwendet, der Pionen oder Kaonen gleichverteilt im Impuls und Raumwinkel in die Akzeptanz $\Delta p_{lab}\Delta\Omega_{lab}$ des Kaonenspektrometers schickt. Jeweils ein Teilchen wird generiert und dessen Bahn durch das Spektrometer unter Berücksichtigung des Zerfalls, des Energieverlusts, der Kleinwinkelstreuung und der hadronischen Wechselwirkungen berechnet. Die so gewonnenen Simulationsdatensätze werden äquivalent zu Experimentdaten in der Datenanalyse behandelt und damit die impulsabhängige Akzeptanz- und Zerfallskorrektur bestimmt.

Im oberen Teil der Abbildung 3.17 ist auf der linken Seite die Akzeptanzkorrektur $\Delta p_{lab}\Delta\Omega_{lab}$ für Kaonen in den drei Impulsbereichen ($B_D=0.6,0.9,1.4T$) aufgeführt. In der zugrundeliegenden Simulationsrechnung wurde der Kaonenzerfall nicht berücksichtigt. Zur Illustration ist getrennt davon auf der rechten Seite die impulsabhängige Zerfallskorrektur $\varepsilon_{Zerfall}$ für Kaonen abgebildet. Mit ihrer Lebensdauer von $c\tau_{K^\pm}=3.709m$ [PDG94] und Trajektorienlängen zwischen 5.5-7.5 m zerfallen impulsabhängig zwischen 90% und 50% der Kaonen zwischen Target und Fokalebene des Spektrometers. Die Akzeptanz- und Zerfallskorrektur für Kaonen ergibt sich dann zu

$$f_{acc}^K(p_{lab}, \Omega_{lab}) = (\Delta p_{lab}\Delta\Omega_{lab})_K \cdot \varepsilon_{Zerfall}^K \quad . \quad (3.31)$$

In der unteren Hälfte der Abbildung 3.17 ist die kombinierte Akzeptanz- und Zerfallskorrektur für Pionen in den fünf Impulsbereichen der magnetischen Flußdichten des Dipolmagneten $B_D=0.35-1.9T$ dargestellt. Der Einfluß des Zerfalls ist hier zum einen durch die größere Lebensdauer $c\tau_{\pi^\pm}=7.804m$ und zum anderen durch die kürzere Flugzeit bei gleichem Impuls sehr viel geringer.

Die Strahlnormierung

Zur Bestimmung der Anzahl von Strahlteilchen N_{Strahl} wird ein Strahlmonitorzähler verwendet, der am Target aus zwei unter rückwärtigen Winkeln von 110° messenden Teleskoparmen mit je drei Plastikszintillatoren besteht (siehe Kapitel 2.1). Geeicht wird der

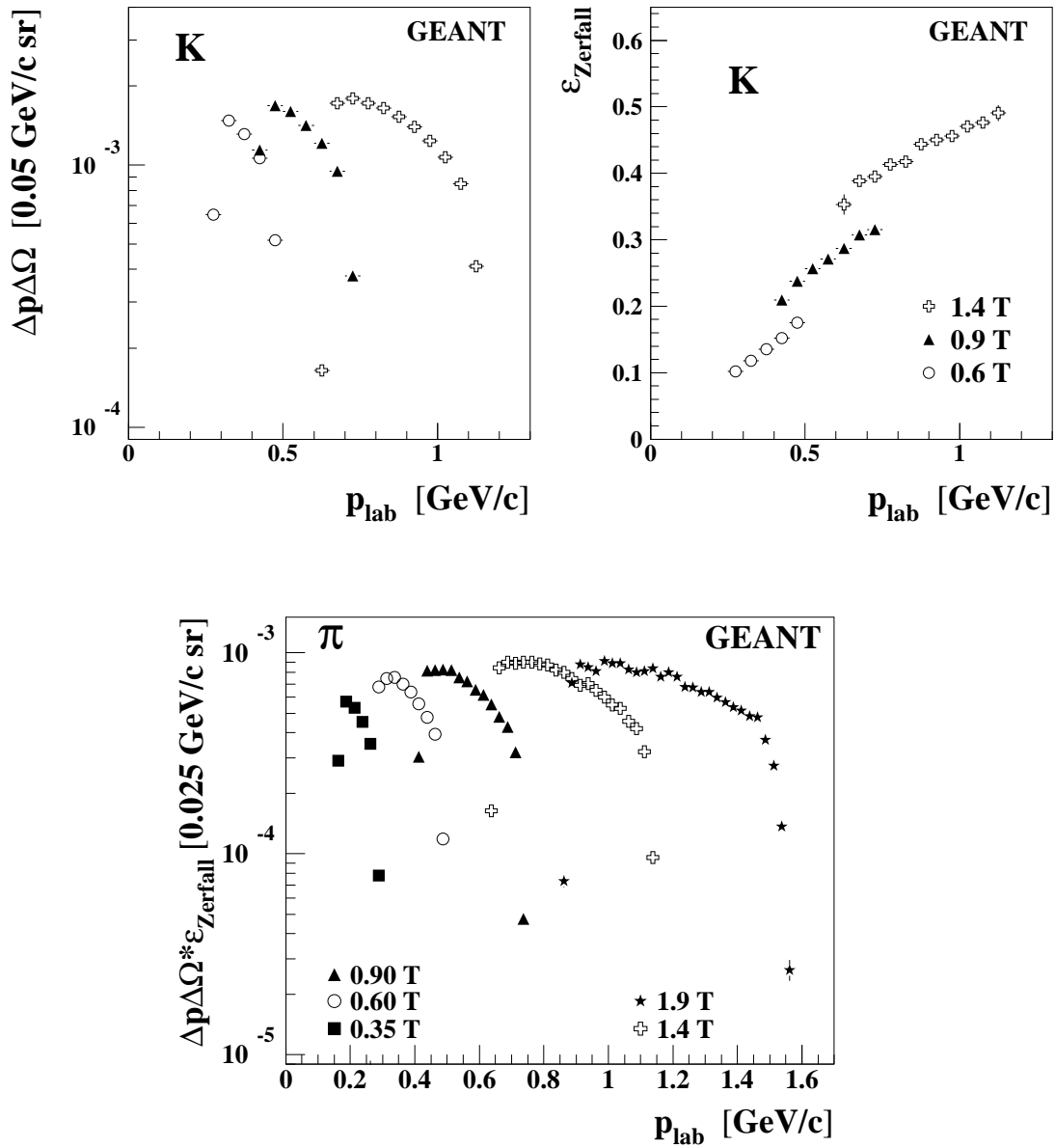


Abbildung 3.17: Akzeptanz- und Zerfallskorrektur für Kaonen und Pionen

		Au+Au					
E_{Strahl}	[AGeV]	0.8		1.0		1.1	1.5
Targetdicke	[cm]	0.05	0.141	0.1	0.141	0.1	0.1
$R_{B1/Mon}$		7390	2704	3103	2159	2963	2226
$\Delta R_{B1/Mon}$		97	29	85	30	89	28

		C+C					
E_{Strahl}	[AGeV]	0.8	1.0	1.2	1.5	1.8	2.0
Targetdicke	[cm]	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
$R_{B1/Mon}$		100900	80750	70730	62780	54740	52200
$\Delta R_{B1/Mon}$		5260	3220	1880	2220	1690	990

Tabelle 3.7: Aufgeführt sind die Eichfaktoren $R_{B1/Mon}$ aus der Zählrate des Szintillators B1 und des Strahlmonitorzählers.

Strahlmonitorzähler mittels eines Plastikszintillators (B1), der sich während der Eichmessungen mit stark reduzierter Strahlintensität ($< 10^5$ Ionen/s) im Strahlengang befand. Aus den Kalibrierungsmessungen ergeben sich Eichfaktoren $R_{B1/Mon}$ zwischen der Zählrate des Strahlmonitorzählers und der anhand des Szintillators (B1) ermittelten Anzahl von Strahlteilchen. Als Zählrate des Strahlmonitorzählers \dot{z}_{Mon} dient das arithmetische Mittel aus den Zählraten beider Teleskoparme, wodurch eine Invarianz gegenüber einer horizontalen Verschiebung des Strahlflecks auf dem Target erreicht wird. Die Eichfaktoren, die abhängig von der Einschußenergie, der Targetdicke sowie der Massenzahl und Dichte des Targetmaterials sind, sind für die in dieser Arbeit analysierten Experimente in Tabelle 3.7 aufgeführt.

Die Anzahl der Strahlteilchen in den Messungen zur Kaonen- und Pionenproduktion ergibt sich dann aus

$$N_{Strahl} = \dot{z}_{Mon} \cdot R_{B1/Mon} \quad , \quad (3.32)$$

wobei \dot{z}_{Mon} hier die Zählrate des Strahlmonitorzählers während der jeweiligen Produktionsmessung angibt. Zusätzlich muß berücksichtigt werden, daß im Gegensatz zur Anzahl der Pionen und Kaonen $N_{K,\pi}$ in Gleichung (3.29) die Zählrate des Strahlmonitorzählers nicht der Totzeit der Datenaufnahme unterliegt. τ_{acq} - die Effizienz der Datenaufnahme - wird durch das Verhältnis aus der Zahl der akzeptierten Trigger zu der Gesamtanzahl von der Triggerlogik angebotenen Trigger bestimmt und für jedes Datenfile getrennt korrigiert. Im Mittel wurden die Messungen zur Kaonen- und Pionenproduktion mit einer Effizienz der Datenaufnahme von ca. 50% durchgeführt.

3.5.1 Effizienzkorrekturen

Die Effizienzkorrektur wird in drei Terme unterteilt:

$$\varepsilon^{K,\pi} = \varepsilon_{Detektor}^{K,\pi} \cdot \varepsilon_{Trigger}^{K,\pi} \cdot \varepsilon_{Analyse}^{K,\pi} \quad , \quad (3.33)$$

die im Folgenden getrennt für Pionen und Kaonen bestimmt werden.

Detektoreffizienz

- Sowohl die Hochspannung an den Photovervielfacherröhren des Flugzeitstart- und -stoppdetektors als auch die Schwellen der Ausleseelektronik sind derart gewählt, daß die Nachweiswahrscheinlichkeit für minimal ionisierende Teilchen nahezu 100% beträgt [Koh00].
- Die Effizienz des Targetodoskops muß bei Anwendung des Flugzeitvergleichs berücksichtigt werden und wird mit der Schnitteleffizienz des Flugzeitvergleichs korrigiert.
- Zur Unterdrückung von Protonen wurde im Trigger der Magnetfeldeinstellungen von $B_D=1.4$ T bzw. 1.9 T der Cherenkovzähler eingesetzt. Die Effizienzkorrektur des Cherenkovzählers ist in der Triggereffizienz enthalten.
- Die Effizienz der Vieldrahtproportionalkammern wird teilchenspezifisch mit einem in [Wag96] entwickelten Verfahren, das auf dem Vergleich der Zählraten im Flugzeitstart- und -stoppdetektor zu den Zählraten in den MWPCs besteht, ermittelt. Aufgrund des sehr großen Signal/Untergrund-Verhältnisses der Pionen und Protonen läßt sich für jeden Datensatz die Effizienz der Vieldrahtproportionalkammern direkt aus

$$\varepsilon_{MWPC}^{\pi,p} = \prod_{i=1}^3 \varepsilon_{MWPC-i}^{\pi,p} \quad (3.34)$$

bestimmen, was im Fall der K^+ -Mesonen nicht möglich ist. Hier wird die MWPC-Effizienz aus der für Pionen und Protonen bestimmten Effizienz interpoliert. In den drei analysierten Experimenten wurden Pionen mit einer Effizienz der Vieldrahtproportionalkammern von größer als insgesamt 0.9 und Protonen mit einer Effizienz von größer als insgesamt 0.98 nachgewiesen.

Triggereffizienz

Die seltenen Ereignisse der Kaonenproduktion bei SIS-Energien lassen die Bestimmung der Triggereffizienzen für Kaonen mit Kaonen selbst nicht zu. Als "Testteilchen" dienen daher flugzeitsimulierte Kaonen, die in Kapitel 3.3.5 näher beschrieben sind. Die Messungen der flugzeitsimulierten Kaonen wurden mit minimalem Spektrometertrigger durchgeführt, während das Ergebnis der verschiedenen Triggerentscheidungen simultan aufgezeichnet wurden. Somit ist für Kaonen die impulsabhängige Effizienz des einzelnen Triggers gegeben durch das Verhältnis aus den Impulsverteilungen gemessen mit Triggerbedingung zu der Messung mit minimalem Spektrometertrigger:

$$\varepsilon_{Trigger}^K(p_{lab}) = \frac{N_{Trigger}^{fsK}(p_{lab})}{N^{fsK}(p_{lab})} \quad (3.35)$$

Hierbei steht die Abkürzung " fsK " für flugzeitsimulierte Kaonen.

Mit wenigen Ausnahmen wurden die Kaonenmessungen bei magnetischen Flußdichten des Dipolmagneten von 0.6 und 0.9 T mit Kaonen-Flugzeittrigger durchgeführt ("K-Trigger"). Das heißt, Pionen und Protonen wurden anhand ihrer Flugzeit unterdrückt. Im

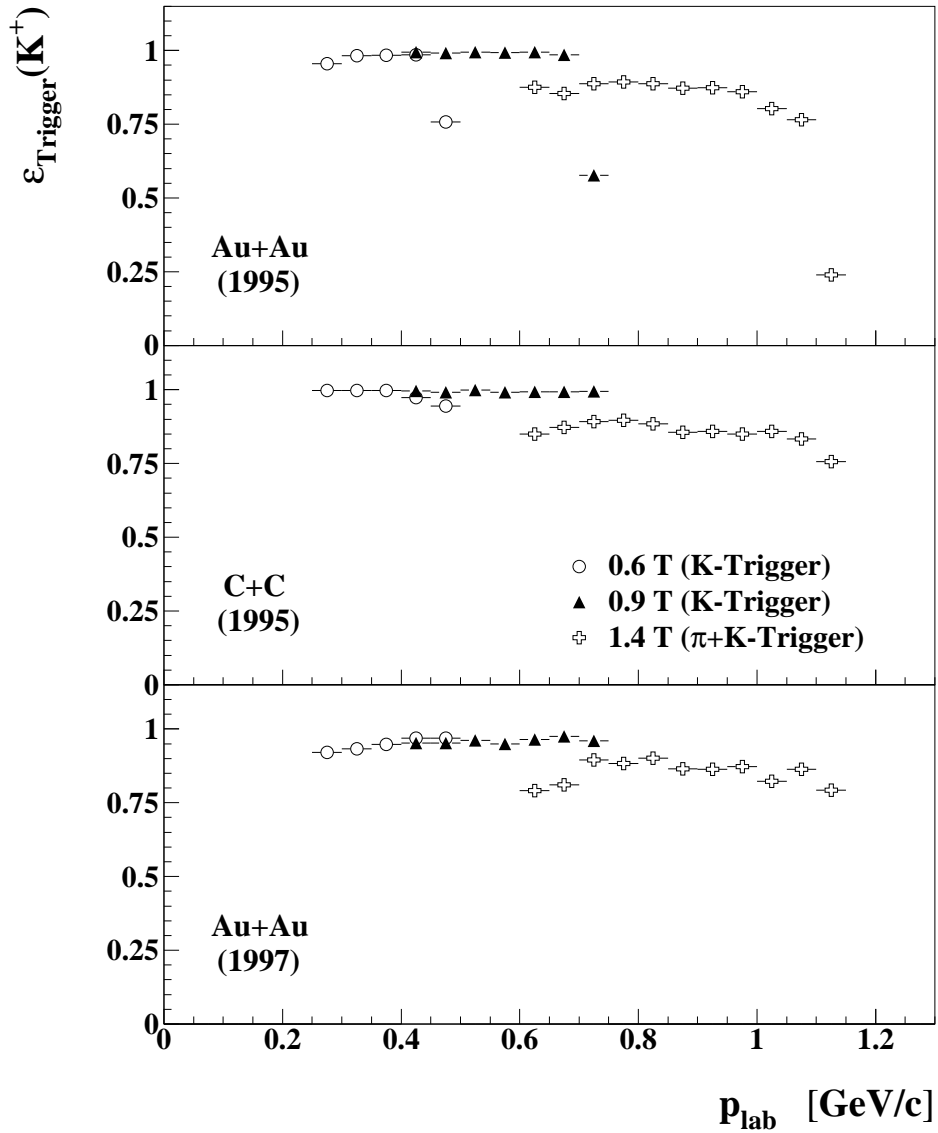


Abbildung 3.18: Triggereffizienzen für K^+ -Mesonen als Funktion des Impulses im Laborsystem der drei durchgeführten Experimente: Für die Impulsbereiche der Magnetfeld-einstellungen 0.6 und 0.9 T wurden Pionen und Protonen durch den Trigger anhand ihrer Flugzeiten unterdrückt (K-Trigger). Im Fall der Magnetfeldeinstellung von 1.4 T wurden Protonen mit Hilfe der Flugzeit und des Cherenkovzählers geschnitten ($\pi+K$ -Trigger). Die Bestimmung der Triggereffizienzen erfolgte mit sogenannten “flugzeitsimulierten Kaonen” (siehe Tabelle 3.2 des Kapitels 3.3.5).

Fall des Impulsbereichs von 1.4 T wurden ausnahmslos in den Kaonenmessungen nur Protonen durch ihre Flugzeit und durch das Veto des Cherenkovdetektors geschnitten ($\pi + K$ -Trigger). Die impulsabhängigen Triggereffizienzen für Kaonen der drei analysierten Experimente sind in Abbildung 3.18 dargestellt. In den Experimenten des Jahres 1995 wurde mit sehr hoher Triggereffizienz für Kaonen aber auch geringerer Unterdrückungsrate der Protonen und Pionen gemessen. Die Triggereffizienz für Kaonen im Impulsbereich von 0.6 und 0.9 T ist hier nahezu unabhängig vom Impuls. Der Effizienzabfall im Impulsbereich von 1.4 T wurde hauptsächlich durch die Ineffizienz des Cherenkovdetektors verursacht. Für das Au+Au-Experiment bei niedrigeren Einschußenergien (1997) wurden stärkere Unterdrückungsraten von Pionen und Protonen gewählt, was sich in einer geringeren und stärker impulsabhängigen Triggereffizienz für Kaonen auswirkt.

Die Pionenmessungen im Impulsbereich von 0.17-0.76 GeV/c ($B_D=0.35-0.9$ T) wurden ausschließlich mit minimalem Spektrometertrigger oder $\pi + K$ -Flugzeittrigger durchgeführt. Hierdurch beträgt die Triggereffizienz für Pionen in diesen Impulsbereichen gleich eins. Bei Einsatz des Cherenkovdetektors in der Triggerbedingung bei Messungen der Impulsbereiche 1.4 und 1.9 T reduziert sich die Triggereffizienz für Pionen auf $\varepsilon = 0.97 \pm 0.01$.

Datenanalyse

Die Effizienzkorrektur für die Datenanalyse setzt sich zusammen aus

$$\varepsilon_{\text{Datenanalyse}}^{K,\pi}(p_{\text{lab}}) = \varepsilon_{\text{Spurrekonstruktion}} \cdot \varepsilon_{\text{Schnitt}}^{K,\pi}(p_{\text{lab}}) \quad , \quad (3.36)$$

wobei die Spurrekonstruktionseffizienz in Kapitel 3.3.6 zu Werten zwischen 0.92 und 0.98 bestimmt wurde. Wie in Kapitel 3.4.2 bereits erwähnt, wird zur Identifikation von Pionen der Schnitt “ x_1 ” mit einer Schnittschärfe von $\pm 4\sigma$ angewendet, woraus eine Schnitteffizienz von größer als 0.99 resultiert. Zur Identifikation von K^+ -Mesonen werden Schnittkombinationen mit Schnittschärfen von $\pm 2\sigma$ bzw. $\pm 3\sigma$ verwendet. Im Folgenden wird die Bestimmung der impulsabhängigen Schnitteffizienz für K^+ -Mesonen erläutert.

In Kapitel 3.3.5 wird eine Einteilung der Auswahlkriterien in “geometrische Schnitte” und “Geschwindigkeitsschnitte” vorgenommen. Als “Testteilchen” stehen für die geometrischen Auswahlkriterien mit GEANT simulierte Kaonen und für die Geschwindigkeitsschnitte flugzeitsimulierte Kaonen zur Verfügung. Die Strategie zur Justierung der Schnitte beruht darauf, die Varianzen der Verteilungen mit den Testteilchen zu bestimmen, während die absolute Position der Verteilungen mit K^+ -Mesonen bestimmt werden, die in den sogenannten “Referenzsystemen” der Tabelle 3.8 gemessen wurden. Hierbei handelt es sich für jedes Experiment um die Einstellung, die mit möglichst hoher Projektilenergie und großem Laborwinkel gemessen wurde, was zum bestmöglichen Signal/Untergrund-Verhältnis für K^+ -Mesonen führt. Diese Strategie wird in abgewandelter Form zur Bestimmung der Schnitteffizienz verfolgt. Im Fall der Referenzeinstellungen gelingt es mit hinreichender Genauigkeit, je Magnetfeldeinstellung die Anzahl der K^+ -Mesonen ohne vorherige Anwendung von Auswahlkriterien zu bestimmen. Damit läßt sich pro Magnetfeldeinstellung die Schnitteffizienz der einzelnen Schnitte bzw. Schnittkombinationen bestimmen. Allerdings ist selbst im Fall von C+C-Reaktionen bei 1.8 AGeV Einschußenergie sowohl die Statistik als auch das Signal/Untergrund-Verhältnis der K^+ -Mesonen zu gering, um mit kleinen

Au+Au, $E_{Strahl}=1.0$ AGeV, $\Theta_{lab}=84^\circ$, $B_D=0.9$ T				
Schnittvariable	$\pm 3\sigma$ -Schnitt		$\pm 2\sigma$ -Schnitt	
	N_{K^+}	$\frac{Signal}{Untergrund}$	N_{K^+}	$\frac{Signal}{Untergrund}$
kein Schnitt	1004 ± 40	1.1 ± 0.1	1004 ± 40	1.1 ± 0.1
x_1	941 ± 22	4.0 ± 0.3	859 ± 19	5.0 ± 0.4
x_1, y_3	893 ± 15	9.0 ± 1.1	743 ± 12	12 ± 2
$x_1, y_3, 1/\beta$	883 ± 9	26 ± 5	701 ± 6	44 ± 12
$x_1, y_3, 1/\beta, y_0$	844 ± 8	30 ± 6	628 ± 5	51 ± 16

Au+Au, $E_{Strahl}=1.5$ AGeV, $\Theta_{lab}=56^\circ$, $B_D=0.9$ T				
Schnittvariable	$\pm 3\sigma$ -Schnitt		$\pm 2\sigma$ -Schnitt	
	N_{K^+}	$\frac{Signal}{Untergrund}$	N_{K^+}	$\frac{Signal}{Untergrund}$
kein Schnitt	354 ± 20	1.4 ± 0.1	354 ± 20	1.4 ± 0.1
x_1	342 ± 8	5.3 ± 0.5	324 ± 7	6.4 ± 0.7
x_1, y_3	336 ± 7	13 ± 3	306 ± 5	15 ± 3
$x_1, y_3, 1/\beta$	318 ± 4	50 ± 22	251 ± 3	∞
$x_1, y_3, 1/\beta, y_0$	307 ± 3	53 ± 23	231 ± 3	∞

C+C, $E_{Strahl}=1.8$ AGeV, $\Theta_{lab}=40^\circ$, $B_D=0.9$ T				
Schnittvariable	$\pm 3\sigma$ -Schnitt		$\pm 2\sigma$ -Schnitt	
	N_{K^+}	$\frac{Signal}{Untergrund}$	N_{K^+}	$\frac{Signal}{Untergrund}$
kein Schnitt	3415 ± 40	2.8 ± 0.1	3415 ± 40	2.8 ± 0.1
x_1	3359 ± 27	4.7 ± 0.1	3134 ± 23	6.0 ± 0.2
x_1, y_3	3174 ± 16	16 ± 1	2775 ± 13	20 ± 1
$x_1, y_3, 1/\beta$	3100 ± 10	53 ± 6	2475 ± 6	102 ± 18
$x_1, y_3, 1/\beta, y_0$	3015 ± 9	66 ± 9	2295 ± 5	135 ± 29

Tabelle 3.8: Anzahl der gezählten K^+ -Mesonen aus den Meßeinstellungen mit dem größtmöglichen Signal/Untergrund-Verhältnis der drei Experimente: Referenzsystem für die C+C-Experimente ist die Einstellung “C+C, 1.8 AGeV, $\Theta_{lab}=40^\circ$ ”, für Au+Au-Experimente mit 0.8 und 1.0 AGeV Projektilenergie “Au+Au, 1.0 AGeV, $\Theta_{lab}=84^\circ$ bzw. “Au+Au, 1.5 AGeV, $\Theta_{lab}=56^\circ$ ” für 1.1 und 1.5 AGeV Projektilenergie. Die angegebenen Fehler enthalten nur den systematischen Fehler durch den Untergrundabzug.

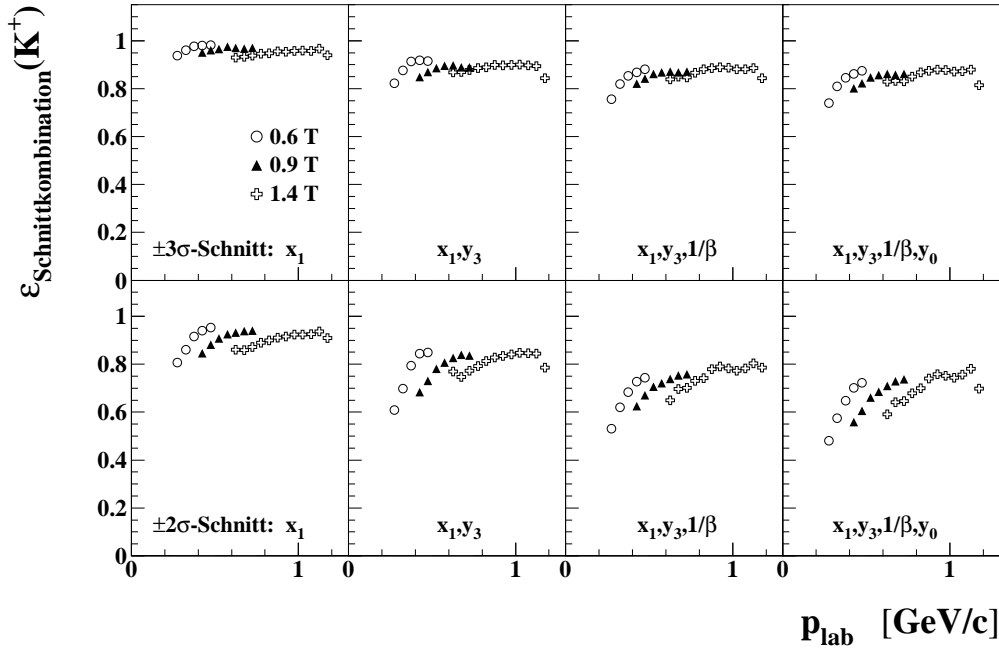


Abbildung 3.19: Die Schnitteffizienz für K^+ -Mesonen als Funktion des Laborimpulses: In der oberen Reihe sind die Effizienzen nach Anwendung der Schnittkombinationen mit der Schnittschärfe $\pm 3\sigma$ und in der unteren Reihe mit Schnittschärfe $\pm 2\sigma$ aufgeführt. Hierbei wird die Impulsabhängigkeit mit flugzeitsimulierten bzw. mit GEANT simulierten Kaonen bestimmt, während die Amplitude der Korrektur anhand gemessener K^+ -Mesonen berechnet wird (siehe Text).

statistischen und systematischen Fehlern die Effizienzkorrektur impulsdifferenziell durchzuführen. Daher wird die Impulsabhängigkeit der Schnitteffizienz mit Hilfe der Testteilchen bestimmt, die untergrundfrei mit sehr großer Statistik vorliegen.

Aus Kapitel 3.3.5 wird ersichtlich, daß die Wirkungen der einzelnen Schnitte auf den Untergrund untereinander korreliert sind. Ebenso zeigt sich, daß das Produkt der Effizienzen der Einzelschnitte einen kleineren Wert besitzt als die Effizienz der entsprechenden Schnittkombination. Damit sind die Effizienzen der einzelnen Schnitte untereinander korreliert, was ausschließlich die Effizienzkorrektur der gesamten Schnittkombination zuläßt. Am Beispiel der häufig angewendeten Schnittkombination “ $x_1, y_3, 1/\beta$ ”, die aus den geometrischen Schnitten “ x_1, y_3 ” und dem Flugzeitvergleich $1/\beta$ besteht, wird die Berechnung der impulsabhängigen Effizienzkorrektur erläutert. Die Impulsabhängigkeit ε' wird unter Berücksichtigung der Korrelationen wie folgt berechnet:

$$\varepsilon'_{x_1, y_3, 1/\beta}(p_{lab}) = \frac{N_{x_1, y_3}^{GK}(p_{lab})}{N^{GK}(p_{lab})} \cdot \frac{N_{x_1, y_3, 1/\beta}^{fsK}(p_{lab})}{N_{x_1, y_3}^{fsK}(p_{lab})} \quad , \quad (3.37)$$

wobei die Abkürzung “GK” für GEANT-Kaonen steht. Mit Hilfe von

$$Norm = \frac{\int dp_{lab}}{\int \varepsilon'_{x_1, y_3, 1/\beta}(p_{lab}) dp_{lab}} \cdot \left(\frac{N_{x_1, y_3, 1/\beta}^{K^+}}{N^{K^+}} \right)_{Ref} \quad (3.38)$$

wird auf die aus der Referenzeinstellung bestimmten mittleren Schnitteffizienz für K^+ -Mesonen normiert, so daß sich für die Schnittkombination “ $x_1, y_3, 1/\beta$ ” die Effizienzkorrektur für K^+ -Mesonen zu

$$\varepsilon_{x_1, y_3, 1/\beta}^{K^+}(p_{lab}) = Norm \cdot \varepsilon'_{x_1, y_3, 1/\beta}(p_{lab}) \quad . \quad (3.39)$$

ergibt. Mit der beschriebenen sukzessiven Methode lassen sich die impulsabhängigen Effizienzkorrekturen aller Schnittkombinationen bestimmen. Für die verwendeten Schnittkombinationen sind die einzelnen Schritte in Abbildung 3.19 aufgeführt.

3.5.2 Fehlerbetrachtung

Der Fehler des doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnitts jedes Impulsintervalls⁵ enthält den statistischen aber auch einen systematischen Fehler, der durch den Abzug des Untergrundes verursacht wird. Zusätzliche systematische Fehler liegen in der Bestimmung der

- mit GEANT berechneten Akzeptanz 5% ,
- Strahlnormierung inkl. Totzeitkorrektur 5% ,
- Triggereffizienz 2% ,
- Effizienz der Vieldrahtproportionalkammern 3% ,
- Spurrekonstruktionseffizienz 2%

und speziell für K^+ -Mesonen in den

- Effizienzen der Schnittkombinationen 5% ,

wobei die systematischen Fehler anhand von Variationen der einzelnen Größen bei verschiedenen Meßeinstellungen bzw. unterschiedlichen Experimenten abgeschätzt wurden. Da die einzelnen systematischen Fehler voneinander unabhängig sind, ergibt sich der gesamte systematische Fehler aus der quadratischen Addition der einzelnen Fehler für Pionen zu insgesamt 8% und für K^+ -Mesonen zu insgesamt 10%.

⁵Pionen: 0.025 GeV/c ; Kaonen 0.05 GeV/c

3.5.3 Korrektur auf den Energieverlust des Ionenstrahls im Target

E_0 [AGeV]	0.6	0.8	0.8	1.0	1.0	1.135	1.5
Targetdicke (Au) [cm]	0.1	0.141	0.05	0.141	0.1	0.1	0.1
ΔE [GeV]	0.096	0.124	0.044	0.118	0.084	0.082	0.080
$E_0 - 0.5\Delta E$ [AGeV]	0.552	0.738	0.778	0.941	0.958	1.094	1.460
$E'(\pi)$ [AGeV]	0.555	0.742	0.779	0.944	0.960	1.095	1.461
$E'(K^+)$ [AGeV]	0.559	0.747	0.779	0.948	0.961	1.096	1.462
E_{kin}^{proj} [AGeV]			0.78		0.96	1.10	1.46

Tabelle 3.9: Energieverlust der Goldionen im Goldtarget

In den Au+Au-Experimenten wurden Targets mit einer Dicke zwischen 0.05 und 0.141 cm verwendet. Hierfür wird mit ATIMA der mittlere Energieverlust der Au-Projektile im Au-Target zu Werten zwischen 0.04 bis 0.12 GeV pro Nukleon bestimmt [Uhl96]. Im Vergleich dazu beträgt der mittlere Energieverlust von ^{12}C -Projektile mit Einschubenergien zwischen 0.8 und 2.0 AGeV im 0.3 cm dicken Kohlenstofftarget etwa 2 MeV und wird für die weitere Auswertung vernachlässigt.

Aus der Energieverlustrechnung wird ersichtlich, daß der differentielle Energieverlust dE/dx über die gesamte Targetdicke als konstant angenommen werden kann. Daraus folgt, daß die mittlere Projektilenergie, bei der eine Reaktion im Target stattfindet, sich nach Durchgang des Projektils durch die halbe Targetdicke mit $E' = E_0 - 1/2 \cdot \Delta E$ ergibt. Hierbei steht E_0 für die ursprüngliche Strahlenergie. Da die Produktionswirkungsquerschnitte abhängig von der Projektilenergie sind ($f(E) \sim \sigma(E)$), verschiebt sich die mittlere Projektilenergie E' und berechnet sich aus

$$E' = \frac{\int_{E_0 - \Delta E}^{E_0} E f(E) dE}{\int_{E_0 - \Delta E}^{E_0} f(E) dE} \quad (3.40)$$

Für K^+ -Produktion in der Nähe der Produktionsschwelle in freien Nukleon-Nukleon-Stößen wird in [Bar97] eine Energieabhängigkeit von $f(E)_{K^+} \sim E^5$ und in [Wag96] für Pionenproduktion bei Strahlenergien zwischen 0.4 und 2.0 AGeV zu $f(E)_\pi \sim E^2$ bestimmt. Aus Gleichung (3.40) ergibt sich dann als mittlere Projektilenergie E' , bei der Pionen oder K^+ -Mesonen produziert werden, zu

$$E'(K^+) = \frac{6(E_0 - \Delta E)^7 - E_0^7}{7(E_0 - \Delta E)^6 - E_0^6} \quad E'(\pi) = \frac{3(E_0 - \Delta E)^4 - E_0^4}{4(E_0 - \Delta E)^3 - E_0^3} \quad (3.41)$$

Für die verwendeten Targetdicken und Strahlenergien sind in Tabelle 3.9 die mittleren Projektilenergien E' aufgeführt, wie sie sich aus den Gleichungen (3.41) ergeben. Die Energieabhängigkeiten E^5 und E^2 erzeugen maximal um 5 MeV verschiedene mittlere Projektilenergien, weshalb im Folgenden die "effektiven Projektilenergien" $E_{kin}^{proj} = 0.78, 0.96, 1.1$ und

1.46 AGeV verwendet werden. Im Fall des Au-Targets der Dicke 0.141 cm und bei 0.6 AGeV Strahlenergie werden für Pionen und Kaonen unterschiedliche effektive Projektilenergien benutzt.

Kapitel 4

Experimentelle Ergebnisse

Wie in Kapitel 3 ausführlich erläutert, werden - nach Auffinden und Auswahl von Spurkandidaten - Massenverteilungen als Funktion des Impulses im Laborsystem gefüllt, in denen dann der Untergrundabzug erfolgt. Angepaßt an die Statistik werden hierzu für Kaonen Impulsintervalle mit der Breite 50 MeV/c und für Pionen 25 MeV/c gewählt. Dies läßt eine sehr gute Teilchenidentifikation der positiv geladenen Kaonen mit einem Signal/Untergrund-Verhältnis von "1" bis "2" bei der niedrigen Strahlenergie von 0.8 AGeV und größer als "10" bei 2.0 AGeV zu, wobei die Effizienz der angewendeten Auswahlkriterien zwischen 0.7 und 0.9 variiert. Nach der Akzeptanzkorrektur, Strahlnormierung und Korrektur der Detektor- und Analyseeffizienzen erhält man als Ergebnis der Datenanalyse den doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnitt als Funktion des Impulses für den im Experiment gewählten polaren Winkel im Laborsystem.

4.1 Kinematische Bereiche der Experimente

Zum Verständnis der experimentellen Ergebnisse ist die Betrachtung des durch die Messungen abgedeckten kinematischen Bereichs von Pionen und Kaonen notwendig. Zur Vereinfachung wird im Folgenden in Gleichungen $\hbar, c=1$ gesetzt, während für Achsenbeschriftungen die Lichtgeschwindigkeit c berücksichtigt bleibt. Als Satz unabhängiger Variablen dient der Transversalimpuls p_{\perp} , die Impulskomponente senkrecht zur Strahlrichtung, und die Rapidität y . Die Rapidität ist unter Lorentz-Transformation bis auf eine Ursprungsverschiebung ein invariantes Maß für die longitudinale Geschwindigkeit und wie folgt definiert:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}} \right) \quad , \quad (4.1)$$

wobei E die Gesamtenergie und $p_{\parallel} = p \cdot \cos \Theta$ die Impulskomponente parallel zur Strahlrichtung ist. Die Projektilrapidität für die in dieser Arbeit analysierten Einschußenergien ist in Tabelle 4.1 zusammen mit der (relativen) Geschwindigkeit β_{proj} und dem Relativistikkfaktor γ_{proj} im Laborsystem angegeben. Sie ergeben sich aus:

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{p}}{E} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad . \quad (4.2)$$

E_{kin}^{proj} [AGeV]	β_{proj}	γ_{proj}	y_{proj}	β_{cm}	γ_{cm}
Au + Au					
1.46	0.921	2.567	1.596	0.663	1.336
1.1	0.889	2.184	1.416	0.609	1.260
0.96	0.870	2.028	1.335	0.583	1.231
0.78	0.839	1.838	1.218	0.543	1.191
0.56	0.781	1.601	1.048	0.481	1.140
C + C					
2.0	0.948	3.142	1.814	0.719	1.440
1.8	0.940	2.931	1.739	0.701	1.402
1.5	0.924	2.615	1.614	0.668	1.343
1.2	0.899	2.283	1.470	0.626	1.282
1.0	0.876	2.073	1.359	0.591	1.239
0.8	0.843	1.859	1.232	0.548	1.195

Tabelle 4.1: Kinematische Größen des Projektils (*proj*) und Schwerpunkts (*cm*: center-of-momentum) im Laborsystem: die Geschwindigkeit β , der Relativistikkfaktor γ und die Rapidität y .

Durch das Transformationsverhalten der Rapidität gilt für symmetrische Reaktionen mit ruhendem Target, daß sich im Laborsystem der Schwerpunkt¹ mit der halben Rapidität des Projektils bewegt:

$$y_{cm} = \frac{y_{proj}}{2} \quad . \quad (4.3)$$

Daraus folgt, daß Teilchen, die mit der halben Projektilrapidität ($y/y_{proj} = 0.5$) im Laborsystem emittiert werden, sich mit der gleichen longitudinalen Geschwindigkeit wie der Schwerpunkt des symmetrischen Stoßsystems bewegen, was gleichbedeutend mit der Emission unter 90° im Schwerpunktsystem ist. Entlang der Achse der normierten Rapidität y/y_{proj} bezeichnet der Wert “0” die longitudinale Geschwindigkeit des Targets (Targetrapidity) und “1” die des Projektils (Projektilrapidity). Da die transversale Komponente des Impulses p_\perp unter Lorentz-Transformation in Strahlrichtung unverändert bleibt, ist die Form einer Verteilung in der Transversalimpuls-Rapiditäts-Ebene lorentzinvariant. Es tritt lediglich eine horizontale Verschiebung durch Veränderung der Projektilenergie auf.

In Abbildung 4.1 sind die kinematischen Bereiche der Kaonen und in Abbildung 4.2 die der Pionen für die gemessenen Projektilenergien und polaren Winkel im Laborsystem Θ_{lab} ($\Delta\Theta_{lab} = \pm 4^\circ$) in Form des Transversalimpulses p_\perp als Funktion der normierten Rapidität y/y_{proj} dargestellt. Zur Orientierung ist ein Gitter unterlegt, welches im Schwerpunktsystem konstante Impulse p_{cm} in Schritten von 0.1 GeV/c und konstante Emissionswinkel Θ_{cm} in Abständen von 10° markiert. Im Fall der Kaonenmessungen wurde zumeist ein Impulsbereich von $\Delta p_{lab} = 0.27\text{--}1.15$ GeV/c abgedeckt, der in drei Einstellungen der magnetischen Feldstärke des Dipolmagneten von 0.6, 0.9 und 1.4 T gemessen wurde. Für Pionen

¹Schwerpunkt = center-of-momentum (cm)

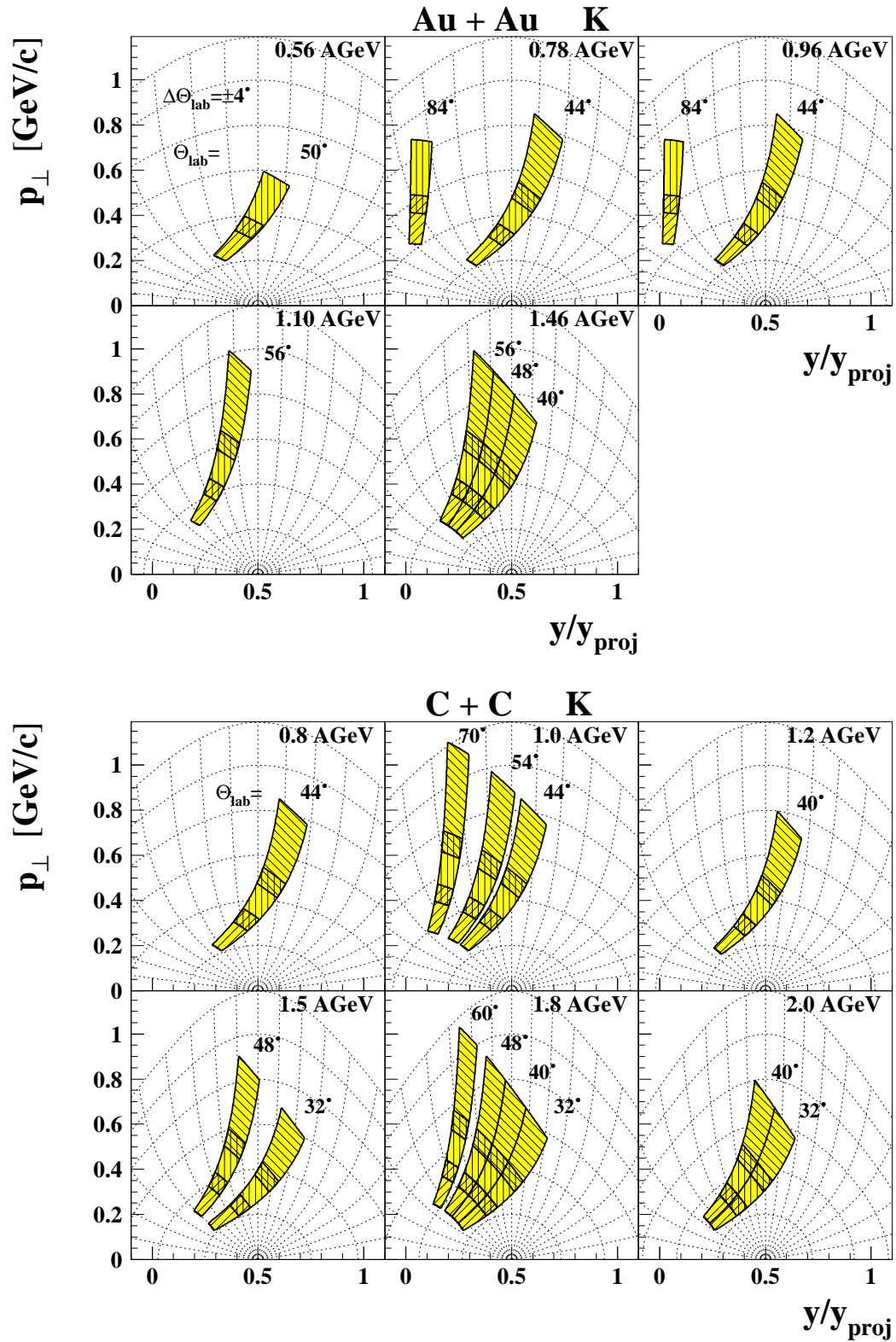


Abbildung 4.1: Im oberen Bild sind die abgedeckten kinematischen Bereiche für K^+ in Au+Au- und im unteren Bild für C+C-Reaktionen aufgeführt.

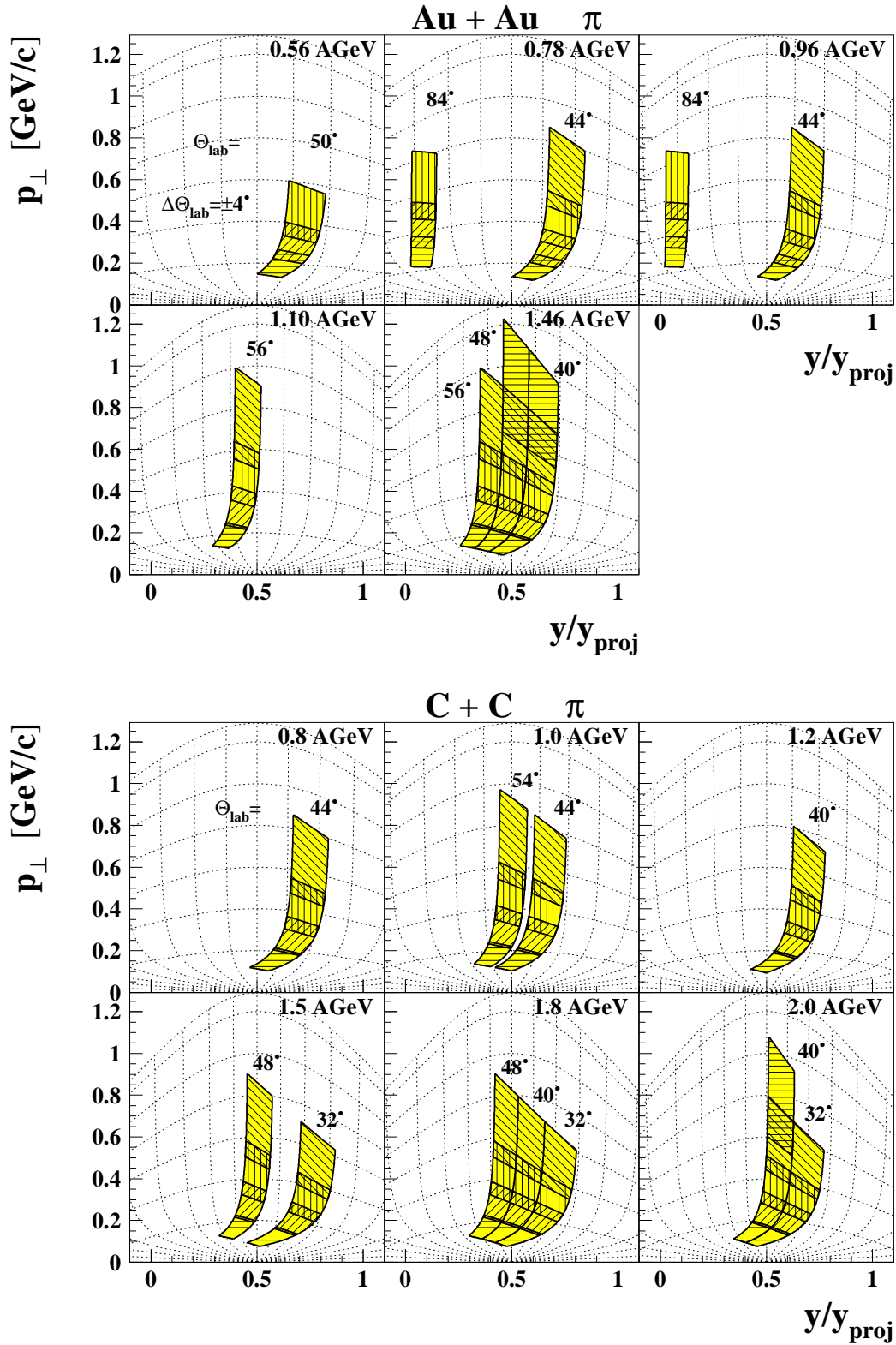


Abbildung 4.2: In der oberen Hälfte sind die abgedeckten kinematischen Bereiche für π^+ in Au+Au- und in der unteren Hälfte für C+C-Reaktionen aufgeführt.

stand ein Impulsbereich von maximal $\Delta p_{lab}=0.17-1.5$ GeV/c zur Verfügung, der unterteilt in fünf Magnetfeldeinstellungen (0.35, 0.6, 0.9, 1.4 und 1.9 T) gemessen wurde. Zur Unterscheidung sind die Flächen einzelner magnetischer Feldstärken unterschiedlich schraffiert, während die Überlappbereiche der benachbarten Magnetfeldeinstellungen doppelt schraffiert gekennzeichnet sind. Die Auswahl der Laborwinkel wurde speziell für die Messung von Kaonen optimiert, so daß immer² Kaonen auch um Schwerpunktrapidität gemessen wurden.

Wie in den Abbildungen 4.1 und 4.2 zu erkennen, verlaufen die Verteilungen von Pionen und Kaonen in der Transversalimpuls-Rapiditätsebene nicht entlang konstanter Emissionswinkel im Schwerpunktsystem. Damit werden Pionen und Kaonen, die unter einem festen Laborwinkel gemessen werden, in Abhängigkeit ihres Impulses unter verschiedenen polaren Winkeln im Schwerpunktsystem emittiert. Im Fall einer im Schwerpunktsystem polar anisotropen Emission der Pionen oder Kaonen hat dies Konsequenzen für die Form ihrer spektralen Verteilungen. Um dies quantitativ zu diskutieren, wird eine Darstellung im Schwerpunktsystem gewählt, wozu es der Transformation von Energie und Impuls vom Labor- in das Schwerpunktsystem bedarf. Hierzu werden die (relative) Geschwindigkeit β_{cm} und der relativistische Korrekturfaktor γ_{cm} des Schwerpunkts im Laborsystem benötigt, die in Tabelle 4.1 für den Fall eines symmetrischen Reaktionssystems mit ruhendem Target aufgeführt sind. Damit läßt sich die Lorentz-Transformation der Energie und des Impulses wie folgt durchführen:

$$\begin{pmatrix} E \\ p_{\parallel} \\ p_{\perp} \end{pmatrix}_{cm} = \begin{pmatrix} \gamma_{cm} & -\gamma_{cm}\beta_{cm} & 0 \\ -\gamma_{cm}\beta_{cm} & \gamma_{cm} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_{\parallel} \\ p_{\perp} \end{pmatrix}_{lab} . \quad (4.4)$$

Der Emissionswinkel im Schwerpunktsystem Θ_{cm} ergibt sich dann aus

$$\cos \Theta_{cm} = \frac{p_{\parallel}^{cm}}{p_{cm}} , \quad p_{cm} = \sqrt{E_{cm}^2 - m^2} . \quad (4.5)$$

In Abbildung 4.3 ist der Emissionswinkel im Schwerpunktsystem Θ_{cm} als Funktion der kinetischen Energie der Kaonen bzw. Pionen, die unter festem Laborwinkel Θ_{lab} emittiert wurden, dargestellt. Die oberen und unteren Grenzen der Verteilungen sind durch den jeweiligen E_{kin}^{cm} -Bereich der identifizierten K^+ - und π^+ -Mesonen gegeben. Am Beispiel der Projektilenergie von 1 AGeV und einem Laborwinkel von 44° wird ersichtlich, daß hierfür die Kaonen über einen polaren Winkelbereich von etwa 50° im Schwerpunktsystem emittiert werden, wovon etwa 80% des Θ_{cm} -Bereichs durch kinetische Energien von unterhalb 0.2 GeV abgedeckt werden. Im Vergleich dazu beträgt der Winkelbereich $\Delta\Theta_{cm}$ für Pionen durch ihre kleinere Masse nur etwa 15° . Desweiteren nimmt mit zunehmendem Laborwinkel

²Eine Ausnahme stellen Au+Au-Reaktionen mit 1.1 AGeV Projektilenergie dar. In der langen Spillpause des 1.5 AGeV Au-Strahls, die durch den Reinjektionszyklus (Synchrotron(SIS) \rightarrow Speicherring(ESR) \rightarrow Synchrotron(SIS)) verursacht wurde, konnte jeweils ein Spill mit ursprünglicher Strahlenergie von 1.135 AGeV aus dem SIS extrahiert werden. Der Laborwinkel war jedoch für 1.5 AGeV Projektilenergie ausgewählt worden.

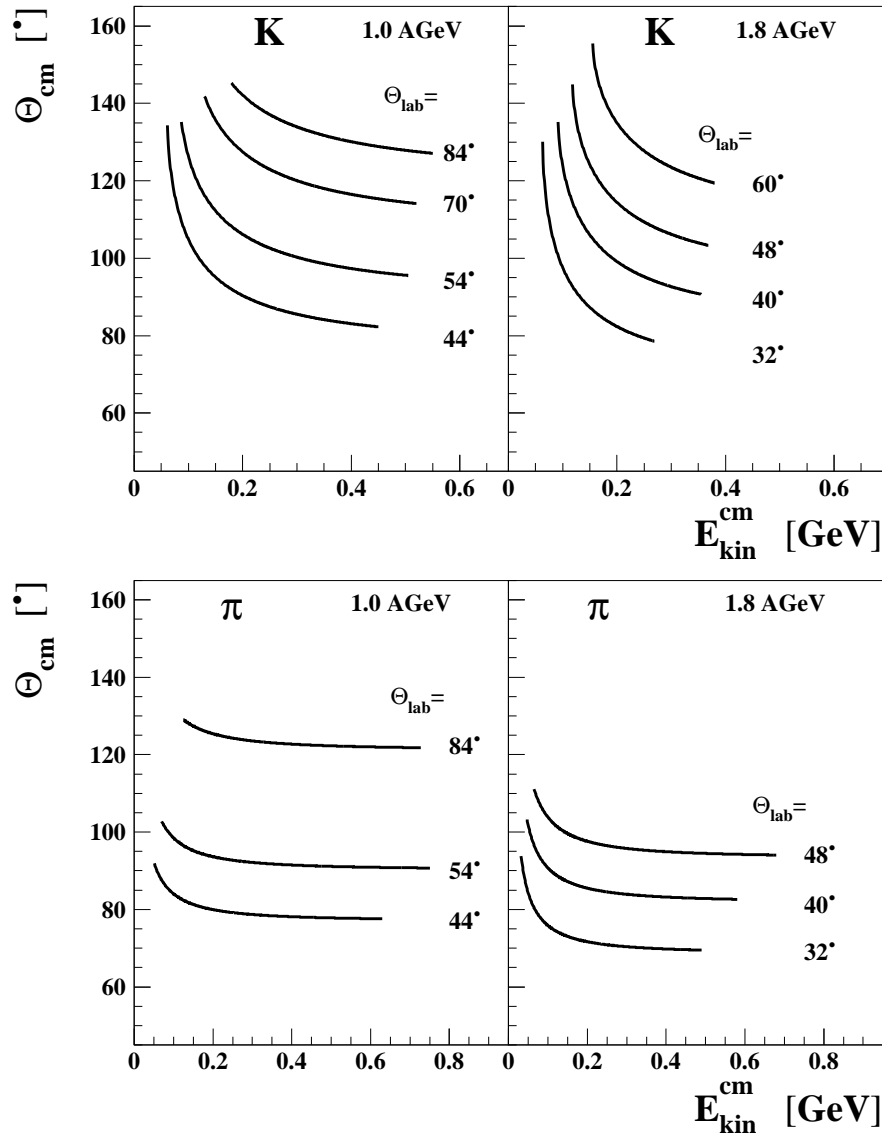


Abbildung 4.3: Aufgetragen ist der Emissionswinkel im Schwerpunktsystem Θ_{cm} als Funktion der kinetischen Energie E_{kin}^{cm} für verschiedene Laborwinkel Θ_{lab} . Der Anfangs- bzw. Endpunkt der jeweiligen Linie ist durch die minimale bzw. maximale kinetische Energie im Schwerpunktsystem E_{kin}^{cm} der identifizierten π^+ - oder K^+ -Mesonen gegeben.

der Winkelbereich im Schwerpunktsystem ab, während mit steigender Projektilenergie (bei festem Winkel und Impulsbereich im Laborsystem) $\Delta\Theta_{cm}$ anwächst³.

Dadurch, daß π^+ - und K^+ -Mesonen unter festem Laborwinkel gemessen und analysiert wurden, führt eine polar anisotrope Emission im Schwerpunktsystem zu einer Verformung der spektralen Verteilungen, wobei der Einfluß auf die K^+ -Spektren sehr viel stärker ist. Besonders wird ein solcher Effekt im Bereich kleiner kinetischer Energien der K^+ -Mesonen bei hohen Projektilenergien sichtbar werden. Diese in den einzelnen Laborwinkeln enthaltenen Informationen über einen Bereich von polaren Emissionswinkeln im Schwerpunktsystem wird zur Bestimmung der polaren Winkelverteilung verwendet.

4.2 Inklusive differentielle Wirkungsquerschnitte

4.2.1 Im Laborsystem

In den Abbildungen 4.4 und 4.5 ist der inklusive⁴ doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma/(dp_{lab}d\Omega_{lab})$ für die Produktion von positiv geladenen Kaonen und in den Abbildungen 4.6 und 4.7 entsprechend für positiv geladene Pionen als Funktion des Impulses p_{lab} im Laborsystem dargestellt. Das Ergebnis für die K^+ -Produktion aus Au+Au-Kollisionen bei einer Projektilenergie von 0.56 AGeV wurde [Böt00] entnommen. Die Datenpunkte für K^+ -Produktion aus C+C-Reaktionen mit 1.8 AGeV bei $\Theta_{lab}=60^\circ$ und 1.0 AGeV bei $\Theta_{lab}=70^\circ$ (Abbildung 4.2) entstammen [Lau99a]. Als durchgezogene Linien sind in den Abbildungen 4.4 bis 4.7 Anpassungen eingezeichnet, die in den Kapiteln 4.3 und 4.4 ausführlich beschrieben werden. Die Anpassungen werden zur Bestimmung der polaren Winkelverteilung und des totalen Wirkungsquerschnitts herangezogen.

Wie aus den Abbildungen 4.4 bis 4.7 zu entnehmen ist, verkleinert sich der doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt mit größer werdendem polarem Winkel im Laborsystem. Dies wird durch die Kinematik der Reaktion verursacht: die Bewegung des Schwerpunkts (im Laborsystem) führt zu einer Abnahme von $d\sigma/d\Omega_{lab}$ mit zunehmendem Laborwinkel Θ_{lab} . Der Impulsbereich der identifizierten Kaonen erstreckt sich von 0.275 bis maximal 1.15 GeV/c. Im Vergleich dazu wurden - bedingt durch ihren sehr viel größeren Produktionswirkungsquerschnitt - Pionen bis zu einem Impuls von 1.5 GeV/c identifiziert. Bei kleinen Impulsen erlaubten sowohl die im Vergleich zu Kaonen größere Lebensdauer als auch kürzere Flugzeiten den Nachweis von Pionen bis zu 0.17 GeV/c. Die Fehler der Datenpunkte enthalten den statistischen als auch einen durch den Untergrundabzug verursachten systematischen Fehler. Zusätzliche systematische Fehler (z.B. verursacht durch die Strahlennormierung), die impulsunabhängig und damit nicht in den gezeigten Fehlern enthalten sind, wurden in Kapitel 3.5 für Kaonen zu 10% und für Pionen zu 8% bestimmt.

In Abbildung 4.8 ist ein Vergleich der Ergebnisse verschiedener Experimente am Beispiel des doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnitts für Kaonenproduktion in Au+Au-Reaktionen bei einer Einschußenergie von 0.96 AGeV aufgeführt. Mit offenen Kreuzen ist

³Siehe dazu Abbildung 4.1 bzw. 4.2: "Die Maschenbreite des unterlegten Gitters wird mit zunehmender Projektilenergie in horizontaler Richtung schmaler". Das bedeutet, daß mit zunehmender Projektilenergie der Θ_{cm} -Bereich pro y/y_{proj} -Einheit größer wird.

⁴"Inklusiv" bedeutet, daß keine Auswahl auf den Stoßparameter getroffen wird.

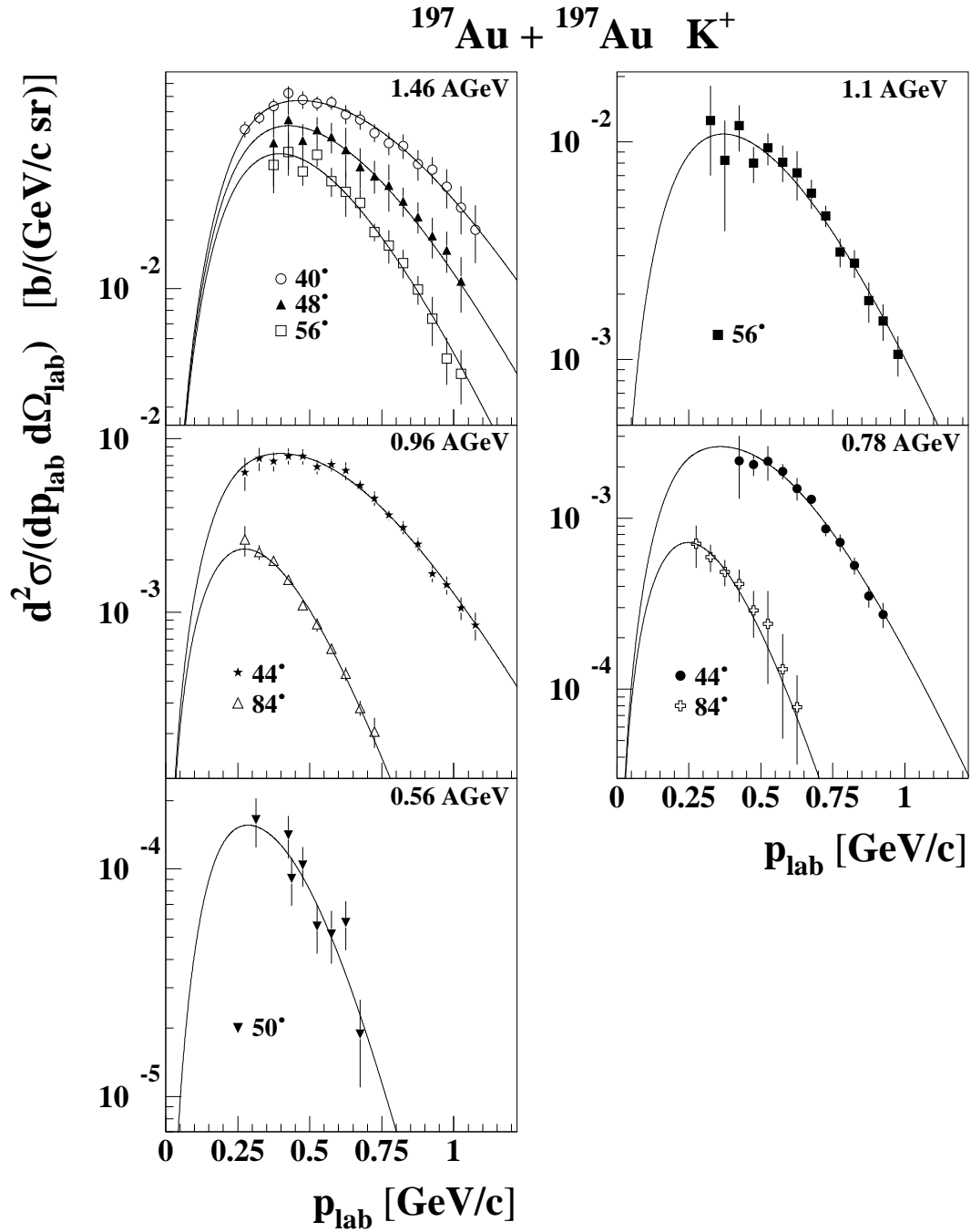


Abbildung 4.4: Der inklusive doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt im Laborsystem für K^+ -Produktion in $\text{Au}+\text{Au}$ -Reaktionen: Die Datenpunkte aus Reaktionen mit 0.56 AGeV Projektilenergie sind [Böt00] entnommen. Die eingezeichneten Kurven zeigen Anpassungen, die in Kapitel 4.3 näher erläutert werden.

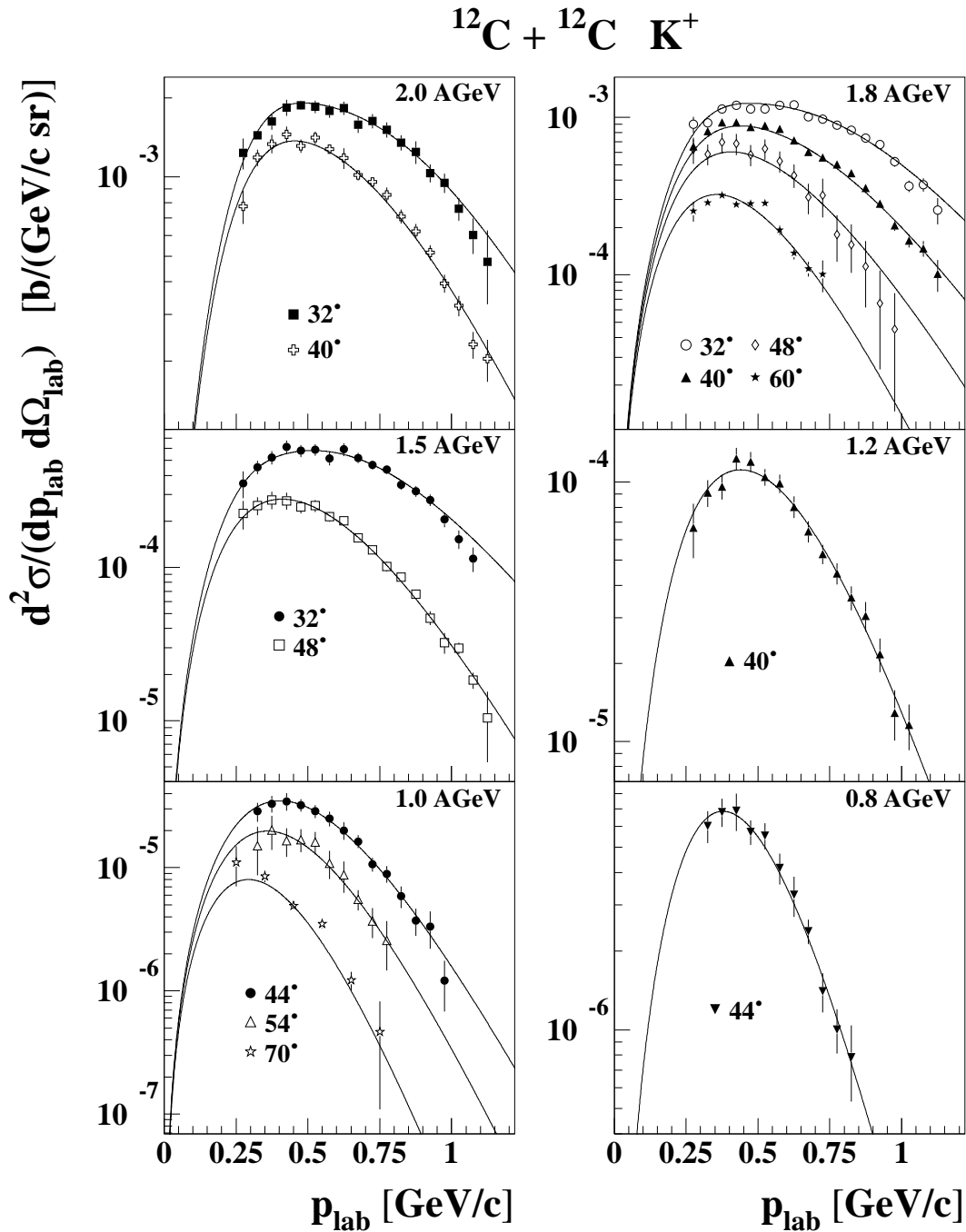


Abbildung 4.5: Der inklusive doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt im Laborsystem für K^+ -Produktion in $\text{C}+\text{C}$ -Stößen: Die Datenpunkte der Messungen 1.8 AGeV $\Theta_{\text{lab}}=60^\circ$ und 1.0 AGeV $\Theta_{\text{lab}}=70^\circ$ stammen aus [Lau99a]. Die Kurven stellen Anpassungen dar, die in Kapitel 4.3 näher erläutert werden.

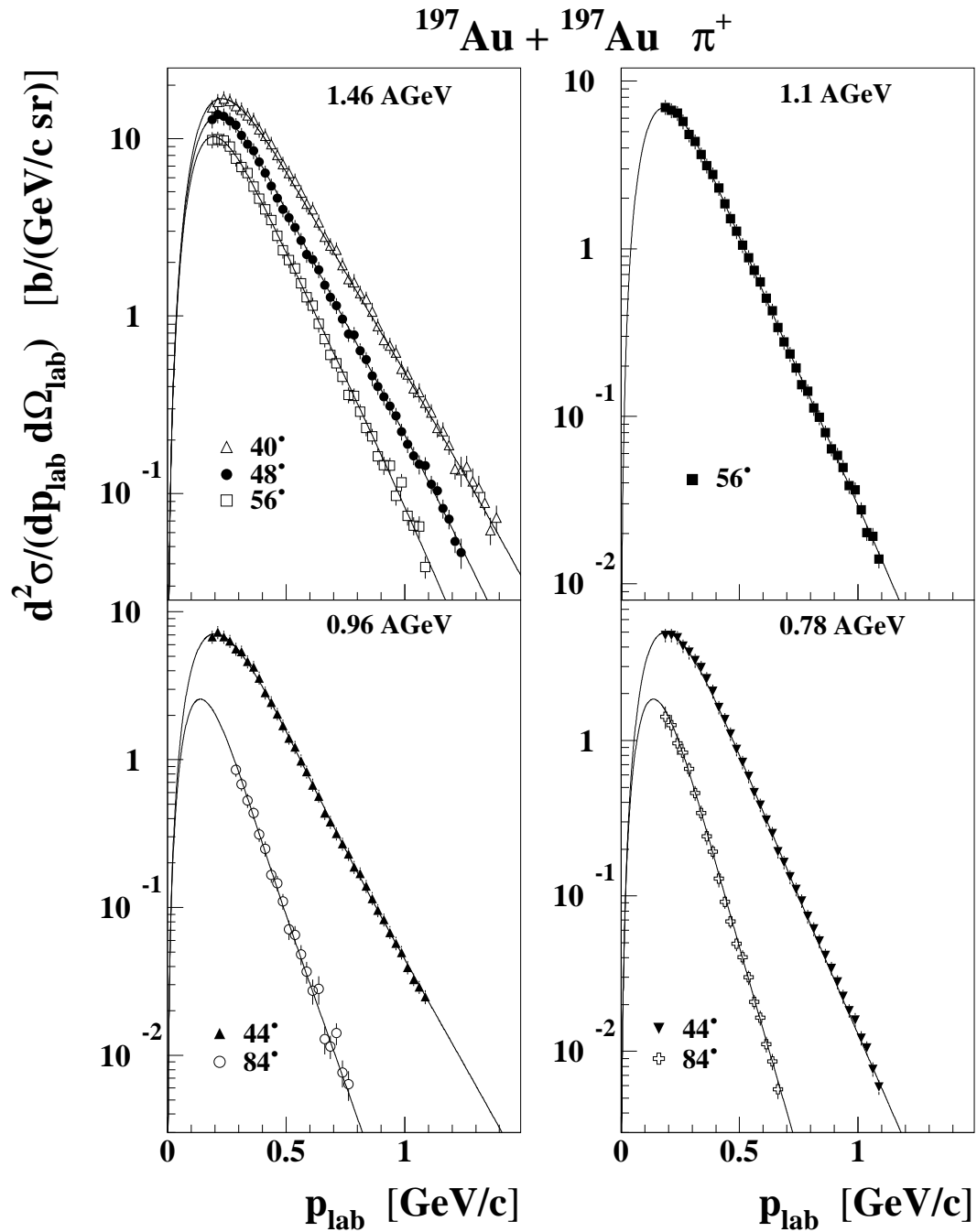


Abbildung 4.6: Der inklusive doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt im Laborsystem für π^+ -Produktion in Au+Au-Stößen: Die Kurven repräsentieren Anpassungen, die in Kapitel 4.4 näher erläutert werden.

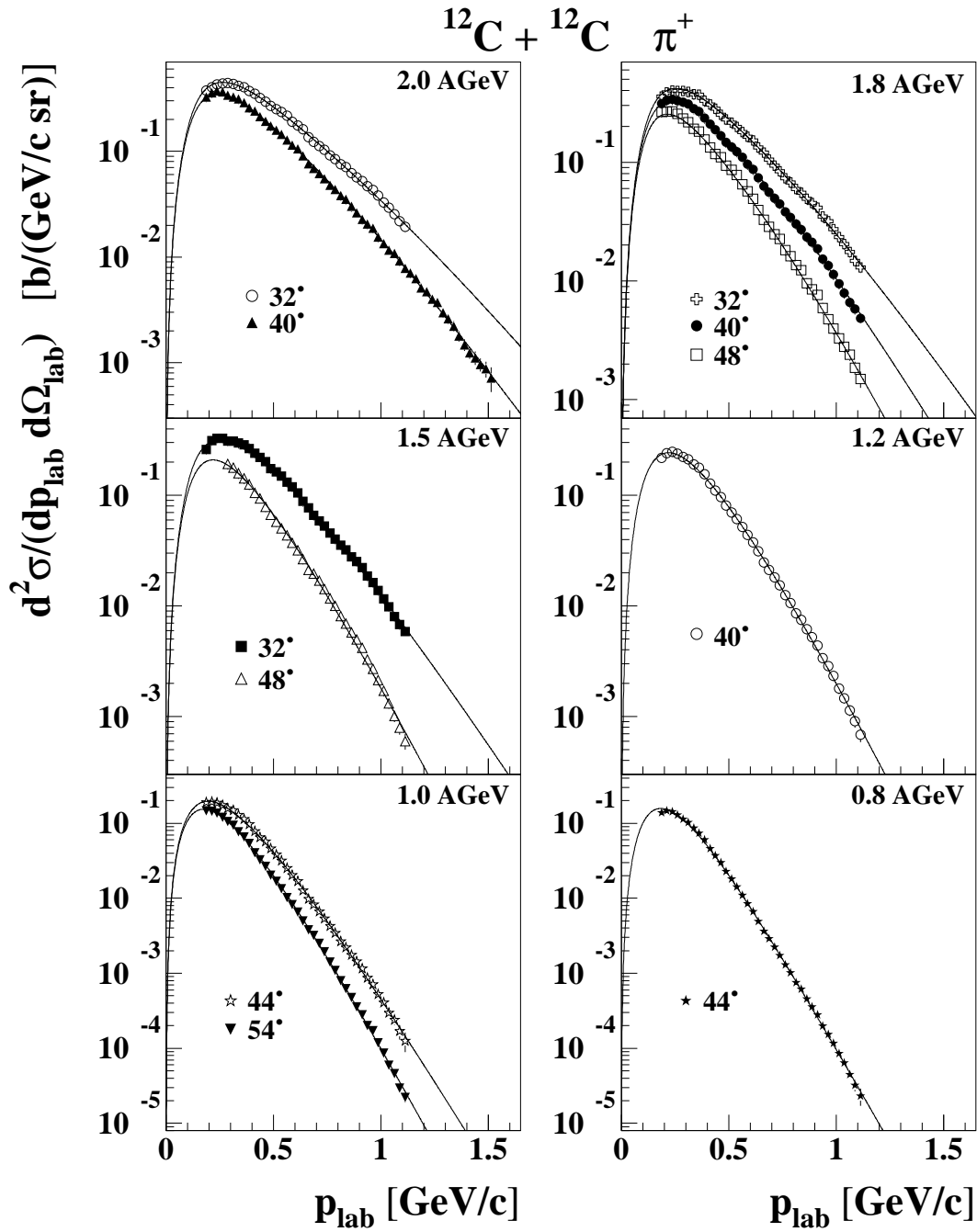


Abbildung 4.7: Der inklusive doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt im Laborsystem für π^+ -Produktion in C+C-Stößen: Die Kurven zeigen Anpassungen, die in Kapitel 4.4 näher erläutert werden.

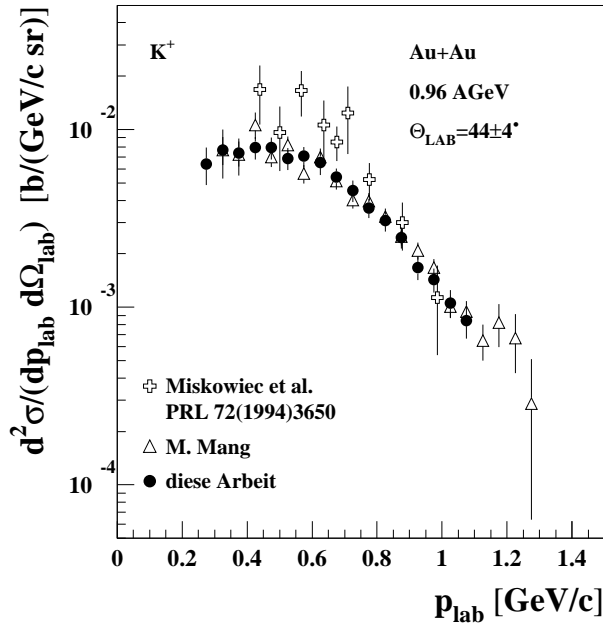


Abbildung 4.8: Der inklusive doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt im Laborsystem für K^+ -Produktion in Au+Au-Reaktionen mit einer Projektilenergie von 0.96 AGeV: Es werden Ergebnisse verschiedener Experimente am Kaonenspektrometer miteinander verglichen.

das Ergebnis des ersten Experiments am Kaonenspektrometer eingezeichnet [Mis94a]. Hier konnten, bedingt sowohl durch die anfänglich geringere Strahlintensität des Schwerionensynchrotrons (10^5 Ionen pro Spill) als auch die Tatsache, daß nur eine Vieldrahtproportionalzählkammer zur Spurrekonstruktion zur Verfügung stand, nach einer Woche Strahlzeit nur etwa 80 K^+ -Mesonen nachgewiesen werden, die zum größten Teil in Datenpunkten mit Impuls oberhalb 0.7 GeV/c enthalten sind. Die Auswertungen der neueren Experimente am Kaonenspektrometer erbrachten eine etwa 20-fach höhere Statistik mit kleineren systematischen Fehlern. Hier besteht zwischen [Man97] (offene Dreiecke) und den bereits in Abbildung 4.4 gezeigten Datenpunkten (ausgefüllte Kreise) eine sehr gute Übereinstimmung. Ebenfalls sehr gute Übereinstimmung im Vergleich zu [Mün93] und [Wag96] liegt für die positiv geladenen Pionen, produziert in Au+Au-Stößen mit einer Einschußenergie von 0.96 AGeV, vor.

4.2.2 Im Schwerpunktsystem

Um Ergebnisse für verschiedene Projektilenergien und Laborwinkel miteinander vergleichen und interpretieren zu können, werden die spektralen Verteilungen vom Labor- in das Schwerpunktsystem transformiert. Die Transformation erfolgt mit Hilfe des Lorentz-invarianten differentiellen Wirkungsquerschnitts $Ed^3\sigma/dp^3$, der diese Eigenschaft durch das Lorentz-

invariante Phasenraumelement d^3p/E erhält. Hier ist E die totale Energie der Teilchen. Mit $dp^3 = p^2 dp d\Omega$ erfolgt die Umformung zu

$$E \frac{d^3\sigma}{dp^3} = \frac{E}{p^2} \frac{d^2\sigma}{dp d\Omega} \quad (4.6)$$

und damit die Transformation in das Schwerpunktsystem

$$\left(E \frac{d^3\sigma}{dp^3} \right)_{cm} = \left(E \frac{d^3\sigma}{dp^3} \right)_{lab} = \left(\frac{E}{p^2} \frac{d^2\sigma}{dp d\Omega} \right)_{lab} . \quad (4.7)$$

Ausgehend vom Ergebnis der Gleichung (4.7) lassen sich dann beliebige Darstellungen im Schwerpunktsystem wählen.

Spektrale Verteilungen

Für K^+ -Produktion in inklusiven Au+Au- und C+C-Reaktionen ist in Abbildung 4.9 der invariante differentielle Wirkungsquerschnitt als Funktion der kinetischen Energie im Schwerpunktsystem E_{kin}^{cm} dargestellt. Es wurde unter jeweils festem Laborwinkel gemessen, analysiert und in das Schwerpunktsystem transformiert. Anschließend wurde aus dem Datensatz der jeweiligen Projektilenergie, der ein bis vier Laborwinkel enthält, ein Θ_{cm} -Streifen um Schwerpunktrapidität mit der Breite $\Delta\Theta_{cm} = \pm 10^\circ$ herausgeschnitten.

Zur Charakterisierung der spektralen Verteilungen von K^+ -Mesonen dient eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$\frac{d^3\sigma}{dp^3} = C \cdot e^{-E/T} \quad (4.8)$$

die die freien Parametern C und T enthält. Das Ergebnis der jeweiligen Anpassungsprozedur ist als durchgezogene Linie in Abbildung 4.9 eingezeichnet. Wie hier zu erkennen ist, lassen sich die spektralen Verteilungen der K^+ -Mesonen sowohl aus Au+Au- als auch aus C+C-Reaktionen sehr gut mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung beschreiben (χ^2 pro Freiheitsgrad < 1.2). Die aus den Anpassungen resultierenden inversen Steigungsparameter T sind in Abbildung 4.11 eingezeichnet. Für beide Reaktionssysteme findet man mit der Projektilenergie ansteigende inverse Steigungsparameter, wobei die spektralen Verteilungen aus Au+Au-Reaktionen systematisch höhere Werte aufweisen.

Die spektralen Verteilungen der positiv geladenen Pionen aus inklusiven Au+Au- und C+C-Reaktionen sind in Abbildung 4.10 dargestellt. Um die Form der π^+ -Spektren charakterisieren zu können, wurde eine sogenannte "Boltzmann-Darstellung" gewählt, in der eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung eine Gerade ist. Analog zu den K^+ -Mesonen sind Θ_{cm} -Streifen mit der Breite von $\pm 10^\circ$ aufgeführt. Da die Auswahl der Laborwinkel speziell für die Kaonenmessung vorgenommen wurde, liegen nur teilweise Pionen um Schwerpunktrapidität vor (siehe dazu Abbildung 4.2). Die π^+ -Spektren sowohl aus Au+Au- als auch C+C-Reaktionen weisen eine konkave Form auf⁵, weshalb eine einzige Maxwell-Boltzmann-

⁵Eine ausführliche Untersuchung zur spektralen Verteilung der Pionen aus Au+Au-Reaktionen mit 1.0 AGeV Projektilenergie findet sich in [Wag96, Mün93].

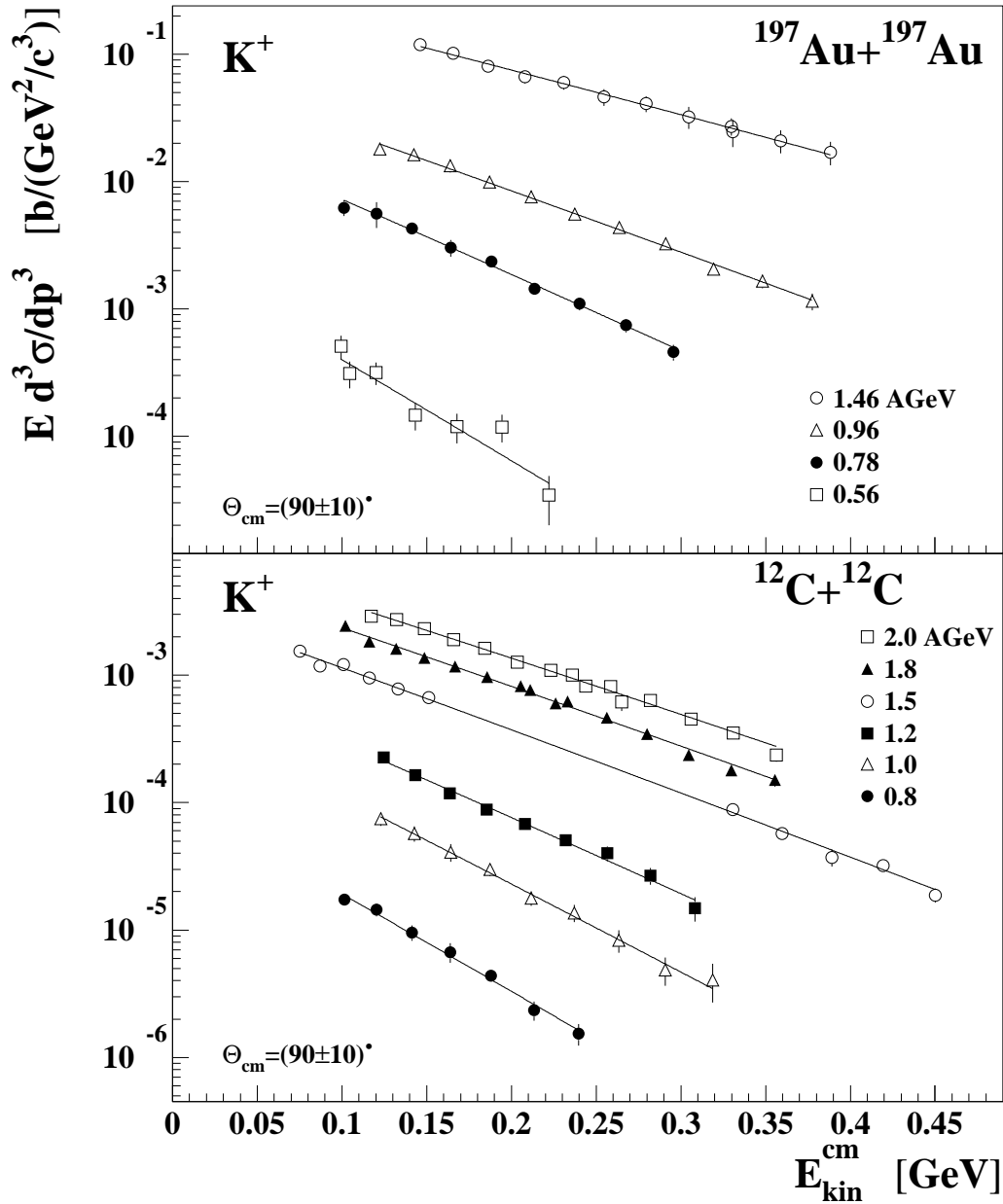


Abbildung 4.9: Der invariante differentielle Wirkungsquerschnitt (inklusive) für K^+ -Produktion in $\text{Au}+\text{Au}$ -Stößen (obere Hälfte) und $\text{C}+\text{C}$ -Reaktionen (untere Hälfte) als Funktion der kinetischen Energie im Schwerpunktsystem: Die K^+ -Mesonen wurden unter jeweils festem Laborwinkel Θ_{lab} gemessen, analysiert und transformiert. Anschließend wurden die Datenpunkte ausgewählt, die innerhalb des Streifens $\Theta_{\text{cm}} = 90^\circ \pm 10^\circ$ liegen. Als durchgezogene Linien sind Anpassungen mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung eingezeichnet.

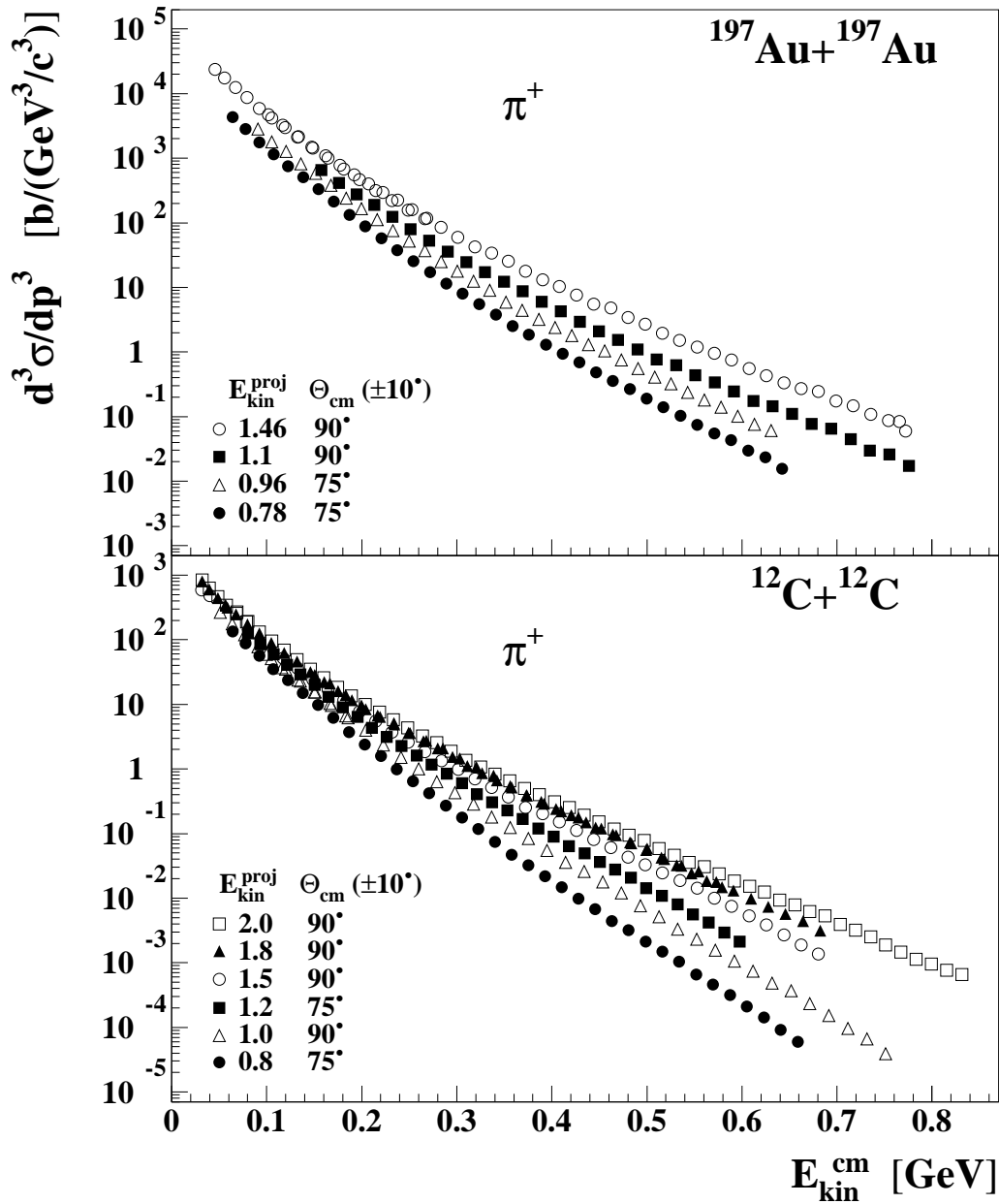


Abbildung 4.10: “Boltzmann-Darstellung”: $d^3\sigma/dp^3$ als Funktion der kinetischen Energie im Schwerpunktsystem. In dieser Darstellung ist eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung eine Gerade. In der oberen Hälfte sind die π^+ -Spektren aus inklusiven Au+Au- und in der unteren Hälfte aus inklusiven C+C-Reaktionen dargestellt. Die positiv geladenen Pionen wurden unter jeweils festem Laborwinkel Θ_{lab} gemessen, analysiert und auch transformiert. Anschließend erfolgte die Auswahl eines Winkelbereichs $\Delta\Theta_{\text{cm}}$ von $\pm 10^\circ$.

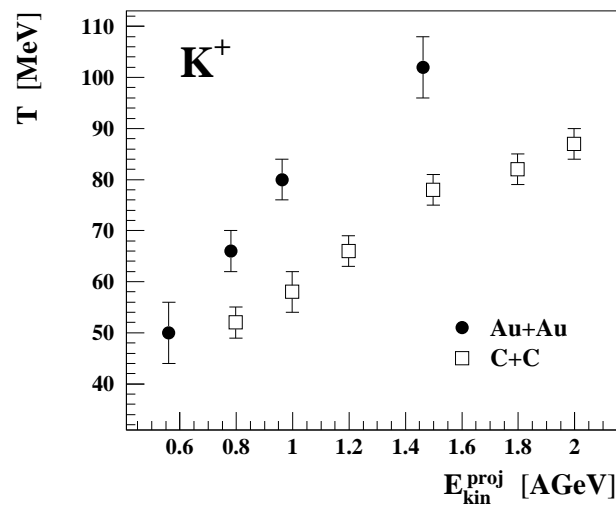


Abbildung 4.11: Inverse Steigungsparameter T für positiv geladene Kaonen als Funktion der Projektilenergie: Die Anpassungen an die spektralen Verteilungen der Abbildung 4.9 erfolgten mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung (Funktion (4.8)).

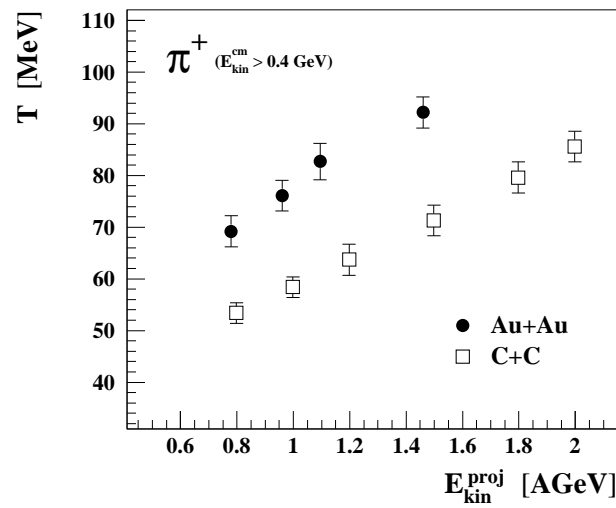


Abbildung 4.12: Inverse Steigungsparameter T für positiv geladene Pionen aus der Anpassung mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung an den hochenergetischen Teil des Spektrums ($E_{kin}^{cm} > 0.4$ GeV).

Verteilung keine geeignete Anpassungsfunktion darstellt. Werden zur Anpassung der π^+ -Spektren anstatt einer die Summe aus zwei Maxwell-Boltzmann-Verteilungen

$$\frac{d^3\sigma}{dp^3} = C_1 \cdot e^{-E/T_1} + C_2 \cdot e^{-E/T_2} \quad (4.9)$$

verwendet, so verbessert sich der χ^2 -Wert für Au+Au-Reaktionen um etwa einen Faktor 20. Für C+C-Reaktionen findet man einen weniger ausgeprägten Effekt. Hier verkleinert sich der χ^2 -Wert um etwa einen Faktor 2 bei 0.8 AGeV und um ca. einen Faktor 10 bei 2.0 AGeV Projektilenergie.

Die Parameter C_i und T_j aus den Anpassungen der spektralen Verteilungen, die am nächsten bei Schwerpunktrapidität gemessen wurden, sind in Tabelle 4.4 enthalten. Für Au+Au-Reaktionen findet man, daß der niederenergetische inverse Steigungsparameter T_1 um ± 3 MeV und in C+C-Reaktionen um ± 4 MeV variiert. Der hochenergetische inverse Steigungsparameter T_2 nimmt mit der Projektilenergie in Au+Au-Reaktionen zwischen 0.78 und 1.46 AGeV um etwa 20 MeV und in C+C-Reaktionen zwischen 0.8 und 2.0 AGeV um ca. 30 MeV zu. Da die Anpassungsparameter untereinander korreliert sind, wird der hochenergetische Teil der π^+ -Spektren ($E_{kin}^{cm} > 0.4$ GeV) mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung angepaßt, um die Steigung der einzelnen Spektren miteinander vergleichen zu können. Die aus den Anpassungen resultierenden inversen Steigungsparameter T sind in Abbildung 4.12 dargestellt. Analog zu den K^+ -Spektren wächst T mit der Projektilenergie an, wobei die π^+ -Spektren aus Au+Au-Kollisionen systematisch höhere Werte aufweisen.

4.3 Polare Winkelverteilung der Kaonen

Auf der linken Seite der Abbildung 4.13 ist der inklusive, invariante differentielle Wirkungsquerschnitt als Funktion der kinetischen Energie im Schwerpunktsystem für K^+ -Produktion in Au+Au-Reaktionen und auf der rechten Seite für C+C-Reaktionen dargestellt. Die Verteilungen, die unter zwei bis vier Laborwinkeln gemessen und analysiert wurden, entstanden durch Selektion der Datenpunkte in Streifen von $\Theta_{cm} \pm 10^\circ$. Allerdings bleibt der funktionale Zusammenhang $\Theta_{cm} = f(E_{kin}^{cm}, \Theta_{lab})$, der in Abbildung 4.3 aufgezeigt ist, innerhalb der Streifen erhalten. Dies führt insbesondere bei den Winkeln der rückwärtigen Hemisphäre (z.B. $\Theta_{cm} = 130^\circ$) zu systematischen Abweichungen vom Mittelwert der Winkelstreifen.

Eine polar isotrope Emission liegt dann vor, wenn für verschiedene Emissionswinkel die invarianten differentiellen Wirkungsquerschnitte als Funktion der kinetischen Energie im Schwerpunktsystem deckungsgleich sind. Dies ist, wie in Abbildung 4.13 deutlich zu erkennen ist, - mit Ausnahme von C+C-Reaktionen mit 1 AGeV Projektilenergie - nicht der Fall. Im allgemeinen besitzen die rückwärtigen Winkel ($\Theta_{cm} = 125^\circ, 130^\circ$) höhere invariante differentielle Wirkungsquerschnitte, was aus Symmetriegründen auf eine vorwärts-rückwärts-überhöhte polare Winkelverteilung der K^+ -Mesonen schließen läßt.

Die Form der polaren Winkelverteilung

Zunächst wird die Form der polaren K^+ -Winkelverteilung untersucht. Die Ableitung des Wirkungsquerschnitts nach dem Raumwinkel Ω läßt sich unter Verwendung von Kugelko-

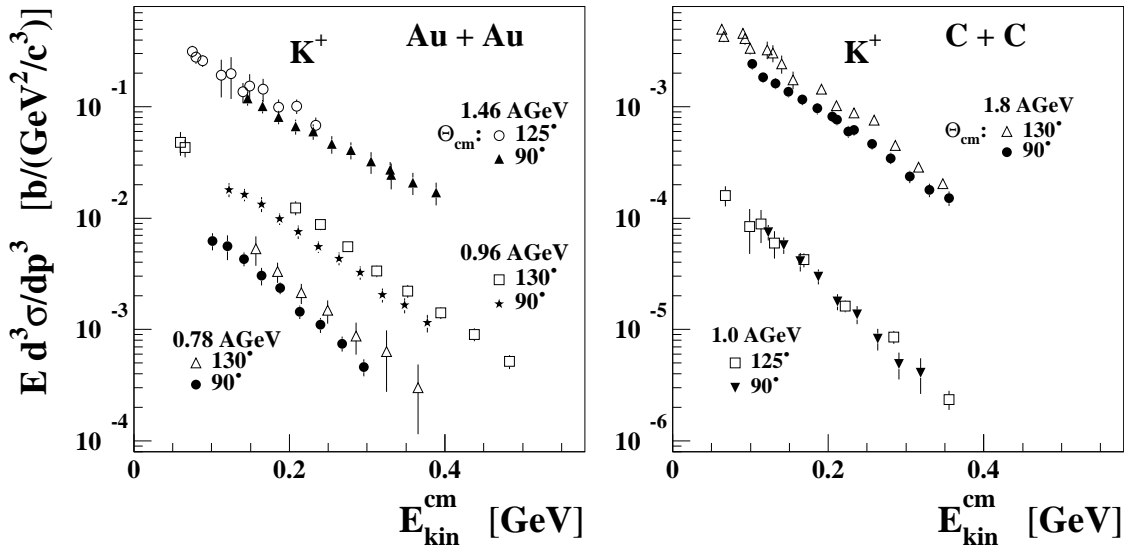


Abbildung 4.13: Der invariante differentielle Wirkungsquerschnitt (inklusive) als Funktion der kinetischen Energie für K^+ -Produktion in Au+Au-Stößen (linke Seite) und C+C-Reaktionen (rechte Seite): Der jeweils selektierte Winkelbereich im Schwerpunktsystem beträgt $\pm 10^\circ$.

ordinaten schreiben als

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{\sin\Theta d\Theta d\phi} = \frac{d\sigma}{d\cos\Theta d\phi} \quad . \quad (4.10)$$

Somit findet man in $\cos\Theta$ eine geeignete Variable zum Studium der polaren Winkelverteilung. Da es sich bei den untersuchten Experimenten um massensymmetrische Reaktionen handelt, kann nur eine um $\Theta_{cm} = 90^\circ$ symmetrische Funktion in Frage kommen. Eine Entwicklung in $\cos\Theta_{cm}$ kann daher nur geradzahlige Potenzen berücksichtigen. Es wird nach dem zweiten Term mit geradzahlgiger Potenz abgebrochen

$$\frac{d\sigma}{d\cos\Theta} = C \cdot \left(1 + a_2 \cos^2\Theta + a_4 \cos^4\Theta \right) \equiv f(\cos\Theta) \quad , \quad (4.11)$$

um die Anzahl der Anpassungsparameter möglichst gering zu halten. Zusätzlich wird angenommen, daß die Koeffizienten a_2 und a_4 unabhängig von der Energie der Kaonen sind. Diese Annahme läßt sich anhand Abbildung 4.13 rechtfertigen, in der zu erkennen ist, daß im Rahmen der statistischen und systematischen Fehler die spektralen Verteilungen verschiedener Winkel Θ_{cm} einer Projektilenergie nahezu parallel verlaufen.

Unter Berücksichtigung dieser Vorgaben erfolgt die Bestimmung der Koeffizienten a_2 und a_4 mit Hilfe einer simultanen Anpassung des doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnitts verschiedener polarer Winkel Θ_{lab}^i im Laborsystem mit der Funktion

$$\frac{d^2\sigma}{dp_{lab} d\Omega_{lab}} \left(p_{lab}, \Theta_{lab}^i \right) = \frac{p_{lab}^2 E_{cm}}{E_{lab}} \cdot f(\cos\Theta_{cm}) \cdot e^{-E_{cm}/T} \quad . \quad (4.12)$$

Hierbei transformiert der erste Term der rechten Seite die im Schwerpunktsystem definierte polare Winkelverteilung und Maxwell-Boltzmann-Verteilung vom Schwerpunkt- in das Laborsystem (siehe Gleichung (4.7)). Die Größen E_{cm} und Θ_{cm} werden mit Hilfe der Lorentz-Transformation (Gleichung (4.4)) aus p_{lab} , Θ_{lab}^i und E_{proj} berechnet. Simultane Anpassung bedeutet hier, daß ein Satz von freien Parametern bestehend aus C, a_2, a_4 und T zur Anpassung der Laborimpulsverteilungen mehrerer Laborwinkel verwendet wird.

Durch die simultane Anpassung wird der gesamte in der Messung abgedeckte Θ_{cm} -Bereich zur Bestimmung der Anisotropieparameter erschlossen. Im Fall z.B. von C+C-Reaktionen bei 1.8 AGeV Projektilenergie steht hierfür, wie aus Abbildung 4.1 oder 4.3 hervorgeht, ein Winkelbereich von $\Delta\Theta_{cm} \cong 75^\circ$ zur Verfügung. Für Au+Au-Reaktionen wird die Projektilenergie 1.46 AGeV zu dieser Untersuchung herangezogen. Hier wurden K^+ unter drei Laborwinkeln gemessen. Das Ergebnis der Anpassungen ist als durchgezogene Linie für Au+Au-Reaktion auf der linken Seite und für C+C-Kollisionen auf der rechten Seite der Abbildung 4.14 dargestellt. Beide Reaktionen lassen sich sehr gut mit der Funktion (4.12) beschreiben (χ^2 pro Freiheitsgrad < 1.4). Die aus den Anpassungen resultierenden Koeffizienten a_2 und a_4 sind in der jeweiligen Abbildung aufgeführt. Hier zeigt sich, daß in beiden Fällen a_4 im Rahmen des Fehlers mit Null verträglich ist und damit eine rein parabolische Form der Winkelverteilung vorliegt.

Bestimmung des Anisotropieparameters a_2

Mit der oben beschriebenen Methode der simultanen Anpassung wird der Anisotropieparameter a_2 für die Reaktionen bestimmt, für die Kaonen unter mindestens zwei Laborwinkeln gemessen wurden. Das Ergebnis der Anpassungsprozeduren ist jeweils als durchgezogene Linie in Abbildung 4.4 für Au+Au-Reaktionen und in Abbildung 4.5 für C+C-Reaktionen eingezeichnet. Die dazugehörigen Anisotropieparameter sind in Tabelle 4.2 aufgeführt, während die Anpassungsparameter C und T zur Integration des differentiellen Wirkungsquerschnitts in Tabelle 4.3 enthalten sind.

Im Folgenden wird die Methode der simultanen Anpassung mit einem komplementären Verfahren zur Bestimmung der Stärke der polaren Winkelverteilung verglichen. Es beruht darauf, daß bei einer festen kinetischen Energie der Kaonen im Schwerpunktsystem der invariante differentielle Wirkungsquerschnitt jedes gemessenen Laborwinkels einer Projektilenergie als Funktion von $\cos \Theta_{cm}$ aufgetragen wird [Man97]. Eine Anpassung der so gewonnenen Datenpunkte gibt dann Aufschluß über Form und Stärke der polaren Anisotropie.

Die Durchführung wird anhand der oberen Hälfte der Abbildungen 4.15 und 4.16 veranschaulicht. Hier sind, um alle gemessenen Datenpunkte zu berücksichtigen, die invarianten differentiellen Wirkungsquerschnitte der gemessenen Laborwinkel eingetragen. Die Energieschnitte sind als unterbrochene vertikale Linien eingezeichnet. Sie wurden als die minimal bzw. maximal mögliche kinetische Energie des Überlappbereichs der einzelnen Laborwinkel ausgewählt.

Da nicht für jeden Laborwinkel Datenpunkte bei exakt derselben kinetischen Energie vorliegen, werden zur Interpolation die spektralen Verteilungen angepaßt. Zur Anpassung der Verteilungen gilt zu beachten, daß unter einem festen Laborwinkel gemessene Kaonen je nach ihrer Energie unter verschiedenen polaren Winkeln im Schwerpunktsystem emittiert

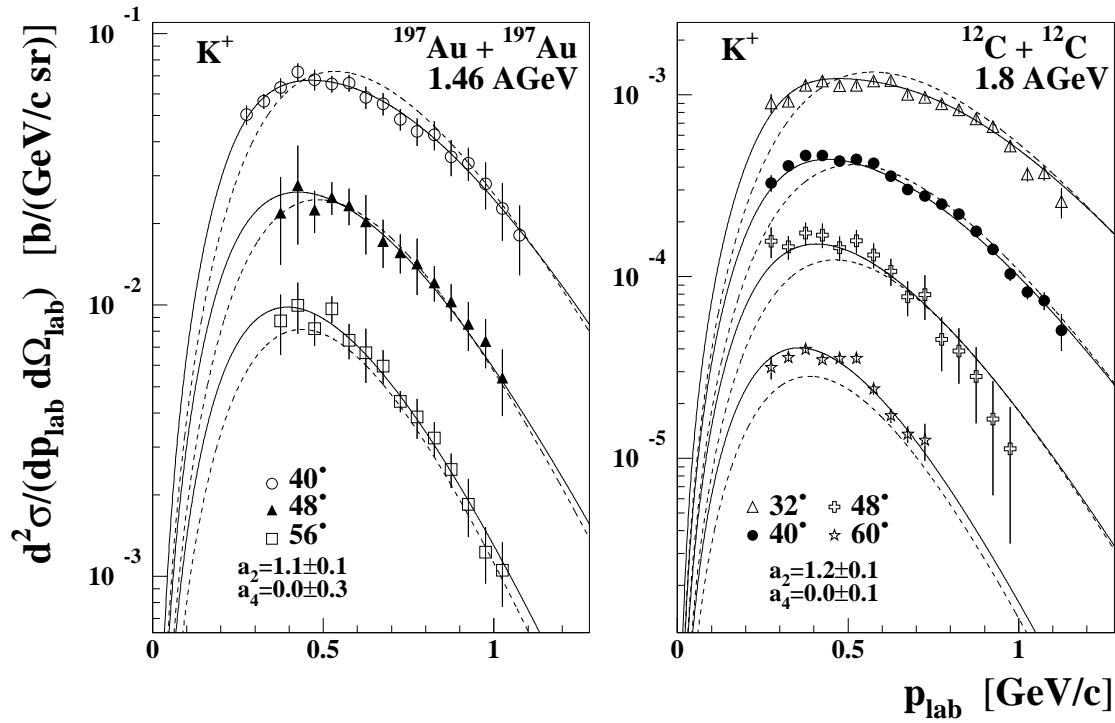


Abbildung 4.14: Der inklusive doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt im Laborsystem für K^+ -Produktion in $Au+Au$ -Reaktionen mit 1.46 AGeV (linke Seite) und $C+C$ -Reaktionen mit 1.8 AGeV Projektilenergie: Die Datenpunkte der Reaktion $C+C$ mit 1.8 AGeV bei $\Theta_{lab}=60^\circ$ entstammen [Lau99a]. Zur besseren Darstellung wurden die Laborimpulsverteilungen aus $Au+Au$ -Reaktionen der Einstellungen $\Theta_{lab}=48^\circ, 56^\circ$ mit den Faktoren 1/2 bzw. 1/4 multipliziert und aus $C+C$ -Reaktionen bei $\Theta_{lab}=40^\circ, 48^\circ, 60^\circ$ mit den Faktoren 1/2, 1/4 und 1/8 skaliert. Als durchgezogene Linien sind simultane Anpassungen der drei bzw. vier Laborwinkel mit der Funktion (4.12) eingezeichnet, die die Anisotropieparameter a_2 und a_4 enthält. Im Vergleich dazu entsprechen die unterbrochenen Kurven einer Anpassung unter der Annahme einer polar isotropen Emission. Hierbei verschlechtert sich der χ^2 -Wert der Anpassung für $Au+Au$ -Reaktionen um ca. einen Faktor 5 und für $C+C$ -Reaktionen um etwa einen Faktor 6.

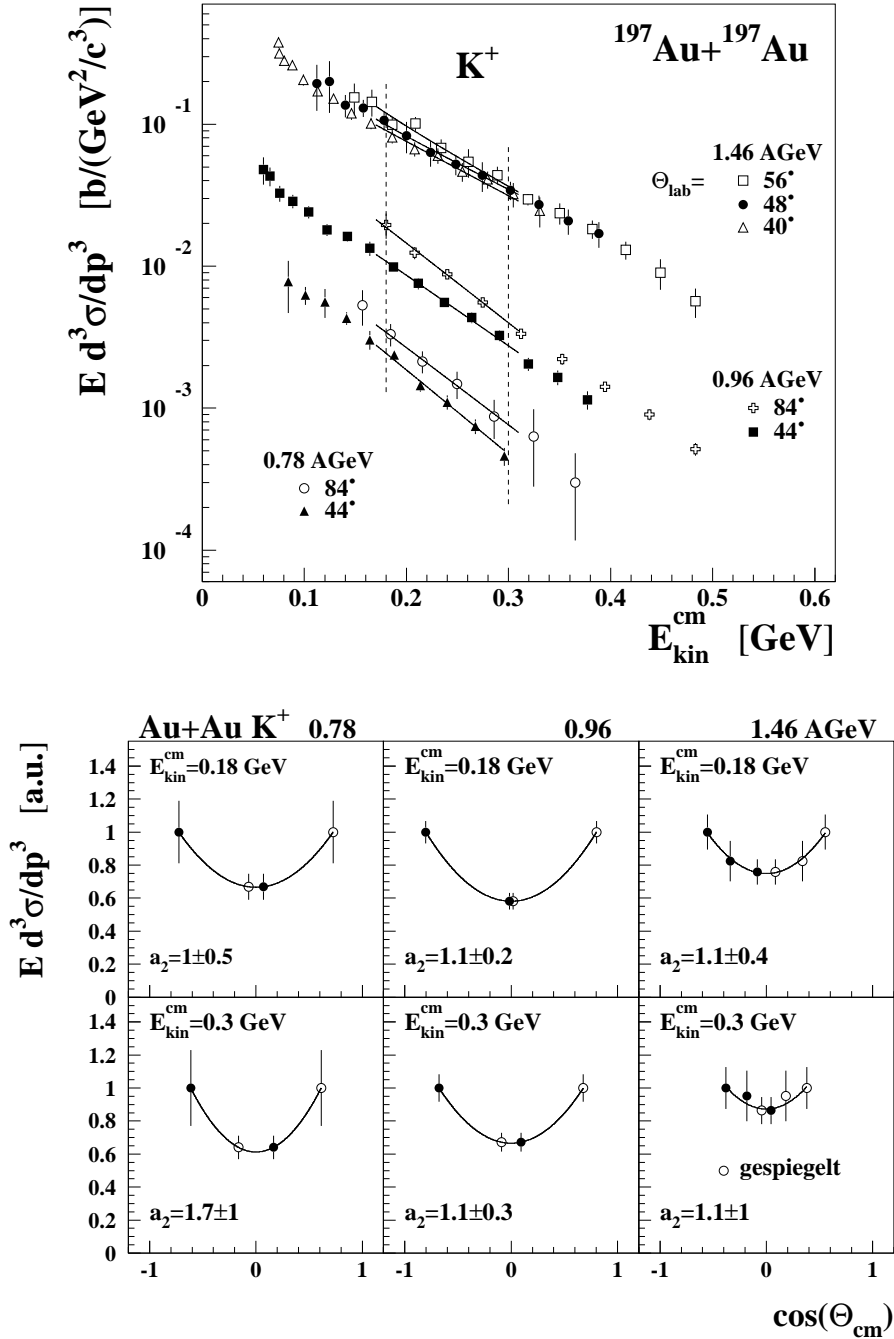


Abbildung 4.15: *Obere Hälfte:* Der inklusive invariante differentielle Wirkungsquerschnitt für K^+ -Produktion in Au+Au-Reaktionen unter festen Laborwinkeln Θ_{lab} . Die durchgezogenen Linien ergeben sich aus der Anpassung mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung an den Bereich [0.16, 0.31] GeV. *Untere Hälfte:* Die an den ‘Schnittenergien’ (0.18 und 0.3 GeV) bestimmten invarianten differentiellen Wirkungsquerschnitte sind aufgetragen als Funktion von $\cos \Theta_{cm}$ (ausgefüllte Symbole). Spiegelung an $\Theta_{cm} = 90^\circ$ ergibt die Datenpunkte mit offenen Symbolen. Die eingezeichneten Kurven resultieren aus einer Anpassungen mit der Funktion (4.13), die den Anisotropieparameter a_2 als freien Parameter enthält.

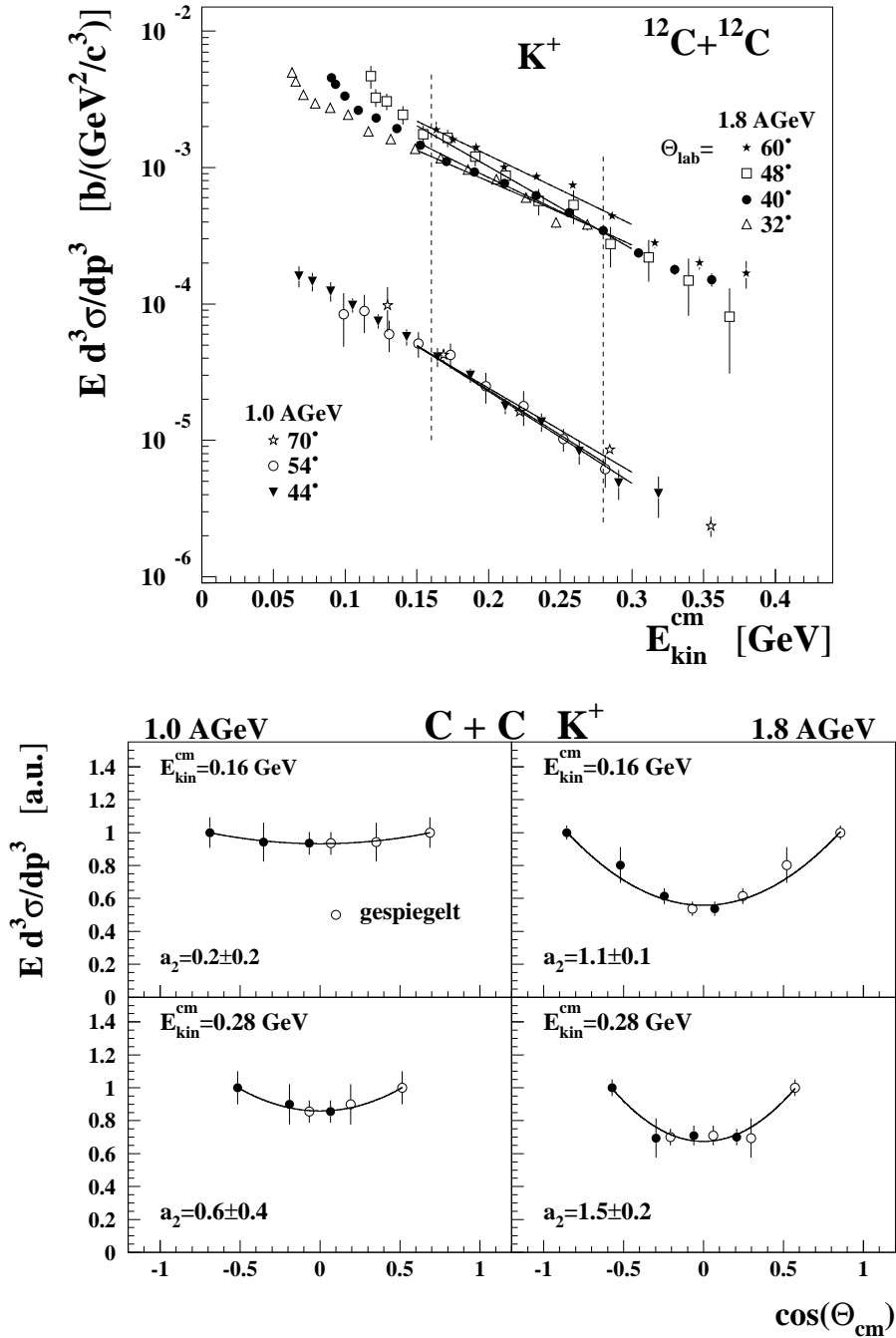


Abbildung 4.16: *Obere Hälfte:* Der inklusive invariante differentielle Wirkungsquerschnitt für K^+ -Produktion in $C+C$ -Reaktionen unter festen Laborwinkeln Θ_{lab} . Die Datenpunkte der Reaktionen $C+C$ 1.0 AGeV 70° und 1.8 AGeV 60° wurden [Lau99a] entnommen. Die durchgezogenen Linien ergeben sich aus der Anpassung mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung an den Bereich [0.15, 0.30] GeV. *Untere Hälfte:* Die an den "Schnittenergien" (0.16 und 0.28 GeV) bestimmten invarianten differentielle Wirkungsquerschnitte sind aufgetragen als Funktion von $\cos \Theta_{cm}$ (ausgefüllte Symbole). Spiegelung an $\Theta_{cm} = 90^\circ$ ergibt die Datenpunkte mit offenen Symbolen. Die eingezeichneten Kurven resultieren aus einer Anpassungen mit der Funktion (4.13), die den Anisotropieparameter a_2 als freien Parameter enthält.

E_{kin}^{proj} [AGeV]	Simultane Anpassung	energiesdiff. Methode
Au + Au K^+	a_2	a_2
1.46	1.08 ± 0.11	1.1 ± 0.4
0.96	1.05 ± 0.12	1.1 ± 0.2
0.78	1.08 ± 0.28	1.0 ± 0.5
C + C K^+	a_2	a_2
2.0	1.24 ± 0.12	-
1.8	1.16 ± 0.06	1.1 ± 0.1
1.5	0.69 ± 0.12	-
1.0	0.0 ± 0.4	0.2 ± 0.2

Tabelle 4.2: Gegenüberstellung der Anisotropieparameter a_2 für K^+ -Mesonen, die anhand des Verfahrens ‘‘Simultane Anpassung’’ bzw. der energiesdifferenziellen Methode ermittelt wurden. Die ‘‘Schnittenergien’’ der energiesdifferenziellen Methode betragen für Au+Au-Reaktionen $E_{kin}^{cm} = 0.18 \text{ GeV}$ und für C+C-Reaktionen $E_{kin}^{cm} = 0.16 \text{ GeV}$. Die Kurven der simultanen Anpassungen sind in den Abbildungen 4.4 und 4.5 enthalten.

werden. Der Zusammenhang $\Theta_{cm} = f(E_{kin}^{cm}, \Theta_{lab}, E_{proj})$ geht aus Abbildung 4.3 des Kapitels 4.1 hervor. Damit führt die vorwärts-rückwärts-überhöhte polare Winkelverteilung zu einer Verformung der spektralen Verteilungen. Dies ist besonders deutlich im niederenergetischen Bereich der spektralen Verteilungen aus C+C-Reaktionen mit einer Projektilenergie von 1.8 AGeV sichtbar. Daher wird für die Anpassung mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung der Bereich kinetischer Energien für Au+Au-Reaktionen auf $[0.16, 0.31] \text{ GeV}$ und für C+C-Reaktionen auf $[0.15, 0.30] \text{ GeV}$ beschränkt.

Die invarianten differentiellen Wirkungsquerschnitte der einzelnen Laborwinkel an den Stellen der Schnittenergien sind jeweils in der unteren Hälfte der Abbildungen 4.15 und 4.16 als Funktion von $\cos \Theta_{cm}$ aufgetragen (ausgefüllte Symbole). Da es sich ausschließlich um symmetrische Stoßsysteme handelt, wurden alle gemessenen Datenpunkte an $\Theta_{cm} = 90^\circ$ gespiegelt (offene Symbole). Durch das energiesdifferenzielle Verfahren stehen zur Bestimmung der Form und Stärke der polaren Winkelverteilung nur jeweils zwei bis vier Datenpunkte zur Verfügung. Hierdurch wird eine Annahme zur Form benötigt, um die Stärke der polaren Winkelverteilung zu bestimmen. Motiviert durch die Ergebnisse mit der Methode der simultanen Anpassung (Abbildung 4.14), wird eine rein quadratische Abhängigkeit von $\cos \Theta_{cm}$ angenommen:

$$E \frac{d^3 \sigma}{dp^3} \Big|_{E_{kin}^{cm}} = C \cdot \left(1 + a_2 \cos^2 \Theta_{cm} \right) \quad , \quad (4.13)$$

wobei C und a_2 die freien Parameter der Anpassungsfunktion sind. Die Funktion (4.13) wird an die gemessenen Datenpunkte (ausgefüllte Symbole) angepaßt. In den unteren Hälften der Abbildungen 4.15 und 4.16 ist als durchgezogene Linie das jeweilige Resultat der Anpassung inklusive des Anisotropieparameters a_2 aufgeführt.

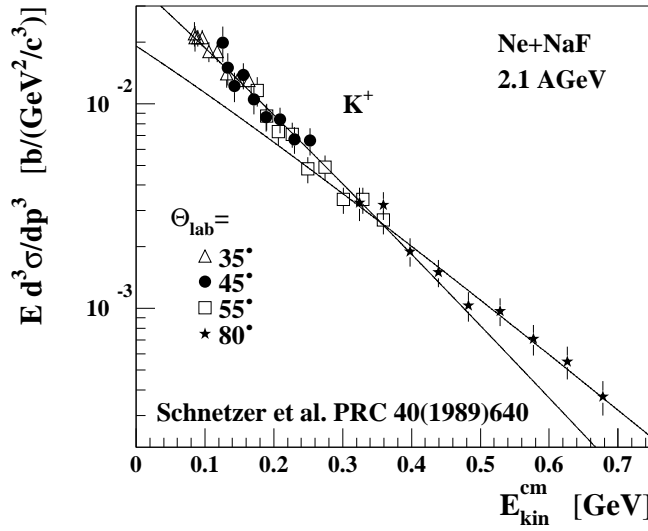


Abbildung 4.17: Der inklusive invariante differentielle Wirkungsquerschnitt für K^+ -Produktion in $Ne+NaF$ -Reaktionen: Die Datenpunkte sind [Schn89] entnommen.

In Tabelle 4.2 werden die Anisotropieparameter der unterschiedlichen Methoden miteinander verglichen. Zur Gegenüberstellung wurde der Energieschnitt $E_{kin}^{cm}=0.18$ bzw. 0.16 GeV gewählt, da hier jeweils der größere Winkelbereich $\Delta\Theta_{cm}$ vorliegt. Innerhalb der Fehler existiert eine gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen beider Verfahren. Beide Verfahren zeigen, daß im Rahmen der Fehler keine Variation mit der Projektilenergie in $Au+Au$ -Reaktionen auftritt, während in $C+C$ -Stößen $a_2=0.0$ bei 1.0 AGeV Projektilenergie auf etwa $a_2=1.2$ bei $1.8/2.0$ AGeV ansteigt.

Der Vorteil der simultanen Anpassung aller gemessenen Laborwinkel einer Projektilenergie ist, daß die Information über die polare Winkelverteilung, die innerhalb der einzelnen Laborwinkel enthalten ist, in die Bestimmung der Anisotropie einfließt. Hierbei erstreckt sich der polare Winkelbereich im Schwerpunktsystem z.B. für $C+C$ -Reaktionen bei 1.8 AGeV über insgesamt $\Delta\Theta_{cm} = 75^\circ$ (siehe dazu Abbildung 4.3). Im Vergleich dazu berücksichtigt die Methode der Energieschnitte nur einen Bruchteil der gemessenen Daten, was eine erhöhte Sensitivität auf statistische und systematische Fehler in den spektralen Verteilungen bewirkt. Andererseits läßt diese Methode eine Untersuchung in Abhängigkeit der Kaonenenergie zu. Hierzu wurde in $Au+Au$ -Reaktionen im Rahmen des Fehlers keine Variation des Anisotropieparameters mit der kinetischen Energie der Kaonen gefunden (Abbildung 4.15). In $C+C$ -Reaktionen ist die Tendenz zu erkennen, daß der Anisotropieparameter mit wachsender kinetischer Energie der Kaonen ansteigt (Abbildung 4.16). Allerdings wird mit der simultanen Anpassung, die einen mit der Kaonenenergie konstanten Anisotropieparameter voraussetzt, eine sehr gute Beschreibung der Datenpunkte erreicht.

Ergebnisse anderer Experimente am Kaonenspektrometer weisen ebenfalls eine polar anisotrope Emission der K^+ in inklusiven Kern-Kern-Stößen auf. So ergab die Analyse eines früheren Au+Au-Experiments einen Wert $a_2 = 1.1 \pm 0.3$ bei 0.96 AGeV Projektilenergie [Man97]. In inklusiven Ni+Ni-Reaktionen bei 1.93 AGeV wurde der Anisotropieparameter a_2 zu 0.7 ± 0.1 bestimmt [Men00a]. Im Widerspruch zur Anisotropie in inklusiven Ni+Ni- und C+C-Reaktionen um 2.0 AGeV steht das Ergebnis in [Schn89]. Hier wurden K^+ in inklusiven Ne+NaF-Reaktionen bei einer Projektilenergie von 2.1 AGeV unter mehreren Laborwinkeln gemessen. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.17 als invarianter differentieller Wirkungsquerschnitt als Funktion der kinetischen Energie im Schwerpunktsystem dargestellt. Eine Anpassung mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung (durchgezogene Linien) zeigt, daß die spektrale Verteilung von $\Theta_{lab}=80^\circ$ eine andere Steigung aufweist, als dies für die übrigen Laborwinkel der Fall ist. Für $\Theta_{lab}=35^\circ, 45^\circ$ und 55° wird der inverse Steigungsparameter T zu 110 ± 5 MeV und für $\Theta_{lab}=80^\circ$ zu $T=140 \pm 5$ MeV bestimmt. Die am Kaonenspektrometer gemessenen K^+ -Spektren lassen sich unter Berücksichtigung einer polaren Winkelverteilung, die hauptsächlich im niederenergetischen Bereich Einfluß auf die spektrale Form nimmt, mit einer einzigen Maxwell-Boltzmann-Verteilung beschreiben. Setzt man dies auch für K^+ -Mesonen aus Ne+NaF-Reaktionen mit 2.1 AGeV Projektilenergie voraus, so stehen die in Abbildung 4.17 gezeigten spektralen Verteilungen im Widerspruch zu einer polar isotropen K^+ -Emission.

4.4 Polare Winkelverteilung der Pionen

In Abbildung 4.18 ist der mit verschiedenen Projektilenergien gemessene invariante differentielle Wirkungsquerschnitt (inklusive) für die Produktion von positiv geladenen Pionen in Au+Au- (linke Seite) und C+C-Reaktionen (rechte Seite) dargestellt. Die Verteilungen, die unter zwei bzw. drei Laborwinkeln gemessen und analysiert wurden, entstanden durch Selektion der Datenpunkte in Streifen $\Delta\Theta_{cm}$ von $\pm 10^\circ$. Wie aus Abbildung 4.18 zu entnehmen ist, treten sowohl in Au+Au- als auch C+C-Reaktionen nur sehr geringe Unterschiede in den spektralen Verteilungen einer Projektilenergie auf. Dies läßt auf eine eher schwache polare Anisotropie der Pionen schließen. Allerdings wurden Pionen in einem nur kleinen Winkelbereich im Schwerpunktsystem gemessen, der je nach Energie der Pionen sich sowohl in die vordere als auch rückwärtige Hemisphäre erstreckt (siehe dazu auch Abbildung 4.3).

Abbildung 4.19 zeigt die polare Winkelverteilung der π^+ für die Reaktionen, für die je drei Laborwinkel vermessen wurden. Hier ist der invariante differentielle Wirkungsquerschnitt an der Stelle $E_{kin}^{cm} = 0.06$ GeV als Funktion von $\cos \Theta_{cm}$ aufgetragen (ausgefüllte Symbole). Die durch offene Symbole dargestellten Datenpunkte entstanden durch Spiegelung an $\Theta_{cm} = 90^\circ$. Es wurde eine möglichst kleine kinetische Energie gewählt, um den maximalen Winkelbereich in der rückwärtigen Hemisphäre zu erzielen. Zur Anpassung wird eine rein quadratische Abhängigkeit von $\cos \Theta_{cm}$ angenommen (siehe Gleichung (4.18)). Das jeweilige Anpassungsergebnis inklusive Anisotropieparameter a_2 ist in Abbildung 4.19 aufgeführt.

Beide Reaktionen weisen kleine Werte des Anisotropieparameters, jedoch mit gegensätz-

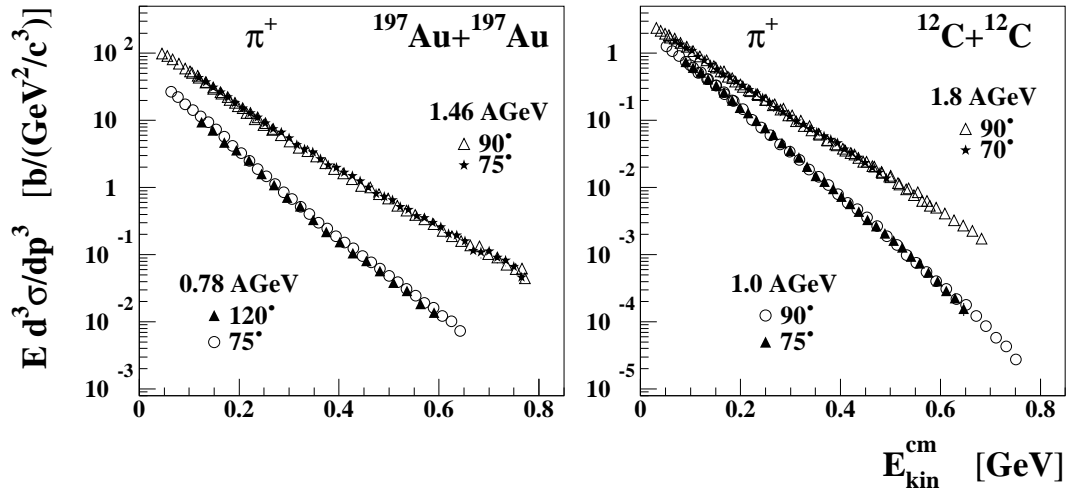


Abbildung 4.18: Der inklusive invariante differentielle Wirkungsquerschnitt für π^+ -Produktion in Au+Au- (linke Seite) und C+C-Reaktionen (rechte Seite) verschiedener polarer Winkel im Schwerpunktsystem Θ_{cm} : Der jeweils selektierte Winkelbereich im Schwerpunktsystem beträgt $\pm 10^\circ$.

lichen Vorzeichen, auf. Während in Au+Au-Reaktionen die polare π^+ -Winkelverteilung eine Überhöhung um Schwerpunktrapidität zeigt, findet man in C+C-Reaktionen eine vorwärts-rückwärts-überhöhte Anisotropie. Dieser Befund steht im Einklang mit Ergebnissen anderer Experimente. Hierzu ist in Abbildung 4.20 die von der FOPI-Kollaboration gemessene polare Winkelverteilung für positiv und negativ geladene Pionen [Pel97] dargestellt. Es handelt sich hierbei um Au+Au-Reaktionen mit einer Einschußenergie von 1.06 AGeV. Sowohl in peripheren ($9.5 \text{ fm} \leq b \leq 11.9 \text{ fm}$) als auch zentralen Stößen ($b \leq 2 \text{ fm}$) liegt zwischen $\Theta_{cm} = 50^\circ$ und 120° eine konvexe Form der polaren Winkelverteilung vor. Vergleichbare Resultate ergab ein früheres Experiment am Kaonenspektrometer [Wag96]. Zum Vergleich für das leichte Stoßsystem werden die Ergebnisse für π^- -Produktion in Ar+KCl-Reaktionen bei einer Projektilenergie von 1.8 AGeV [Sto86a] herangezogen. Die negativ geladenen Pionen weisen eine vorwärts-rückwärts-überhöhte polare Winkelverteilung auf, deren Stärke, charakterisiert durch den Anisotropieparameter a_2 , von der kinetischen Energie der Pionen im Schwerpunktsystem abhängt. Zwischen $E_{kin}^{cm} = 0.03 \text{ GeV}$ und 0.1 GeV findet man einen Wert von etwa $a_2 = 0.2$.

Um den gesamten Winkelbereich im Schwerpunktsystem in die Bestimmung des Anisotropieparameters a_2 berücksichtigen zu können, werden - analog zu den Kaonen (Gleichung (4.11) und (4.13)) - alle Laborwinkel Θ_{lab}^i einer Projektilenergie mit der Funktion

$$\frac{d^2\sigma}{dp_{lab}d\Omega_{lab}}(p_{lab}, \Theta_{lab}^i) = \frac{p_{lab}^2 E_{cm}}{E_{lab}} \cdot \left(1 + a_2 \cos^2 \Theta_{cm}\right) \cdot \sum_{i=1}^2 C_i \cdot e^{-E_{cm}/T_i} \quad (4.14)$$

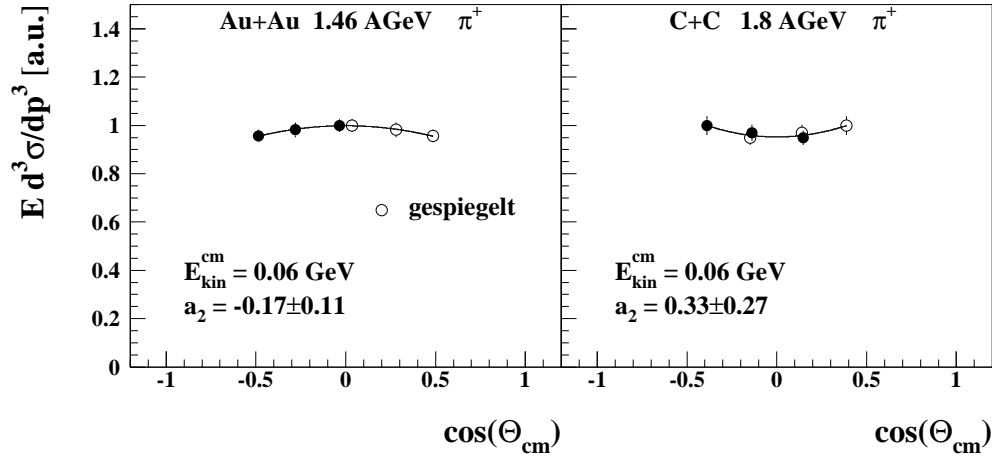


Abbildung 4.19: Die polare π^+ -Winkelverteilung in Au+Au- (linke Seite) und C+C-Reaktionen (rechte Seite): Die an der Schnittenergie 0.06 GeV bestimmten invarianten differentiellen Wirkungsquerschnitte (siehe dazu Abbildung 4.15 bzw. 4.16) sind aufgetragen als Funktion von $\cos \Theta_{cm}$ (ausgefüllte Symbole). Spiegelung an $\Theta_{cm} = 90^\circ$ ergibt die Datenpunkte mit offenen Symbolen. Die eingezeichneten Kurven resultieren aus der Anpassungen mit der Funktion (4.13), die den Anisotropieparameter a_2 als freien Parameter enthält.

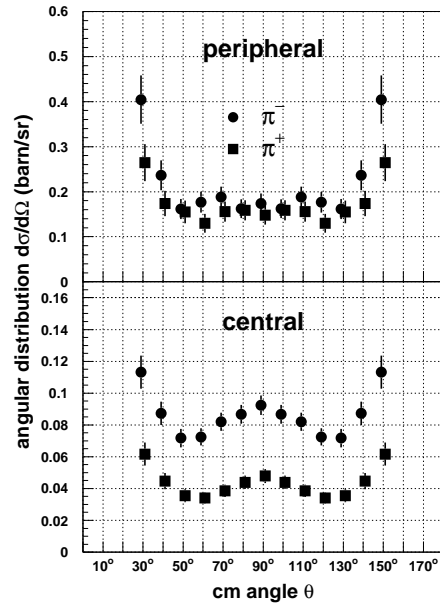


Abbildung 4.20: Die polare Winkelverteilung für positiv bzw. negativ geladene Pionen in Au+Au-Reaktionen mit einer Projektilenergie von 1.06 AGeV [Pel97] (FOPI-Kollaboration): Hierbei bezieht sich die Zentralitätsklasse “peripheral” auf einen Stoßparameterbereich von $9.5 \text{ fm} \leq b \leq 11.9 \text{ fm}$ und “central” auf $b \leq 2 \text{ fm}$.

simultan angepaßt. Sie enthält durch die konkave Form des Pionenspektrums zwei Maxwell-Boltzmann-Verteilungen. Die Resultate der simultanen Anpassungen sind als durchgezogene Linien in Abbildung 4.6 für Au+Au-Reaktionen und in Abbildung 4.7 für C+C-Kollisionen eingezeichnet bzw. die Anpassungsparameter in Tabelle 4.4 aufgeführt. In allen untersuchten Fällen ergeben sich kleine Werte für den Anisotropieparameter, die innerhalb des Fehlers mit Null verträglich sind.

Die Insensitivität des Verfahrens liegt darin begründet, daß durch die konkave Form der π^+ -Spektren fünf Parameter zur Anpassung notwendig werden, die untereinander korreliert sind. Hierdurch ist zum Teil der Einfluß der polaren Winkelverteilung sowohl auf die Form als auch auf die Amplitude der spektralen Verteilungen in den Parametern der Maxwell-Boltzmann-Verteilung für den niederenergetischen Teil des Spektrums enthalten. Auf der anderen Seite ist für eine detaillierte Untersuchung der vermessene Winkelbereich im Schwerpunktsystem zu klein. Dies wird deutlich im Vergleich zu den Ergebnissen aus [Pel97] und [Sto86a]. Hier ist ein starker Effekt erst bei Winkeln von $\Theta_{cm} < 60^\circ$ bzw. $> 140^\circ$ zu erkennen.

4.5 Totale Produktionswirkungsquerschnitte

Zur Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitts wird über den Impuls und Raumwinkel integriert:

$$\sigma = \int \int \frac{d^2\sigma}{dpd\Omega} dpd\Omega \quad (4.15)$$

wobei die Unabhängigkeit von Impuls und Winkel die Integrale separieren läßt. Um über sowohl im Impuls als auch im Raumwinkel nicht vermessene Bereiche zu extrapolieren, dient für die positiv geladenen Kaonen die Anpassung mit der Funktion (4.12). Alle Laborwinkel einer Projektilenergie werden simultan mit einem Satz Parametern bestehend aus C, T und a_2 beschrieben (siehe dazu Abbildungen 4.4 und 4.5), die in Tabelle 4.3 aufgeführt sind. Für die Projektilenergien, bei denen Kaonen lediglich unter einem Laborwinkel gemessen wurden, wird der Anisotropieparameter a_2 aus den gemessenen Werten anderer Projektilenergien linear inter- bzw. extrapoliert (mit “*” in Tabelle 4.3 gekennzeichnet). Einsetzen der Anpassungsfunktion (4.12) in die Integrationsvorschrift (4.15) ergibt für den totalen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_K = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \left(1 + a_2 \cos^2 \Theta_{cm}\right) d \cos \Theta_{cm} d\phi \cdot C \int_0^\infty p_{cm}^2 e^{-E_{cm}/T} dp_{cm} \quad . \quad (4.16)$$

Die Integration über den polaren und azimuthalen Winkel wird analytisch ausgeführt zu

$$\sigma_K = 4\pi \left(1 + \frac{a_2}{3}\right) \cdot C \int_0^\infty p_{cm}^2 e^{-E_{cm}/T} dp_{cm} \quad , \quad (4.17)$$

während das Integral über den Impuls numerisch gelöst wird. Als Ergebnis der Integration sind in Tabelle 4.3 die totalen Produktionswirkungsquerschnitte für positiv geladene Kaonen in Au+Au- und C+C-Reaktionen aufgeführt. Die Fehler des einzelnen Parameters resultieren aus der Anpassungsprozedur, wobei hierfür jeweils die übrigen Parameter

E_{kin}^{proj} [AGeV]	C [mb/(GeV ³ sr)]	T [MeV]	a_2	σ [mb]
Au + Au K^+				
1.46	114.6±2.1	99.7±0.3	1.08±0.11	267±30
1.1	56.3±3.4	90.1±0.6	1.06±0.40 *	64±10
0.96	54.1±1.3	82.4±0.2	1.05±0.12	31.7±3.8
0.78	83.6±3.8	66.9±0.3	1.08±0.28	8.5±1.2
0.56	113±11	49.4±0.4	1.06±0.50 *	0.50±0.09
C + C K^+				
2.0	5.27±0.05	87.8±0.2	1.24±0.12	5.21±0.54
1.8	5.48±0.04	81.9±0.1	1.16±0.06	3.13±0.32
1.5	3.94±0.08	77.7±0.1	0.69±0.12	1.32±0.14
1.2	4.0±0.10	66.1±0.2	0.28±0.4 *	0.29±0.05
1.0	4.58±0.17	58.5±0.3	0.0±0.34	0.095±0.015
0.8	2.02±0.08	53.6±0.4	0.0±0.4 *	0.0165±0.0029

Tabelle 4.3: *Totale Produktionswirkungsquerschnitte der positiv geladenen Kaonen: Die Wirkungsquerschnitte wurden mit Hilfe der Anpassungsparameter C,T und a_2 , die mit einer simultanen Anpassung der Laborwinkel einer Projektilenergie mit der Funktion (4.12) gewonnen wurden, anhand der Integrationsvorschrift (4.16) ermittelt. Hierbei wurden die mit “ * ” gekennzeichneten Werte für a_2 durch eine lineare Inter- bzw. Extrapolation bestimmt. Die Anpassung für Au+Au-Reaktionen mit einer Projektilenergie von 0.56 AGeV basiert auf Datenpunkten, die [Böt00] entnommen wurden.*

festgehalten wurden. Im angegebenen Fehler des totalen Wirkungsquerschnitts ist neben dem Anteil aus den Anpassungsparametern C,T und a_2 ein systematischer Fehler von 10% beinhaltet, der durch z. B. die Strahlnormierung (siehe dazu Kapitel 3) verursacht wird.

In Tabelle 4.4 sind totale Produktionswirkungsquerschnitte für positiv geladene Pionen aufgeführt, die sowohl unter der Annahme von $a_2=0\pm 0.2$ als auch mit Hilfe einer simultanen Anpassung aller Laborwinkel einer Projektilenergie (Funktion (4.14), siehe auch Abbildungen 4.6 und 4.7) bestimmt wurden. Im Fall der isotropen Extrapolation werden die Parameter C_i und T_i durch Anpassung des Pionenspektrums ermittelt, welches am nächsten bei Schwerpunktrapidität gemessen wurde. Mit Hilfe der Parameter C_i, T_i und a_2 wird der totale Wirkungsquerschnitt anhand

$$\sigma_\pi = 4\pi \left(1 + \frac{a_2}{3}\right) \cdot \int_0^\infty p_{cm}^2 \left(\sum_{i=1}^2 C_i \cdot e^{-E_{cm}/T_i} \right) dp_{cm} \quad (4.18)$$

berechnet. Der Fehler des totalen π^+ -Wirkungsquerschnitts enthält - wie im Fall der Kaonen - den Fehler der Anpassungsparameter C_i, T_i und a_2 und zusätzlich einen systematischen Fehler von 8%, der z. B. durch die Strahlnormierung verursacht wird (siehe dazu Kapitel 3.5).

E_{kin}^{proj} [AGeV]	C_1 [b/(GeV ³ sr)]	T_1 [MeV]	C_2 [b/(GeV ³ sr)]	T_2 [MeV]	a_2	σ [b]
Au + Au π^+ $a_2=0$						
1.46 48°	16876 ±729	51.8 ±0.4	800 ±17	94.9 ± 0.3	0 ±0.2	31.3 ±2.6
1.1 56°	10463 ±412	52.4 ±0.3	425 ±10	89.4 ±0.3	0 ±0.2	17.9 ±1.5
0.96 44°	8852 ±261	51.8 ±0.2	221 ±6	87.4 ±0.3	0 ±0.2	12.7 ±1.2
0.78 44°	8233 ±269	47.6 ±0.2	318 ±8	74.8 ±0.2	0 ±0.2	8.3 ±0.7
Au + Au π^+ simultane Anpassung						
1.46	15084 ±370	52.9 ±0.2	837 ±11	94.3 ±0.2	-0.19 ±0.25	29.1 ±2.7
0.96	8772 ±235	52.0 ±0.2	201 ±5	88.6 ±0.3	-0.07 ±0.1	12.4 ±1.0
0.78	7938 ±221	48.1 ±0.2	287 ±6	75.3 ±0.2	-0.2 ±0.1	7.7 ±0.7
C + C π^+ $a_2=0$						
2.0 40°	457 ±31	44.8 ±0.5	46.3 ±0.7	86.4 ±0.2	0 ±0.2	0.730 ±0.066
1.8 40°	494 ±40	41.9 ±0.6	58.7 ±1.1	80.4 ±0.2	0 ±0.2	0.651 ±0.057
1.5 32°	148 ±14	47.7 ±0.8	73.0 ±1.4	72.7 ±0.2	0 ±0.2	0.490 ±0.041
1.2 40°	183 ±22	43.8 ±0.9	97.2 ±1.8	65.3 ±0.1	0 ±0.2	0.414 ±0.036
1.0 54°	400 ±97	35.2 ±1.2	131.9 ±2.3	59.0 ±0.1	0 ±0.2	0.342 ±0.034
0.8 44°	235 ±10	45.3 ±0.2	62.0 ±1.6	55.6 ±0.1	0 ±0.2	0.246 ±0.021
C + C π^+ simultane Anpassung						
2.0	334 ±14	47.7 ±0.4	43.3 ±0.6	86.9 ±0.2	0.04 ±0.20	0.722 ±0.063
1.8	348 ±15	45.0 ±0.4	55.8 ±0.6	81.0 ±0.2	0.06 ±0.15	0.653 ±0.053
1.5	180 ±12	47.7 ±0.6	61.0 ±1.0	74.5 ±0.2	0.06 ±0.11	0.498 ±0.044
1.0	238 ±33	38.0 ±1.0	130 ±2	59.0 ±0.1	0.30 ±0.46	0.374 ±0.054

Tabelle 4.4: Totale Produktionswirkungsquerschnitte für positiv geladene Pionen: In den Abschnitten “ $a_2=0$ ” wurde der Laborwinkel, der am nächsten bei Schwerpunktrapidität gemessen wurde, mit zwei Maxwell-Boltzmann-Verteilungen angepaßt. Der totale Wirkungsquerschnitt resultiert aus der Integrationsvorschrift (4.18).

	Au + Au			
E_{kin}^{proj} [AGeV]:	0.78	0.96	1.10	1.46
$N_{\pi^++\pi^-\pi^0}/N_{\pi^+}$	4.31	4.30	4.27	4.12

Tabelle 4.5: Das Verhältnis der Summe der Pionen zu positiv geladenen Pionen $N_{\pi^++\pi^-\pi^0}/N_{\pi^+}$ in Au+Au-Reaktionen: Die Isospinkorrektur wurde mit Hilfe des Isobarenmodells bestimmt [Ver82].

Aus Tabelle 4.4 ist zu entnehmen, daß innerhalb des Fehlers die Wirkungsquerschnitte, die mit Hilfe einer simultanen Anpassung bzw. unter Annahme einer isotropen Extrapolation bestimmt wurden, übereinstimmen. Dieser geringe anisotrope Anteil zum totalen Pionenwirkungsquerschnitt wurde auch in anderen Experimenten beobachtet. Für Ar+KCl-Reaktionen wird in [Sto86a] für kleine kinetische Energien der Pionen, die den totalen Wirkungsquerschnitt dominieren, ein Anisotropieparameter zu $a_2 \cong 0.2$ bestimmt. Damit besitzt der totale Produktionswirkungsquerschnitt für π^- einen anisotropen Anteil von ca. 6%. Aus [Wag96] ist zu entnehmen, daß in Au+Au-Reaktionen mit einer Projektilenergie von 0.96 AGeV der Einfluß der polaren Winkelverteilung auf den totalen π^+ -Wirkungsquerschnitt etwa 10% beträgt.

In der oberen Hälfte der Abbildung 4.21 sind die zu dieser Arbeit bestimmten totalen Produktionswirkungsquerschnitte für K^+ - und π^+ -Mesonen dargestellt. Sie erstrecken sich über sechs Größenordnungen. Im Vergleich zu den positiv geladenen Pionen besitzen die K^+ -Mesonen wesentlich steilere Produktionsanregungsfunktionen. Das Verhältnis $\sigma_{K^+}/\sigma_{\pi^+}$ ist in der unteren Hälfte der Abbildung 4.21 eingezeichnet. Hierbei wurde der Wirkungsquerschnitt aller Pionen σ_{π} aus dem der positiv geladenen Pionen berechnet. Für das isospinsymmetrische Reaktionssystem C+C ergibt sich ein Faktor $N_{\pi^++\pi^-\pi^0}/N_{\pi^+}=3$. Die Isospinasymmetrie in Au+Au-Kollisionen wurde mit den Faktoren $N_{\pi^++\pi^-\pi^0}/N_{\pi^+}$ der Tabelle 4.5 in Abhängigkeit von der Projektilenergie korrigiert. Den Faktoren liegt eine Parametrisierung der energieabhängigen elementaren Wirkungsquerschnitte der Pionenproduktion in Nukleon-Nukleon-Stößen [Ver82] zugrunde. Zusammen mit der Isospin-Zerlegung nach dem Isobarenmodell und der Gewichtung mit dem N/Z-Verhältnis des Au-Kerns ergibt sich ein von der Projektilenergie abhängiges Verhältnis $N_{\pi^++\pi^-\pi^0}/N_{\pi^+}$ (siehe dazu auch [Stu95]). Das skizzierte Verfahren reproduziert sehr gut das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte von negativ zu positiv geladenen Pionen $\sigma_{\pi^-}/\sigma_{\pi^+}$, so wie es in Au+Au- bzw. Ni+Ni-Reaktionen gemessen wurde [Mün93, Wag96, Stu95].

Vergleich mit Ergebnissen der FOPI-Kollaboration

Ein neues, bisher unveröffentlichtes Ergebnis der FOPI-Kollaboration zur K^+ -Produktion in Au+Au-Reaktionen bei 1.5 AGeV Projektilenergie ermöglicht einen Vergleich mit dem Ergebnis dieser Arbeit. Da die FOPI-Kollaboration eine K^+ -Multiplizität für zentrale Reaktionen bestimmt hat, wird aus dem hier bestimmten totalen Produktionswirkungsquerschnitt anhand des geometrischen Reaktionswirkungsquerschnitts eine Multiplizität bestimmt (siehe Kapitel 5.1, Gleichung (5.1)). Die K^+ -Multiplizität in zentralen Reaktionen wird mit

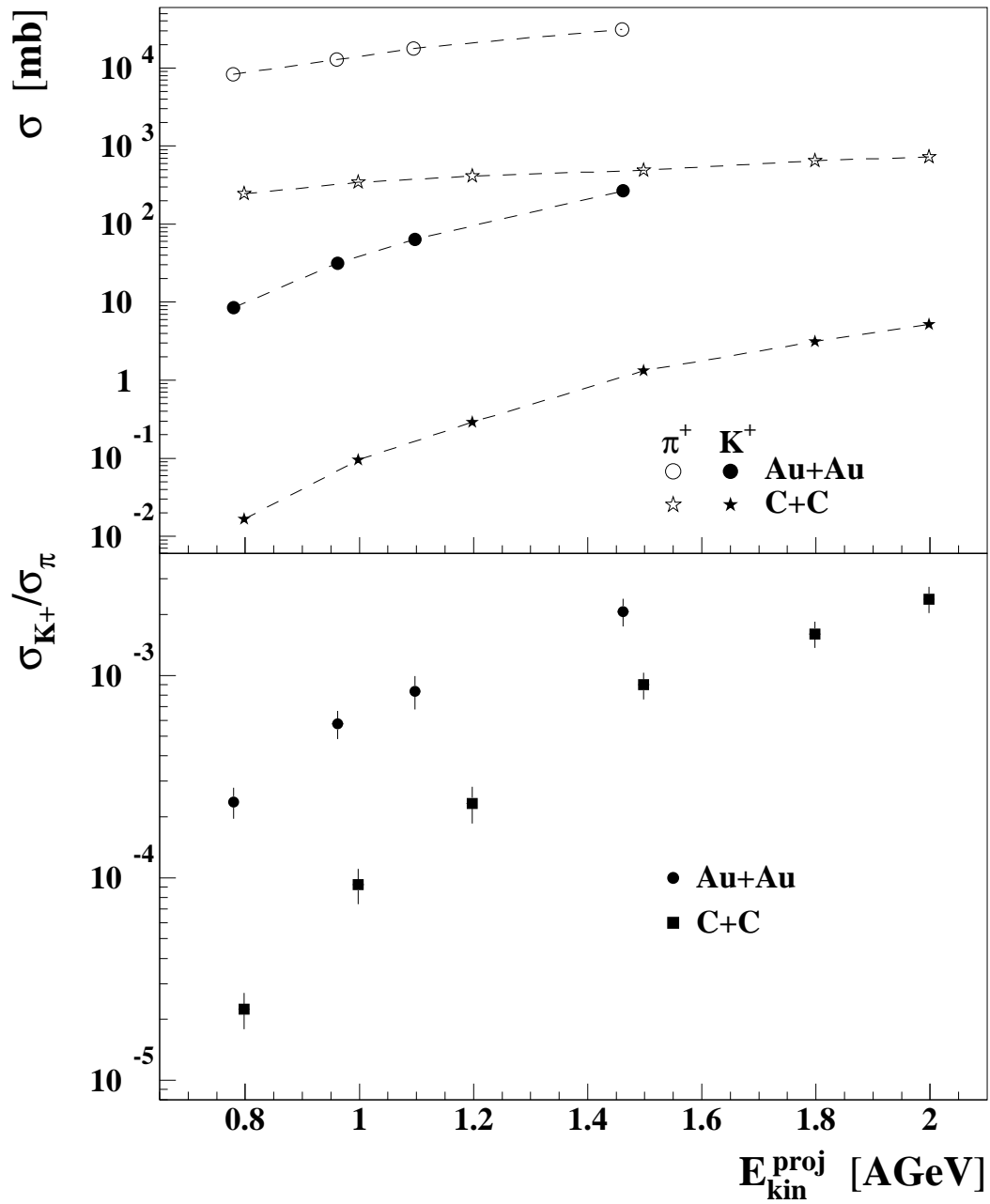


Abbildung 4.21: Totale Produktionswirkungsquerschnitte: die offenen Symbole zeigen die für positiv geladene Pionen und die ausgefüllten Symbole die für positiv geladene Kaonen. Die eingezeichneten K^+ -Wirkungsquerschnitte sind Tabelle 4.3 entnommen. Die π^+ -Wirkungsquerschnitte ergeben sich aus einer isotropen Extrapolation und sind in Tabelle 4.4 unter "isotrop" aufgeführt.

Hilfe der Zentralitätsabhängigkeit, die in Au+Au-Reaktionen bei 1 AGeV Projektilenergie gewonnen wurde [Man97], abgeschätzt. Hier ergibt sich eine um einen Faktor vier höhere Multiplizität in zentralen Stößen ($A_{part}=275$) als in inklusiven Reaktionen. Zusätzlich wird anhand der Produktionsanregungsfunktion für K^+ -Mesonen in Au+Au-Reaktionen auf eine Strahlenergie von 1.5 AGeV extrapoliert (siehe in Kapitel 5.1 Gleichung (5.5) und Tabelle 5.3). Aus dieser Abschätzung erhält man eine K^+ -Multiplizität für zentrale Au+Au-Stöße ($A_{part}=275$) mit 1.5 AGeV Projektilenergie von $0.19_{-0.1}^{+0.02}$. Der asymmetrische Fehler wird dadurch begründet, daß die Extrapolation mit Hilfe der Zentralitätsabhängigkeit bei 1 AGeV eine obere Abschätzung darstellt (siehe dazu Kapitel 5.1, Abbildung 5.1), deren Fehler zu 50% angenommen wird. Als Ergebnis der FOPI-Kollaboration für zentrale Au+Au-Reaktionen ($A_{part}=302$) bei 1.5 AGeV Projektilenergie ist aus [Dev01] eine K^+ -Multiplizität von 0.12 ± 0.06 zu entnehmen, die in Übereinstimmung mit der hier gemachten Abschätzung ist.

Kapitel 5

K^+ -Produktion als Sonden für die Inkompressibilität von Kernmaterie

Die Produktionsanregungsfunktionen von K^+ -Mesonen in Au+Au- und C+C-Reaktionen, die zum großen Teil bei Projektilenergien unterhalb der K^+ -Produktionsschwelle (von freien Nukleon-Nukleon-Stößen) gemessen wurden, stellen das bedeutendste experimentelle Ergebnis des Kapitels 4 dar. Wie in der Einleitung erläutert, dient das leichte Reaktionssystem als Referenz, in dem keine Kompression von Kernmaterie erwartet wird. Im Vergleich dazu eröffnet sich im schweren Reaktionssystem die Möglichkeit, K^+ -Produktion bei hohen Baryondichten zu untersuchen.

5.1 Multiplizitäten der π - und K^+ -Mesonen

Um die Teilchenproduktion in verschiedenen Reaktionssystemen miteinander vergleichen zu können, wird die Multiplizität M verwendet, die die Anzahl der produzierten Teilchen pro Reaktion angibt. Sie ergibt sich aus dem totalen Wirkungsquerschnitt dividiert durch den Reaktionswirkungsquerschnitt σ_{reac} :

$$M = \frac{\sigma}{\sigma_{\text{reac}}} \quad . \quad (5.1)$$

Zur Bestimmung der in diesem Kapitel aufgeführten Multiplizitäten wird der geometrisch berechnete Reaktionswirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\text{reac}}^{\text{geom}} = \pi r_0^2 \left(A_P^{\frac{1}{3}} + A_T^{\frac{1}{3}} \right)^2 \quad (5.2)$$

verwendet. Hierzu wird einheitlich der Radiusparameter $r_0=1.2$ fm gesetzt. Die resultierenden Reaktionswirkungsquerschnitte sind in Tabelle 5.1 enthalten. Aus Minimum-Bias-Messungen für die Reaktionssysteme $^{197}\text{Au}+^{197}\text{Au}$ (0.96 AGeV [Wag96], 0.56 AGeV

	Au + Au		Ni + Ni			C + C
E_{kin}^{proj} [AGeV]	0.96	0.56	1.93	1.5	1.1	-
σ_{react}^{exp} [b]	5.9 ± 0.4	6.3 ± 0.4	3.0 ± 0.3	3.0 ± 0.3	2.6 ± 0.3	-
σ_{react}^{geom} [b] $r_0=1.2$ fm	6.1		2.71			0.95

Tabelle 5.1: Gemessene (*exp*) und nach dem geometrischen Modell berechnete (*geom*) Reaktionswirkungsquerschnitte für Au+Au-, Ni+Ni- und C+C-Reaktionen: Die Meßwerte für Au+Au-Kollisionen wurden [Wag96] (0.96 AGeV) bzw. [Böt00] (0.56 AGeV) und für Ni+Ni-Reaktionen [Men00a] entnommen. Zur geometrischen Berechnung anhand der Gleichung (5.2) diente als Radiusparameter $r_0=1.2$ fm.

[Böt00]) und $^{58}\text{Ni}+^{58}\text{Ni}$ [Men00a] wurden Reaktionswirkungsquerschnitte ermittelt, die innerhalb des Fehlers mit den geometrisch berechneten übereinstimmen.

Für die nun folgende Diskussion wird die Multiplizität M der produzierten Pionen und K^+ -Mesonen durch die "Systemgröße"¹ A dividiert. Damit ist im Ausdruck "Multiplizität pro Nukleon" M/A bereits eine (triviale) lineare Abhängigkeit von der im System vorhandenen Anzahl von Nukleonen enthalten.

5.1.1 Multiplizität als Funktion der Systemgröße

Auf der linken Seite der Abbildung 5.1 ist die Multiplizität pro Nukleon der produzierten K^+ -Mesonen - und auf der rechten Seite der produzierten Pionen als Funktion der Systemgröße für die Projektilenergien 1.5, 1.1 und 0.8 AGeV dargestellt. Wie in Kapitel 4.5 näher beschrieben ist, wurden die Pionenmultiplizitäten aus denen für positiv geladene Pionen anhand des Isobarenmodells [Ver82] berechnet. Die Datenpunkte für Ni+Ni-Reaktionen entstammen [Men00a] und [Wag96]. Um den unterschiedlichen Energieverlust der Ionenstrahlen im Target zu berücksichtigen, wurden die π^- - und K^+ -Multiplizitäten mit Hilfe der jeweiligen Produktionsanregungsfunktion inter- bzw. extrapoliert (siehe dazu Kapitel 5.1.2).

Die Reduktion der Pionenmultiplizität pro Nukleon M_π/A mit zunehmender Größe des Stoßsystems deutet auf Absorptionseffekte hin. Im Gegensatz zu den Pionen steigt die K^+ -Multiplizität überproportional mit der Systemgröße an, wobei mit abnehmender Projektilenergie die Steigung größer wird. Dies wird durch eine Anpassung mit der Potenzfunktion

$$M_{K^+} = C \cdot A^\alpha \quad (5.3)$$

quantifiziert. Zwischen 1.5 und 0.8 AGeV Projektilenergie wächst der Exponent α von 1.27 auf 1.63 an (siehe Tabelle 5.2). Der überproportionale Anstieg mit der Systemgröße weist auf kollektive Produktionsprozesse hin, deren Einfluß mit abnehmender Projektilenergie zunimmt.

Sowohl die Pionen- als auch die K^+ -Multiplizität weist eine Abhängigkeit von der Systemgröße auf, die sich mit der Projektilenergie verändert. Daher wird in der nun folgenden

¹im Folgenden wird die Massenzahl A auch als Systemgröße bezeichnet.

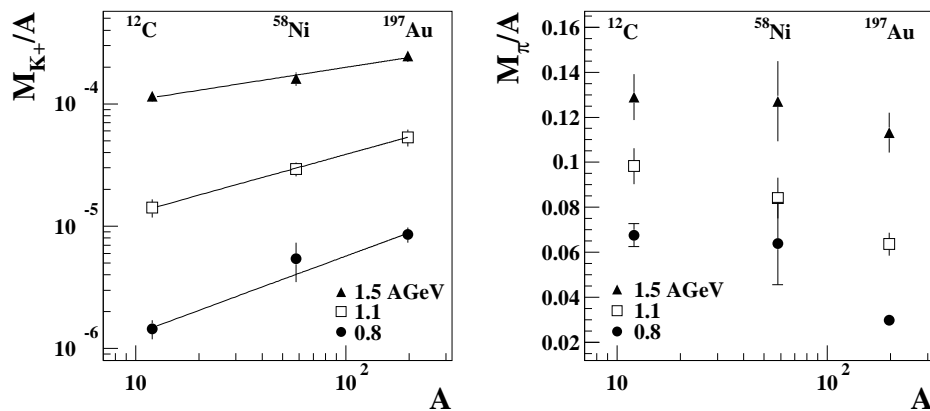


Abbildung 5.1: K^+ - und π -Multiplizität pro Nukleon (inklusive) als Funktion der Systemgröße A : Die Pionenmultiplizitäten wurden mit Hilfe des Isobarenmodells [Ver82] aus denen für π^+ berechnet. Die Datenpunkte für Ni+Ni-Reaktionen stammen aus [Men00a] (1.1 und 1.5 AGeV), [Bar97] (0.8 AGeV, K^+) und [Wag96] (0.8 AGeV, π^+).

Untersuchung als Funktion der Projektilenergie Pionen- und K^+ -Produktion im schweren Reaktionssystem $^{197}\text{Au}+^{197}\text{Au}$ mit der im leichten Stoßsystem $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ verglichen. Das Verhältnis der Produktionsanregungsfunktionen Au+Au/C+C vereint in einer Observablen die Abhängigkeit von der Systemgröße als Funktion der Projektilenergie.

$M_{K^+} \sim A^\alpha$	Projektilenergie		
	0.8 AGeV	1.1 AGeV	1.5 AGeV
Exponent α	1.63 ± 0.03	1.47 ± 0.02	1.27 ± 0.03

Tabelle 5.2: Exponent α aus der Anpassung der inklusiven K^+ -Multiplizitäten als Funktion der Systemgröße (Abbildung 5.1) mit der Potenzfunktion (5.3).

5.1.2 Multiplizität als Funktion der Projektilenergie in Au+Au- und C+C-Reaktionen

In der oberen Hälfte der Abbildung 5.3 ist als Funktion der Projektilenergie die K^+ -Multiplizität pro Nukleon M_{K^+}/A aus inklusiven Au+Au- und C+C-Reaktionen dargestellt. Die K^+ -Multiplizität aus Au+Au-Stößen mit 0.56 AGeV Projektilenergie stammen aus [Böt00]. Um die Pionenmultiplizitäten aus Schwerionenstößen mit denen aus elementaren Reaktionen (“nucleon+nucleon”) vergleichen zu können, ist in der oberen Hälfte der Abbildung 5.2 die Multiplizität der Pionen (inklusive) pro mittlerer Anzahl von partizi-

pierenden Nukleonen $M_\pi / \langle A_{part} \rangle$ als Funktion der Projektilenergie aufgeführt. Als mittlere Anzahl der Partizipanten für inklusive Au+Au- und C+C-Reaktionen wird nach dem geometrischen Modell zu $\langle A_{part} \rangle = A/2$ angenommen. Anhand des Isobarenmodells [Ver82] wurden die Pionenmultiplizitäten aus Au+Au- und C+C-Reaktionen aus denen der positiv geladenen Pionen bestimmt (siehe hierzu Kapitel 4.5). Die Datenpunkte für die elementare Pionenproduktion stammen aus [Ver82] und [Gaz95] und die π -Multiplizität in Au+Au-Stößen mit 0.56 AGeV Projektilenergie wurde [Böt00] entnommen.

Anpassung der Produktionsanregungsfunktionen

Die Gold- und Kohlenstoffionen wurden mit identischen Strahlenergien pro Nukleon aus dem Schwerionensynchrotron extrahiert, so daß durch den unterschiedlichen Energieverlust im Gold- bzw. Kohlenstofftarget unterschiedliche effektive Projektilenergien vorliegen (siehe dazu Kapitel 3.5.3). Um die Multiplizitäten in Au+Au- und C+C-Reaktionen bei gleichen (effektiven) Projektilenergien zu erhalten, werden die Pionen- und K^+ -Multiplizitäten mit Hilfe einer Anpassungsfunktion interpoliert.

Zur Anpassung der Pionenmultiplizität dient eine Potenzfunktion:

$$\frac{M_\pi}{\langle A_{part} \rangle} = C \cdot (E_{kin}^{proj})^\eta \quad . \quad (5.4)$$

Das Ergebnis der Anpassungsprozedur ist als durchgezogene Linie in der oberen Hälfte der Abbildung 5.2 eingezeichnet. In Tabelle 5.3 sind die Anpassungsparameter C und η enthalten.

Im Gegensatz zu den Pionen lassen sich die K^+ -Multiplizitäten nicht mit einer Potenzfunktion anpassen. Zur Anpassung der K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon wird nach [Kol99] die Funktion

$$\frac{M_{K^+}}{A} = C \cdot \sqrt{T_{max}} \cdot e^{-\frac{E_{thr}}{T_{max}}} \quad , \quad T_{max} = T_0 \cdot (E_{kin}^{proj})^\eta \quad (5.5)$$

verwendet, die die Anpassungsparameter C, T_0 und η enthält. Das Anpassungsergebnis für Au+Au- und C+C-Reaktionen ist in der oberen Hälfte der Abbildung 5.3 dargestellt, wobei die Anpassungsparameter in Tabelle 5.3 aufgeführt sind.

Das Verhältnis der Produktionsanregungsfunktionen Au+Au/C+C wird dann bei 0.8, 1.0, 1.2 und 1.46 AGeV Projektilenergie gebildet (siehe untere Hälfte der Abbildungen 5.2 und 5.3). Hierzu werden bei 0.8 bis 1.2 AGeV die K^+ -Multiplizitäten aus C+C-Reaktionen verwendet und jeweils die aus Au+Au-Reaktionen anhand der Anpassungsfunktion interpoliert. Für das Verhältnis bei 1.46 AGeV wird der C+C-Datenpunkt (1.5 AGeV) interpoliert. Zur Interpolation wird nicht der absolute Wert der Anpassungsfunktion sondern die relative Veränderung verwendet. Um eine konservative Abschätzung bzgl. des Einflusses durch die Auswahl der Anpassungsfunktion zu erhalten, wird mit einer linearen Interpolation zwischen den jeweiligen zwei Meßpunkten verglichen. Je nach Größe des Interpolationsbereichs ergeben sich Unterschiede gegenüber den Anpassungsfunktionen (5.4) bzw. (5.5) von 3% (Au+Au 0.96 \rightarrow 1.0 AGeV) bis zu maximal 20% (Au+Au 1.1 \rightarrow 1.2 AGeV).

Im Fehler des Verhältnisses werden systematische Fehler, wie sie z. B. durch die Methode der Strahlnormierung verursacht werden, durch die Quotientenbildung zum großen

π			
System	C	η	χ^2
Au+Au	0.101 ± 0.004	2.0 ± 0.2	0.27
C+C	0.171 ± 0.006	1.15 ± 0.10	0.29

K^+				
System	C	T_0 [GeV]	η	χ^2
Au+Au	0.100 ± 0.025	0.098 ± 0.001	0.80 ± 0.02	0.33
C+C	0.544 ± 0.028	0.069 ± 0.002	0.71 ± 0.02	0.32

Tabelle 5.3: Anpassungsparameter der Produktionsanregungsfunktionen: Die Pionenmultiplizitäten wurden mit der Potenzfunktion (5.4) und die K^+ -Multiplizitäten mit der Funktion (5.5) angepaßt. Die χ^2 -Werte (pro Freiheitsgrad) der Anpassungen betragen etwa 0.3 (im Fehler der Multiplizität sind systematische Fehler enthalten).

Teil eliminiert und werden daher vernachlässigt. Systematische Unsicherheiten durch die Extrapolation im Impuls und Raumwinkel sind enthalten.

Reduzierte Pionenmultiplizität in Au+Au-Reaktionen

Zwischen 0.8 und 1.5 AGeV Projektilenergie ist in C+C-Reaktionen die Pionenmultiplizität pro Partizipant größer als in Au+Au-Reaktionen (Abbildung 5.2). Im Vergleich zu C+C-Reaktionen besitzt die Produktionsanregungsfunktion aus Au+Au-Reaktionen eine größere Steigung, was durch den Exponenten der Anpassungsfunktion $\alpha=2.0$ für Au+Au-Reaktionen gegenüber $\alpha=1.15$ für C+C-Stöße belegt wird (siehe Tabelle 5.3). Im Quotienten der Produktionsanregungsfunktionen wird dies noch verdeutlicht (untere Hälfte der Abbildung 5.2). Das Verhältnis der Pionenmultiplizität pro Partizipant aus Au+Au- zu C+C-Reaktionen besitzt Werte kleiner als eins und fällt um einen Faktor 1.7 zwischen 1.46 und 0.8 AGeV Projektilenergie ab.

Ein Verhältnis kleiner als eins kann durch Absorption der Pionen verursacht werden, was im großen Reaktionssystem Au+Au einen stärkeren Einfluß nehmen wird [Mün97]. Demnach würde selbst im kleinen Reaktionssystem C+C Pionen absorbiert werden, was aus dem Vergleich mit elementaren Reaktionen (nucleon+nucleon) geschlossen werden kann. Auf der anderen Seite kann ein kollektiver Fluß der Baryonen die Energie reduzieren, die zur Teilchenproduktion im System vorhanden ist. Auch dieser Effekt wird sehr viel stärker in Au+Au-Reaktionen erwartet.

Erhöhte K^+ -Produktion im schweren Reaktionssystem

Im Gegensatz zu den Pionen sind in Au+Au-Reaktionen die Multiplizitäten pro Nukleon der K^+ -Mesonen größer als in C+C-Kollisionen. Das Verhältnis der Multiplizitäten pro Nukleon $(M_{K^+}/A)_{Au+Au}/(M_{K^+}/A)_{C+C}$ steigt um einen Faktor 2.6 von 2.2 bei 1.46 AGeV auf 5.8 bei 0.8 AGeV an.

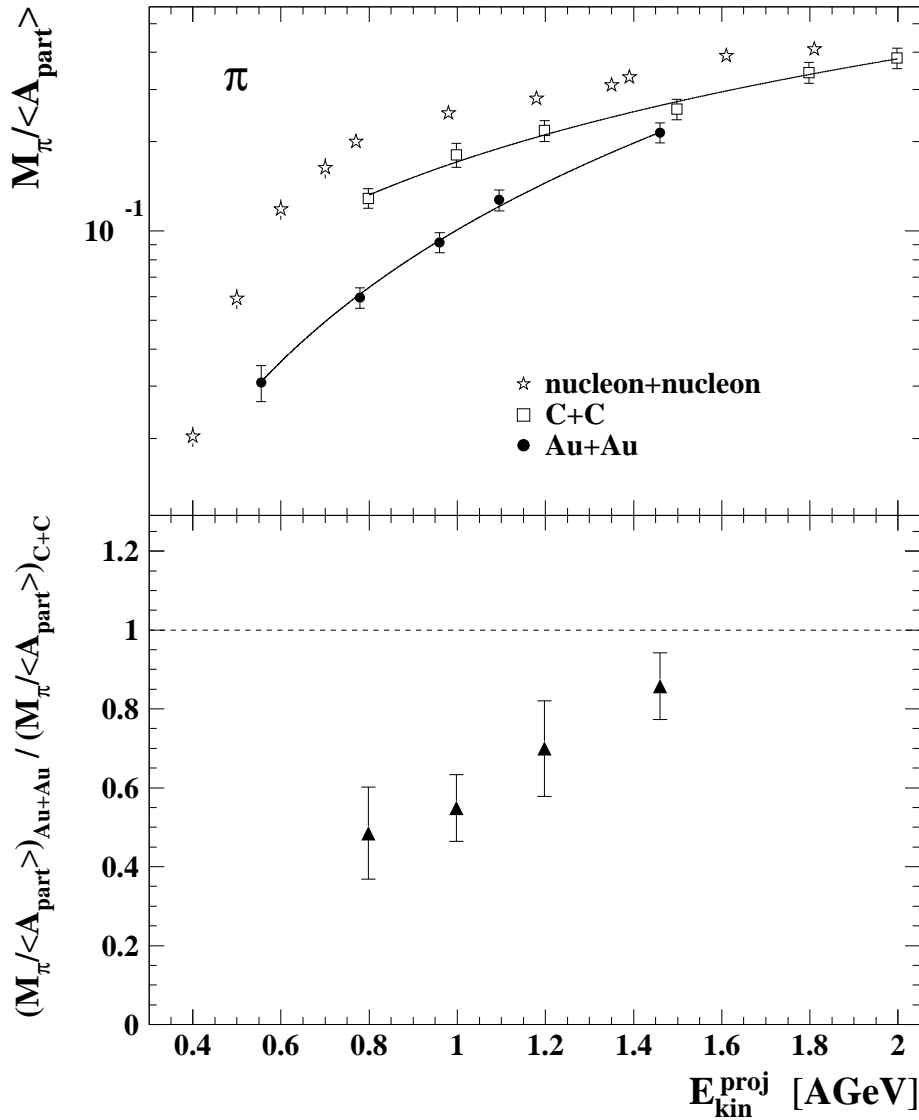


Abbildung 5.2: *Obere Hälfte:* Enthalten sind die Pionenmultiplizitäten pro Partizipant $M_{\pi} / \langle A_{\text{part}} \rangle$ (inklusive) als Funktion der Projektilenergie. Die π -Multiplizitäten in Au+Au und C+C wurden mit Hilfe des Isobarenmodells [Ver82] aus denen für π^+ bestimmt. Die π -Multiplizitäten aus elementaren Reaktionen (Nukleon+Nukleon) stammen aus [Ver82] und [Gaz95]. Die durchgezogenen Linien resultieren aus Anpassungen mit einer Potenzfunktion (siehe Tabelle 5.3). *Untere Hälfte:* Dargestellt ist das Verhältnis der π -Multiplizitäten pro Partizipant aus Au+Au- zu C+C-Reaktionen als Funktion der Projektilenergie. Die Interpolation auf gleiche Projektilenergien erfolgte anhand der in der oberen Hälfte abgebildeten Anpassungen.

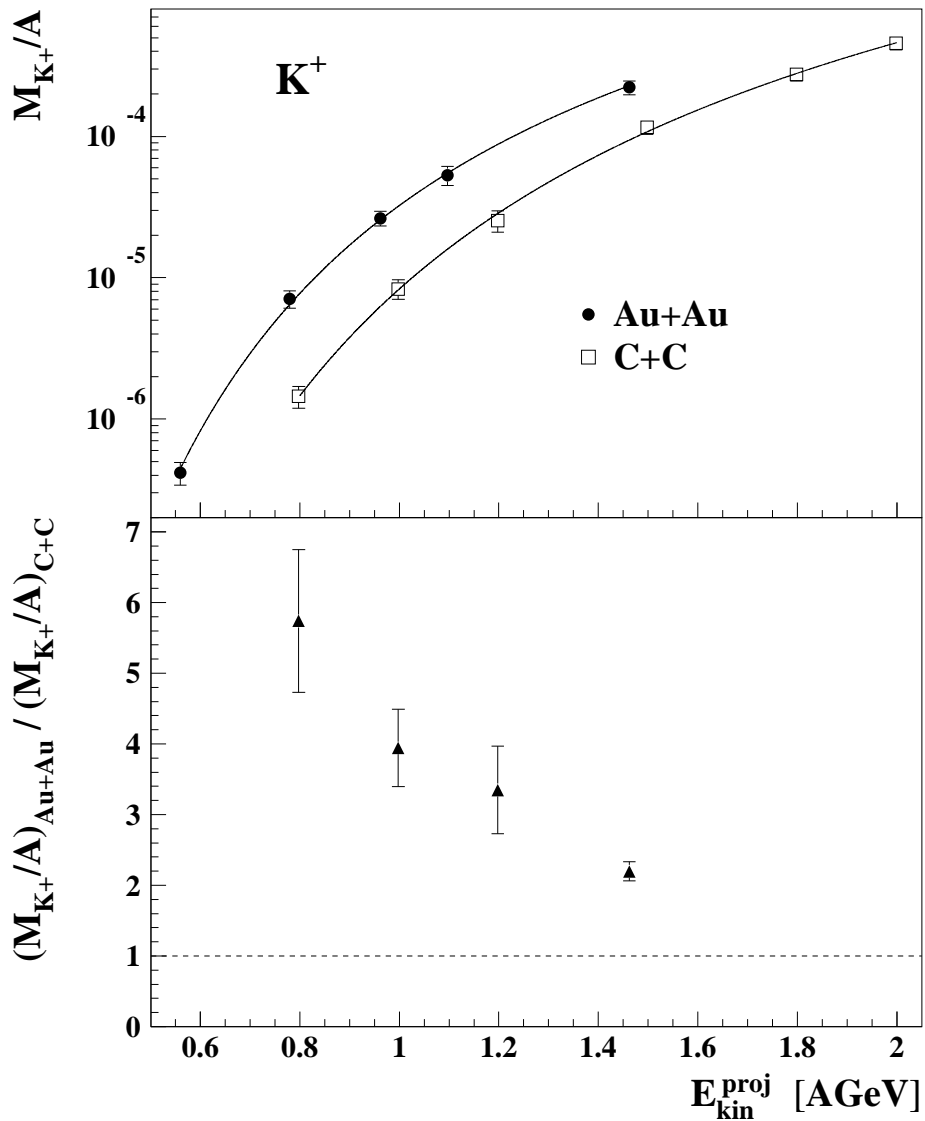


Abbildung 5.3: *Obere Hälfte:* Enthalten sind die K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon M_{K^+}/A (inklusive) als Funktion der Projektilenergie aus Au+Au- und C+C-Stößen. Die K^+ -Multiplizität in Au+Au-Reaktionen mit 0.56 AGeV Projektilenergie wurde [Böt00] entnommen. Als durchgezogene Linien sind Anpassungen mit der Funktion (5.5) eingezeichnet. *Untere Hälfte:* Aufgeführt ist das Verhältnis der K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon aus Au+Au- zu C+C-Reaktionen als Funktion der Projektilenergie. Die Interpolation auf gleiche Projektilenergien erfolgte anhand der in der oberen Hälfte abgebildeten Anpassungen.

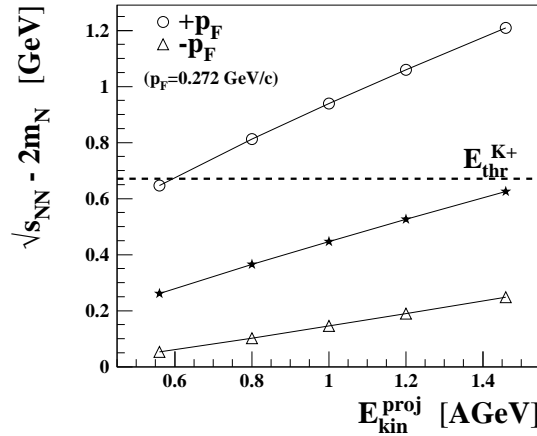


Abbildung 5.4: Die zur Verfügung stehende Energie in Nukleon-Nukleon-Stößen $\sqrt{s_{NN}} - 2m_N$ als Funktion der Projektilenergie (im Laborsystem): Zusätzlich wurden die Fälle eingezeichnet, bei denen die Ausrichtung des Fermiimpulses von Projektil- und Targetnukleon (zueinander) zu einer maximalen Erhöhung oder Absenkung der zur Verfügung stehenden Energie führt.

Aufgrund der Strangeness-Erhaltung in der starken Wechselwirkung bedarf es zur Absorption von K^+ -Mesonen ($u\bar{s}$) eines Baryons oder Mesons, welches ein Strange-Quark (s) enthält. Hyperonen (z. B. Λ , Σ) kommen in einer Schwerionenreaktion bei 1 AGeV Projektilenergie genau so selten vor wie K^+ -Mesonen. Antikaonen ($\bar{u}s$) besitzen eine noch weitaus geringere Produktionswahrscheinlichkeit. Dadurch ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein K^+ -Meson ein Hyperon oder Antikaon trifft und absorbiert wird, vernachlässigbar klein, wodurch sich die Abhängigkeit der K^+ -Multiplizität von der Systemgröße und Einschußenergie direkt auf die Produktion zurückführen läßt.

In Abbildung 5.4 ist die in einem Nukleon-Nukleon-Stoß zur Teilchenproduktion zur Verfügung stehende Energie $\sqrt{s_{NN}} - 2m_N$ als Funktion der Projektilenergie im Laborsystem dargestellt (ausgefüllte Sterne). In freien Nukleon-Nukleon-Stößen ist bei den aufgeführten Projektilenergien zur assoziierten K^+ -Produktion ($E_{thr}^{K^+} = m_{K^+} + m_{\Lambda} - m_N = 0.671$ GeV) nicht ausreichend Energie vorhanden. In Kern-Kern-Reaktionen kann jedoch durch den Fermiimpuls des Projektil- und Targetkerns zusätzliche Energie zur Teilchenproduktion gewonnen werden. Für die Nukleon-Nukleon-Stöße “der ersten Generation” in einer Kern-Kern-Reaktion sind daher in Abbildung 5.4 die extremen Situationen eingezeichnet, in denen die Ausrichtung des Fermiimpulses von Projektil- und Targetnukleon zueinander die zur Verfügung stehenden Energien maximal erhöht (unausgefüllte Kreise) oder maximal absenkt (unausgefüllte Dreiecke). Erst bei 0.56 AGeV Projektilenergie können K^+ -Mesonen selbst unter Zuhilfenahme des Fermiimpulses nicht mehr direkt in Stößen der ersten Generation erzeugt werden, während oberhalb von 0.6 AGeV Projektilenergie dies möglich ist. Allerdings handelt es sich hierbei um extreme und damit sehr unwahrscheinliche Fälle. Hinzu kommt, daß die zur Produktion zur Verfügung stehende Energie geringer

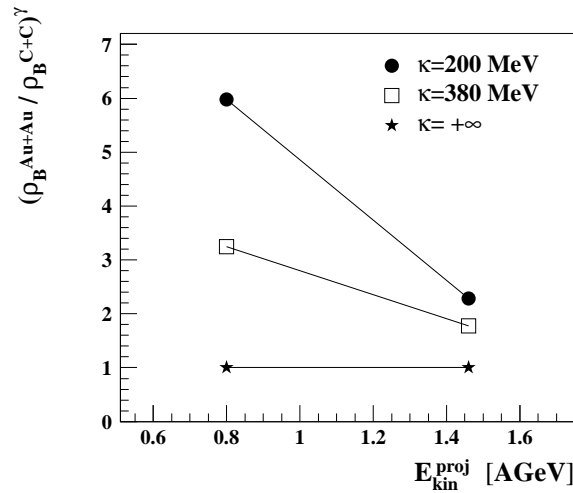


Abbildung 5.5: Illustration der Abhängigkeit des Verhältnisses der K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon aus Au+Au- zu C+C-Reaktionen von der Inkompressibilität κ : Die Baryondichten ρ_B bei 0.8 und 1.46 AGeV Projektilenergie wurden mit einem Transportmodell berechnet (IQMD [Har00]).

(siehe hierzu Kapitel 1). Da die Wahrscheinlichkeit für Subschwellenproduktion von K^+ -Mesonen abhängig von der Baryondichte ist, ergibt sich hieraus eine prinzipielle Sensitivität auf die Inkompressibilität von Kernmaterie. Um dies für das Verhältnis $(M_{K^+}/A)_{Au+Au}/(M_{K^+}/A)_{C+C}$ zu demonstrieren, wird erneut der einfache Ansatz aus Gleichung (5.8) aufgegriffen und die maximal erreichten Baryondichten in Abhängigkeit von der Inkompressibilität einer Transportmodellrechnung entnommen [Har00]. Für inklusive² Au+Au-Reaktionen mit 0.8 AGeV (1.5 AGeV) Projektilenergie reduziert sich die maximale Baryondichte von $\rho = 2.5\rho_0$ ($2.6\rho_0$) auf $2.1\rho_0$ ($2.2\rho_0$), wenn die Inkompressibilität von $\kappa=200$ MeV auf 380 MeV erhöht wird. Dagegen bleibt die zentrale Baryondichte in C+C-Reaktionen mit $\rho = 1.5\rho_0$ nahezu unbeeinflusst von κ und der Projektilenergie. Der Exponent γ wird im Vergleich mit dem experimentellen Ergebnis ermittelt. Es ergeben sich Werte von $\gamma=3.5$ für 0.8 AGeV bzw. $\gamma=1.5$ für 1.46 AGeV Projektilenergie. Die mit diesen Parametern angefertigte Illustration ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Für $\kappa=200$ MeV steigt das so berechnete Verhältnis mit abnehmender Projektilenergie stärker an, als dies für $\kappa=380$ MeV der Fall ist. Im Vergleich dazu ergibt sich - bei Vernachlässigung von Oberflächeneffekten - ein von der Projektilenergie unabhängiges Verhältnis, wenn Kernmaterie als inkompressibel angenommen wird ($\kappa = +\infty$) und somit im schweren und leichten Reaktionssystem gleiche Baryondichten herrschen.

Ein weiterer Effekt, der von der maximal in der Reaktion erreichten Baryondichte abhängt, wird durch die in der Kompression gespeicherten Energie verursacht. Je größer

²Unter der Bedingung, dass ein K^+ -Meson emittiert wurde.

die Inkompressibilität ist, desto mehr Energie muß für die Kompression aufgebracht werden, um die gleiche Baryondichte zu erreichen. Dabei geht die in der Kompression gespeicherte Energie für die Teilchenproduktion verloren [Sto86a]. Um die Auswirkung auf die K^+ -Produktion abzuschätzen, wird zunächst die Kompressionsenergie pro Nukleon bei gegebener Baryondichte anhand des effektiven Nukleon-Nukleon-Potentials der Abbildung 1.2 bestimmt. Aus den mit dem Transportmodell IQMD [Har00] berechneten maximalen Baryondichten in inklusiven Au+Au-Reaktionen ergibt sich eine Kompressionsenergie von 4 MeV pro Nukleon für $\kappa=200$ MeV ($\rho/\rho_0=2.5$) bzw. 11 MeV pro Nukleon bei $\kappa=380$ MeV ($\rho/\rho_0=2.1$). Damit wird in Au+Au-Reaktionen bei einer Inkompressibilität von $\kappa=200$ MeV eine um 7 MeV pro Nukleon geringere Kompressionsenergie aufgewendet, als dies bei $\kappa=380$ MeV der Fall ist. Mit Hilfe der Produktionsanregungsfunktion für K^+ -Mesonen (Abbildung 5.3) kann nun die Auswirkung auf die K^+ -Multiplizität bestimmt werden. Eine um 7 MeV pro Nukleon höhere Energie im Schwerpunktsystem³ (für $\kappa=200$ MeV) vergrößert die K^+ -Multiplizität um etwa 16% bei Projektilenergien um 0.8 AGeV und um ca. 5% bei 1.5 AGeV. In C+C-Reaktionen werden im Vergleich zu Au+Au-Stößen nur geringe Baryondichten erreicht ($\rho/\rho_0=1.5$ [Har00]), die unabhängig von der Inkompressibilität sind. Dadurch wird sich in C+C-Reaktionen die zur Teilchenproduktion zur Verfügung stehende Energie nicht mit der Inkompressibilität verändern.

Sowohl die Wahrscheinlichkeit für Mehrstufenprozesse als auch die Kompressionsenergie hängen von der Baryondichte ab, die wiederum maßgeblich durch die Inkompressibilität κ bestimmt wird. Die Sensitivität der K^+ -Produktion auf die Baryondichte und damit auf die Inkompressibilität kommt nun dadurch zustande, daß die K^+ -Mesonen unterhalb der Produktionsschwelle in freien Nukleon-Nukleon-Stößen produziert werden, wodurch Mehrstufenprozesse an Bedeutung gewinnen und eine steile Produktionsanregungsfunktion vorliegt. Allerdings handelt es sich hier um rein qualitative Argumente. In Kapitel 5.3 wird quantitativ mit Hilfe von Transportmodellen die K^+ -Multiplizität in Au+Au- und C+C-Reaktionen in Abhängigkeit von der Inkompressibilität untersucht. Die Transportmodelle enthalten ein sogenanntes "In-Medium Kaon-Nukleon-Potential", welches mit zunehmender Baryondichte eine Anhebung der Produktionsschwelle für K^+ -Mesonen bewirkt. Ob die konkurrierenden Effekte sich gegenseitig aufheben oder eine Sensitivität auf die Inkompressibilität von Kernmaterie verbleibt, ist Gegenstand der Diskussion in Kapitel 5.3.

Im Folgenden wird ein Einfluß der Systemgröße anderer Art diskutiert. Bisher wurde die Projektilenergie pro Nukleon betrachtet. Allerdings ist bei gleicher Projektilenergie pro Nukleon die totale Energie im Kollisionssystem $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ kleiner als in $^{197}\text{Au}+^{197}\text{Au}$ -Reaktionen. Unabhängig vom Einfluß der Baryondichte wird das Verhältnis $(M_{K^+}/A)_{Au+Au}/(M_{K^+}/A)_{C+C}$ dann ansteigen, wenn in C+C-Reaktionen die gesamte kinetische Energie des einlaufenden Kohlenstoffkerns nahe der absoluten Produktionsschwelle für K^+ -Mesonen kommt. Inwieweit in C+C-Reaktionen der Phasenraum für K^+ -Produktion limitiert ist, wird Gegenstand des folgenden Kapitels sein.

³Dies entspricht 17 A MeV (0.8 A GeV) bzw. 19 A MeV (1.5 A GeV) im Laborsystem.

5.2 Überlegungen zum Phasenraum für K^+ -Produktion in C+C-Reaktionen

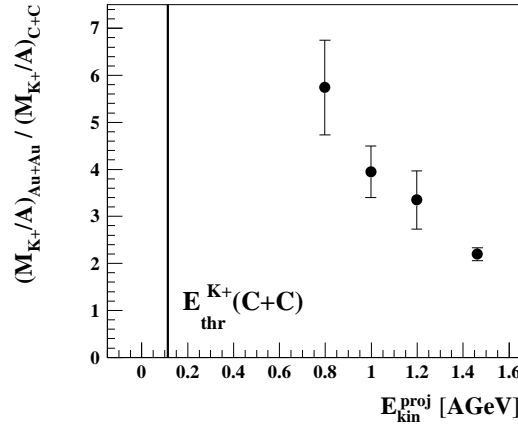


Abbildung 5.6: Das Verhältnis der K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon in Au+Au- zu C+C-Reaktionen als Funktion der Projektilenergie: Als durchgezogene vertikale Linie ist die absolute Produktionsschwelle für K^+ -Mesonen in C+C-Reaktionen im Laborsystem eingezeichnet.

Aufgrund der Energieerhaltung ist die absolute Produktionsschwelle in Kern-Kern-Reaktionen dann erreicht, wenn die kinetische Energie aller partizipierenden Projektalnukleonen zur Produktion eines einzigen K^+ -Mesons verwendet wird. Wenn alle 24 Nukleonen einer C+C-Reaktion an der Produktion beteiligt sind, ergibt sich die absolute Produktionsschwelle für K^+ -Mesonen im Laborsystem zu $E_{thr}^{K^+}(C+C) = 0.113$ AGeV. Aufgrund der sehr viel größeren Anzahl von Nukleonen in Au+Au-Reaktionen wird die absolute Produktionsschwelle für K^+ -Mesonen bei einer sehr viel geringeren Projektilenergie von 0.007 GeV pro Nukleon erreicht. Für das Verhältnis $(M_{K^+}/A)_{Au+Au} / (M_{K^+}/A)_{C+C}$ hat das die Konsequenz, daß bei Erreichen der absoluten K^+ -Schwelle in C+C-Reaktionen der Phasenraum für K^+ -Produktion aufgrund der Energieerhaltung gleich Null ist und sich damit als Grenzwert des Verhältnisses Unendlich ergibt. Zur Illustration ist die absolute Produktionsschwelle in C+C-Reaktionen als durchgezogene Linie in Abbildung 5.6 eingezeichnet. Die Frage, ob der Anstieg des Verhältnisses der K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon aus Au+Au zu C+C-Reaktionen mit abnehmender Projektilenergie durch einen möglicherweise limitierten Phasenraum für K^+ -Produktion in C+C-Reaktionen herrührt, wird im Folgenden mit Hilfe einer experimentellen Observablen diskutiert.

5.2.1 Test des Phasenraums mit hochenergetischen Pionen

Mit Hilfe der produzierten Pionen wird der Phasenraum für K^+ -Produktion abgeschätzt. Sowohl Pionen- als auch K^+ -Produktion besitzen einen Drei-Teilchen-Endzustand - aller-

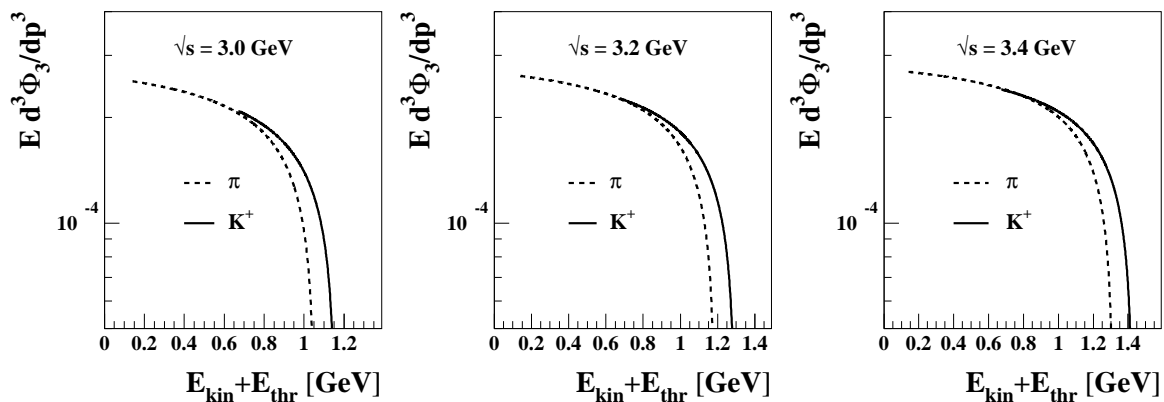


Abbildung 5.7: Invarianter differentieller Phasenraumfaktor für Pionen- und K^+ -Produktion als Funktion von $E_{kin} + E_{thr}$: Im Eingangskanal ($N+N$) stehen die totalen Energien $\sqrt{s} = 3.0, 3.2$ und 3.4 GeV zur Verfügung. Für K^+ ergibt sich die Produktionsschwelle zu $E_{thr} = m_{K^+} + m_{\Lambda} - m_N = 0.671$ GeV ($\sqrt{s} = 2.55$ GeV) und für Pionen zu $E_{thr} = m_{\pi} = 0.139$ GeV ($\sqrt{s} = 2.01$ GeV). Eine detaillierte Beschreibung zur Berechnung der Phasenraumintegrale befindet sich in Anhang B.

dings mit verschiedenen Massen im Ausgangskanal:

$$\begin{aligned}
 NN &\rightarrow NN\pi & NN &\rightarrow N\Lambda K^+ \\
 \sqrt{s_{thr}} &= 2.01 \text{ GeV} & \sqrt{s_{thr}} &= 2.55 \text{ GeV}
 \end{aligned}
 \tag{5.9}$$

Ein großer Teil der Pionen wird über die Anregung der $\Delta(1232)$ -Resonanz produziert, die zu 99% in ein Pion und Nukleon zerfällt. Durch die kurze Lebensdauer der $\Delta(1232)$ -Resonanz besitzt ihre Spektralfunktion (Breit-Wigner-Verteilung) eine Breite von $\Gamma \cong 120$ MeV. Für die Berechnung der Phasenraumfaktoren in Anhang B wird angenommen, daß die Spektralfunktion vollständig bevölkert wird. Diese Annahme schließt die Auswahl von Endzuständen durch den Resonanzzerfall aus, da dort der intermediäre Zustand den Phasenraumfaktor nicht verändert. Das gleiche trifft für K^+ -Mesonen zu, die in Mehrstufenprozessen mit einer baryonischen Resonanz oder einem Pion als Energiezwischenspeicher produziert werden.

Durch die verschiedenen Massen im Endzustand ergeben sich für die beiden Teilchenspezies verschiedene Produktionsschwellen $\sqrt{s_{thr}}$ (siehe Gleichung (5.9)). Um Pionen und K^+ -Mesonen vergleichen zu können, werden die Pionen ausgewählt, zu deren Produktion die gleiche Energie aufgewendet wird, wie dies für die K^+ -Produktion der Fall ist. Da für beide Produktionsprozesse lediglich das Pion bzw. K^+ -Meson im Ausgangskanal gemessen wird, bleibt für die Definition von "hochenergetischen Pionen" der Rückstoß an die beiden Baryonen im Endzustand (NN oder $N\Lambda$) unberücksichtigt. Somit werden als "hochenergetische Pionen" die Pionen bezeichnet, die eine totale Energie größer als die K^+ -Produktionsschwelle besitzen.

Zunächst wird untersucht, ob die spektrale Verteilung der hochenergetischen Pionen

eine geeignete Observable zum Studium des Phasenraums für K^+ -Produktion darstellt. Hierzu wird der invariante differentielle Phasenraumfaktor $E \cdot d^3\Phi_3/dp^3$ für Pionen- und K^+ -Produktion berechnet und in Abbildung 5.7 als Funktion von $E_{kin} + E_{thr}$ dargestellt (eine ausführliche Beschreibung der Berechnung der Phasenraumintegrale befindet sich in Anhang B). Die Produktionsschwelle für K^+ -Mesonen beträgt $E_{thr} = m_{K^+} + m_\Lambda - m_N = 0.671$ GeV und für Pionen $E_{thr} = m_\pi = 0.139$ GeV. Als totale Energien im Eingangskanal wurden $\sqrt{s} = 3.0, 3.2$ und 3.4 GeV gewählt. Damit werden kinetische Energien der Pionen erreicht (bevor die Phasenraumverteilung stark abfällt), wie sie in C+C-Reaktionen bei 0.8 AGeV Projektilenergie beobachtet werden.

In Abbildung 5.7 ist zu erkennen, daß der invariante differentielle Phasenraumfaktor für hochenergetische Pionen kleiner als der für K^+ -Mesonen ist. Unterschiede im differentiellen Phasenraumfaktor liegen in der Definition der hochenergetischen Pionen begründet. Sie bezieht sich alleine auf die Teilchenenergie, ohne dabei die Impulserhaltung im Ausgangskanal zu beachten. Der große Impuls des hochenergetischen Pions muß von beiden Nucleonen (zusammen) im Ausgangskanal ausgeglichen werden. Wenn ein Pion z.B. mit der kinetischen Energie von $E_{kin}^{cm} = 0.6$ GeV ($E_{kin} + E_{thr} = 0.739$ GeV) emittiert wird, erhalten die beiden Nucleonen im Ausgangskanal zusammen eine kinetische Energie von mehr als 0.136 GeV. Im Vergleich dazu besitzt das K^+ -Meson durch seine größere Masse und assoziierte Produktion bei gleicher Energie $E_{kin} + E_{thr} = 0.739$ GeV ($E_{kin}^{cm} = 0.07$ GeV) einen kleineren Impuls. Die kinetische Energie des Λ und Nucleons (zusammen) beträgt größer gleich 0.018 GeV.

Die bisherigen Überlegungen beziehen sich darauf, daß der Rückstoß des Pions oder K^+ -Mesons alleine von den beiden Baryonen im Endzustand aufgenommen wird. In einer Kern-Kern-Reaktion ist es vorstellbar, daß z.B. in der Hochdichtephase bei zwei- bis dreifacher Grundzustandsdichte eine größere Zahl von Nucleonen den Rückstoß aufnimmt. Dabei geht eine geringe kinetische Energie im Rückstoß verloren. Unter dieser Bedingung gleicht sich der invariante differentielle Phasenraumfaktor für hochenergetische Pionen an den für K^+ -Mesonen an.

Aus der Diskussion der Szenarien - mit maximaler oder minimaler kinetischer Energie im Rückstoß - wird ersichtlich, daß der invariante differentielle Phasenraumfaktor für die Produktion von hochenergetischen Pionen eine untere und damit eine konservative Abschätzung für den von K^+ -Mesonen darstellt. Weist der hochenergetische Teil des Pionenspektrums die Form einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung auf, so deutet dies darauf hin, daß der Phasenraum für K^+ -Produktion nicht limitiert ist. Dies beruht darauf, daß sich die Wahrscheinlichkeit, ein Teilchen eines N-Teilchen-Endzustandes mit einer bestimmten Energie zu messen, durch eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung nähern läßt, falls ausreichend Energie für die Teilchenproduktion zur Verfügung steht.

Abbildung 5.8 zeigt den invarianten differentiellen Wirkungsquerschnitt von positiv geladenen Pionen aus den Reaktionen p+C [Deb96], d+C [Deb97], α +C [Deb97] um 1.2 GeV sowie C+C bei 0.8, 1.0 und 1.2 GeV pro Nucleon Projektilenergie. Im Fall der Proton- und Deuteron-induzierten Reaktionen ist ein "Abknicken" der spektralen Verteilungen bei $E_{kin}^{cm} = 0.36 - 0.38$ GeV Pionenenergie zu erkennen. Dies entspricht etwa der maximalen kinetischen Energie, mit der ein Pion in einem Nucleon-Nucleon-Stoß mit 1.2 GeV Projektilenergie produziert werden kann ($E_{kin,max}^\pi = \sqrt{s} - 2m_N - m_\pi \cong 0.39$ GeV). Pionen

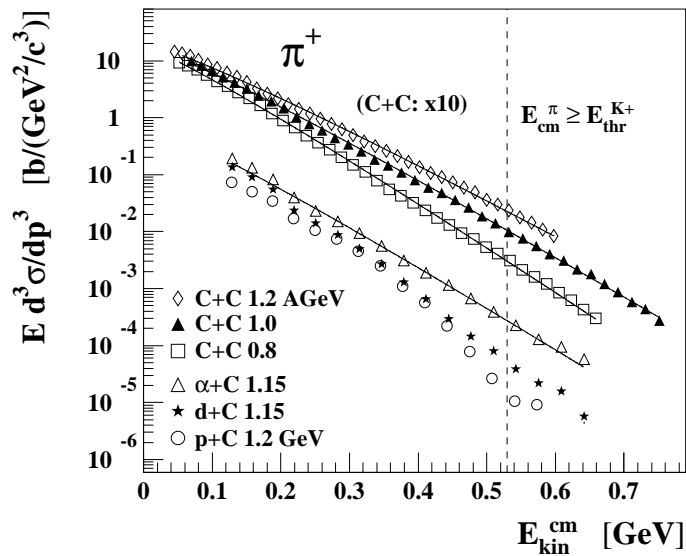


Abbildung 5.8: Gezeigt ist der invariante differentielle Wirkungsquerschnitt für π^+ aus $p+C$ -([Deb96], $d+C$ - und $\alpha+C$ -Reaktionen [Deb97]) bei Projektilenergien von etwa 1.2 GeV pro Nukleon. Hierbei wurde die Isospinasyymetrie des Projektils bei $p+C$ -Kollisionen korrigiert. Zum Vergleich sind die positiv geladenen Pionen aus $C+C$ -Reaktionen bei 0.8, 1.0 und 1.2 AGeV Einschußenergie (diese Arbeit) eingezeichnet. Die Daten wurden in das NN-Schwerpunktsystem transformiert.

mit größerer kinetischer Energie können zum einen mit Hilfe des Fermiimpulses produziert werden. Zum anderen kann das einlaufende Proton mit zwei oder mehreren Nukleonen des Targetkerns (gleichzeitig) stoßen, wodurch im Stoß mehr Energie übertragen wird. Im extremen Fall, daß das Proton mit dem gesamten Kohlenstoffkern stößt, erfolgt der maximale Energieübertrag von 1.06 GeV.

Bereits in $d+C$ -Reaktionen findet man einen flacheren Verlauf des invarianten differentiiellen Wirkungsquerschnitts oberhalb von $E_{kin}^{\pi} = 0.39$ GeV als bei $p+C$ -Kollisionen. Das weist darauf hin, daß sekundäre Prozesse, die zur Akkumulation von Energie führen können, häufiger werden. In der spektralen Verteilung der π^+ aus $\alpha+C$ -Kollisionen ist kein Abknicken bei $E_{kin}^{\pi} = 0.39$ GeV zu erkennen. Sie wird mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung beschrieben, die als durchgezogene Linie in Abbildung 5.8 eingezeichnet ist. Hieraus läßt sich schließen, daß bereits in $\alpha+C$ -Reaktionen bei 1.15 AGeV Projektilenergie ausreichend Energie zur Produktion von hochenergetischen Pionen zur Verfügung steht. Dies gilt ebenfalls für $C+C$ -Reaktionen einschließlich 0.8 AGeV Projektilenergie, wie anhand der Anpassung mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilungen (Abbildung 5.8) zu erkennen ist. Hieraus läßt sich schließen, daß auch ausreichend Phasenraum zur K^+ -Produktion in $C+C$ -Reaktion mit 0.8 AGeV Projektilenergie zur Verfügung steht.

5.3 Zugang zur Inkompressibilität von Kernmaterie: K^+ -Produktion in Transportmodellen

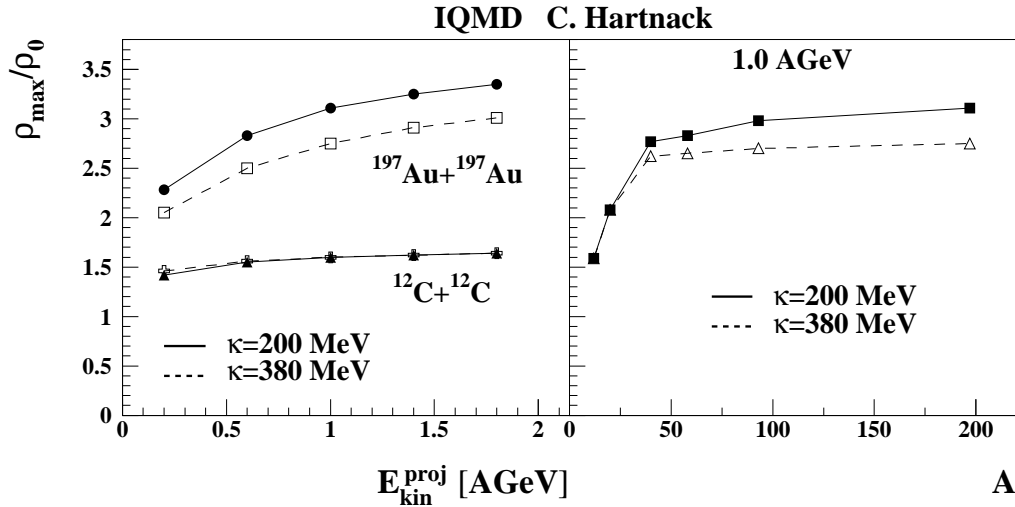


Abbildung 5.9: Die maximale Baryondichte ρ_{max}/ρ_0 als Funktion der Projektilenergie E_{kin}^{proj} und als Funktion der Systemgröße A : Die Transportmodellrechnung (IQMD [Har00]) wurde für zentrale Kern-Kern-Reaktionen ($b=0fm$) mit der Inkompressibilität $\kappa=200$ MeV bzw. 380 MeV durchgeführt.

In Abbildung 5.9 ist der Einfluß der Inkompressibilität κ auf die maximale Baryondichte in relativistischen Schwerionenreaktionen aufgezeigt, so wie sie mit einem Transportmodell berechnet wurde (IQMD [Har00]). Für zentrale Kern-Kern-Reaktionen ist auf der linken Seite die maximale Baryondichte ρ_{max}/ρ_0 als Funktion der Projektilenergie E_{kin}^{proj} und auf der rechten Seite als Funktion der Systemgröße A (bei fester Projektilenergie) abgebildet. Die Abhängigkeit von der Inkompressibilität steigt systematisch mit der Systemgröße an. Im kleinen Reaktionssystem C+C kann sich keine Kompression ausbilden, weshalb geringe Baryondichten auftreten, die unabhängig von der Inkompressibilität κ sind. Dagegen werden in Au+Au-Reaktionen hohe Baryondichten erreicht, die eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Inkompressibilität aufweisen. Zwischen 0.8 und 1.5 A GeV Projektilenergie wächst in Au+Au-Reaktionen die Baryondichte um etwa 10%. Im gleichen Energiebereich bleibt in C+C-Reaktionen die Baryondichte nahezu konstant.

Das leichte Reaktionssystem stellt somit ein Referenzsystem dar, in dem die Inkompressibilität keinen Einfluß auf die Baryondichte und damit auf die K^+ -Produktion ausübt. Dagegen sollte in Au+Au-Reaktionen eine Sensitivität der K^+ -Produktion auf die Inkompressibilität vorhanden sein. Ein Vergleich mit Meßdaten soll hierüber Aufschluß geben. Zunächst aber wird ein Effekt diskutiert, der dadurch verursacht wird, daß die K^+ -Mesonen in dichter Kernmaterie produziert werden.

5.3.1 Einfluß des Kaon-Nukleon-Potentials auf die K^+ -Produktion

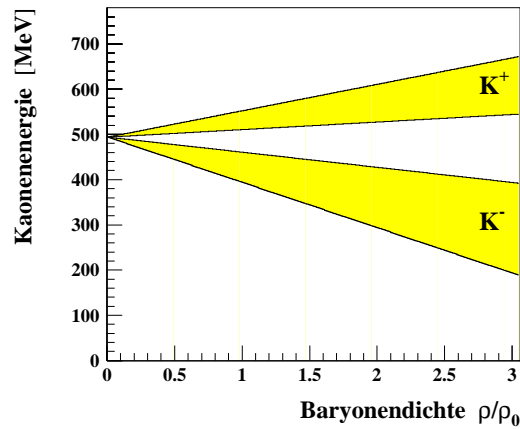


Abbildung 5.10: Effektive Masse (Selbstenergie für $p=0$) von Kaonen und Antikaonen als Funktion der Baryondichte: Die grau eingefärbten Bänder kennzeichnen den Bereich, der durch die Ergebnisse mehrerer theoretischer Rechnungen gegeben ist [Scha97].

Wie in Kapitel 1 bereits erwähnt, erwartet man bei hohen Baryondichten eine zumindest partielle Wiederherstellung der chiralen $SU(3)$ -Symmetrie in der starken Wechselwirkung, was eine Modifikation der Eigenschaften von Hadronen in dichter hadronischer Materie zur Folge haben kann. Hierzu sind in Abbildung 5.10 theoretische Vorhersagen für K-Mesonen aufgeführt. Es ist für ruhende ($p=0$) K-Mesonen die Energie - oder auch effektive Masse - als Funktion der Baryondichte ρ/ρ_0 dargestellt. Die Grenzen der grau eingefärbten Bänder repräsentieren dabei die Einhüllende von Ergebnissen mehrerer Rechnungen [Scha97]. Der gemeinsame Trend zeigt, daß K^+ -Mesonen ein leicht repulsives und K^- -Mesonen ein attraktives In-Medium Kaon-Nukleon-Potential verspüren, das mit zunehmender Baryondichte an Stärke gewinnt. Bei Baryondichten kleiner gleich der Grundzustandsdichte stimmen die experimentellen Ergebnisse zur Kaon-Kern-Streuung [Fri97] und zu kaonischen Atomen [Fri93, Fri94] mit den theoretischen Berechnungen überein.

In den hier zitierten Transportmodellen sind für Kaonen und Antikaonen In-Medium Potentiale nach [Scha97] enthalten. Sie beeinflussen sowohl die Produktion als auch die Propagation von Kaonen und Antikaonen in Schwerionenreaktionen. So weisen die K^+ -Mesonen in Au+Au-Reaktionen mit 1.0 AGeV Projektilenergie eine azimuthale Verteilung auf, wie sie in Transportmodellen nur unter Verwendung eines Kaon-Nukleon-Potentials vorhergesagt wurden [Shi98]. Die Produktionswahrscheinlichkeiten werden durch die erhöhte bzw. abgesenkte effektive Masse der K-Mesonen verschoben. Bei z.B. zweifacher Grundzustandsdichte ist aus Abbildung 5.10 zu entnehmen, daß die effektive Masse für K^+ -Mesonen um (70 ± 40) MeV ansteigt während sie für K^- -Mesonen um (140 ± 60) MeV absinkt. Da wegen der Erhaltung der Strangeness Kaonen assoziiert produziert werden, muß auch die effektive

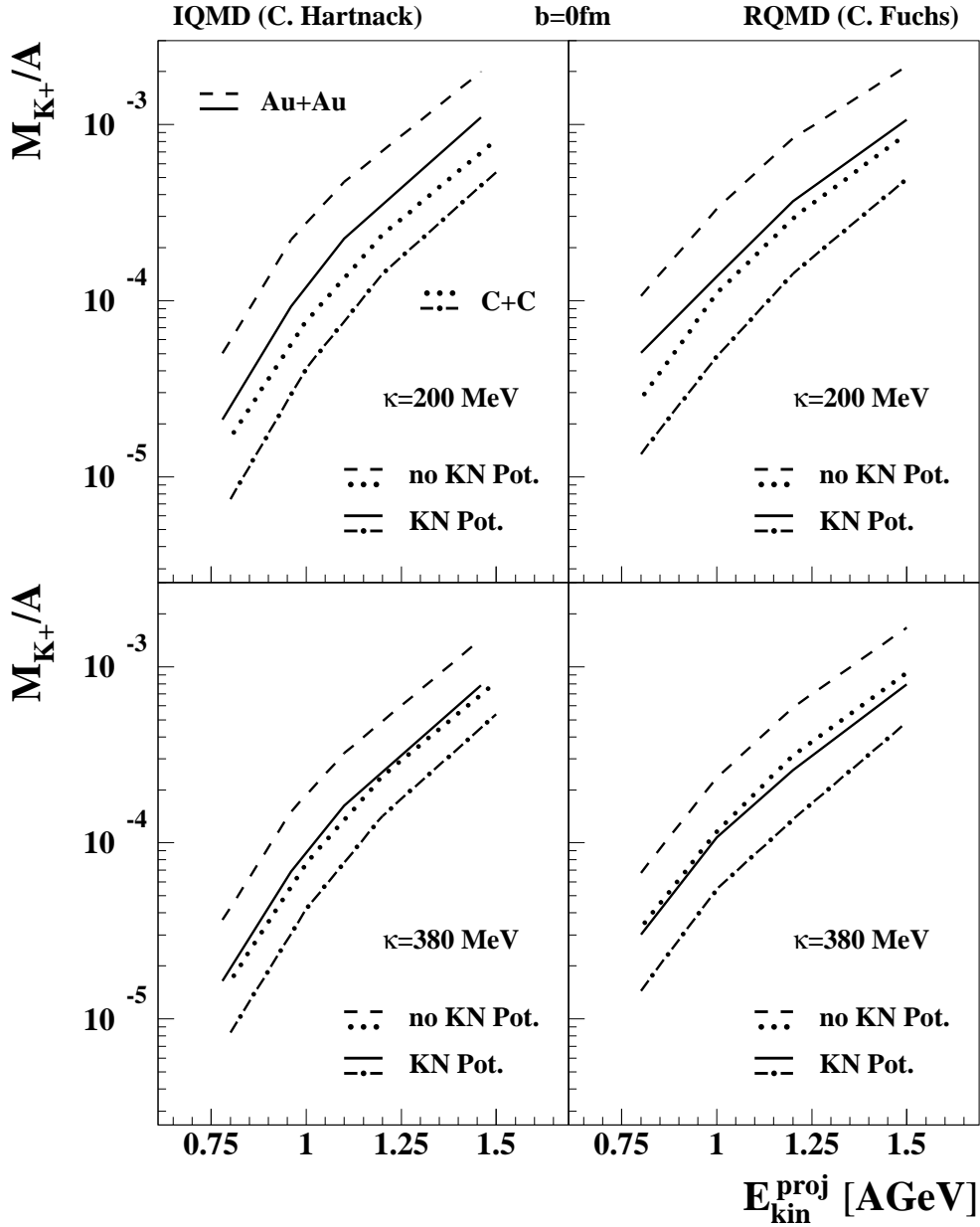


Abbildung 5.11: Die K^+ -Multiplizität pro Nukleon in zentralen ($b=0\text{fm}$) Au+Au- und C+C-Reaktionen als Funktion der Projektilenergie: Auf der linken Seite ist eine IQMD-Rechnung [Har00] und auf der rechten Seite eine RQMD-Rechnung [Fuc00] abgebildet. Beide Transportmodellrechnungen wurden mit/ohne KN-Potential und mit der Inkompressibilität $\kappa=200$ MeV bzw. 380 MeV durchgeführt.

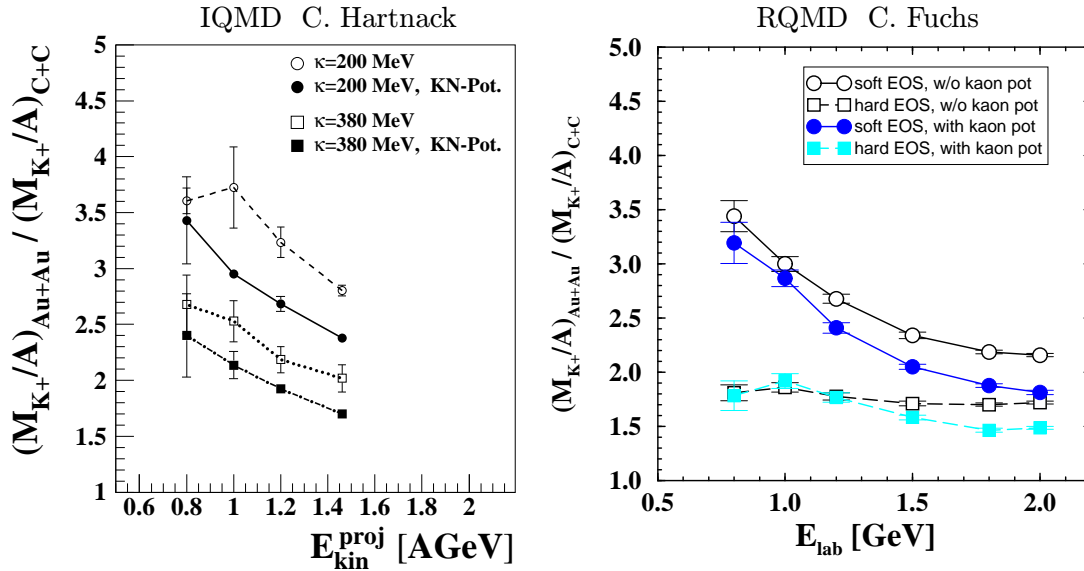


Abbildung 5.12: Das Verhältnis der K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon aus zentralen ($b=0$ fm) Au+Au- und C+C-Reaktionen als Funktion der Projektilenergie: Die QMD-Rechnungen wurden mit/ohne KN-Potential unter Verwendung der Inkompressibilität $\kappa=200$ MeV bzw. 380 MeV durchgeführt (IQMD: [Har00], RQMD: [Fuc01]).

Masse des Partners berücksichtigt werden. Während K^- -Mesonen bei SIS-Energien zumeist gemeinsam mit einem K^+ -Meson entstehen, werden K^+ -Mesonen überwiegend mit einem Hyperon erzeugt. Als Hyperon-Nukleon-Potential wird in Transportmodellen das mit einem Faktor $2/3$ multiplizierte effektive Nukleon-Nukleon-Potential (Abbildung 1.2) verwendet. Das Hyperon wird diesbezüglich wie ein Nukleon behandelt, wobei das Strange-Quark nicht beiträgt. Für ein Λ -Baryon bedeutet das nun, daß es bei $\rho = 2\rho_0$ je nach Inkompressibilität ein leicht repulsives (+3 MeV, $\kappa=380$ MeV) bzw. ein leicht attraktives In-Medium Potential (-5 MeV, $\kappa=200$ MeV) verspürt. In Transportmodellen führt damit als Funktion von der Baryondichte die Veränderung der effektiven Massen von Hadronen zu einer Anhebung der K^+ - und einer Absenkung der K^- -Produktionsschwelle. Erste Hinweise hierzu wurden in Ni+Ni-Reaktionen [Bar97, Men00b] aber auch in C+C-Reaktionen [LaSt99] beobachtet. Allerdings ist zu bemerken, daß sich das K^-/K^+ -Verhältnis auch im Rahmen eines statistischen Modells beschreiben läßt [Cle00], in dem freie Hadronenmassen verwendet werden - also keine In-Medium-Modifikation von Hadronen berücksichtigt wird. Hierbei handelt es sich um ein statistisches Modell, welches explizit die Strangeness erhält (kanonisches Ensemble) [Cle99]. Inwieweit es sich um einen Widerspruch zwischen Transportmodellen, die zur Beschreibung des K^-/K^+ -Verhältnisses die In-Medium-Modifikation von Hadronen berücksichtigten müssen, und der kanonischen statistischen Beschreibung handelt, ist Gegenstand der derzeitigen theoretischen Diskussion.

Der Einfluß des In-Medium KN-Potentials in Transportmodellen auf die K^+ -Produktion in zentralen ($b=0$ fm) Au+Au- und C+C-Reaktionen ist in Abbildung 5.11 dargestellt (lin-

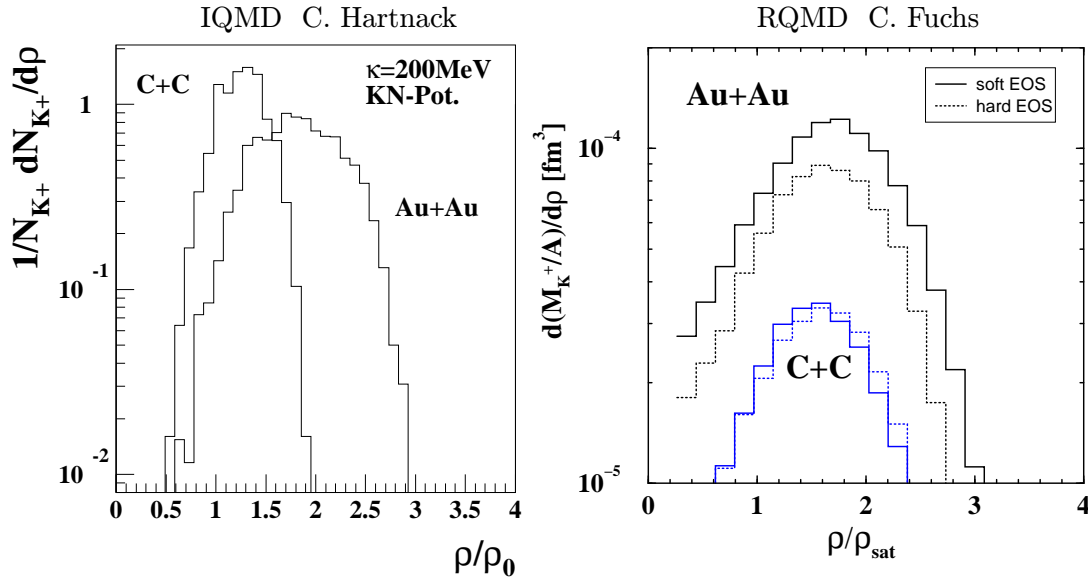


Abbildung 5.13: Lokale Baryondichten, bei denen K^+ -Mesonen produziert werden, in zentralen ($b=0$ fm) Au+Au- und C+C-Reaktionen mit 0.8 AGeV Projektilenergie: Die QMD-Rechnungen wurden mit KN-Potential unter Verwendung der Inkompressibilität $\kappa=200$ MeV (bzw. 380 MeV) durchgeführt (IQMD: [Har00], RQMD: [Fuc01]).

ke Seite: IQMD [Har00], rechte Seite: RQMD [Fuc00]). Sowohl die Rechnungen mit - als auch ohne KN-Potential wurden mit eingeschaltetem Hyperon-Nukleon-Potential durchgeführt. Es zeigt sich, daß bei Berücksichtigung des KN-Potentials sowohl in Au+Au- als auch in C+C-Reaktionen die K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon etwa um einen Faktor zwei reduziert werden. Hierbei ist der Effekt annähernd unabhängig von der Inkompressibilität κ und der Projektilenergie. Bei 1.5 AGeV Projektilenergie liefern beide Transportmodelle vergleichbare Ergebnisse, während systematische Unterschiede mit abnehmender Projektilenergie zunehmen. Insgesamt besitzen die Produktionsanregungsfunktionen der RQMD-Rechnung einen flacheren Verlauf, was sich im Verhältnis der Produktionsanregungsfunktionen Au+Au/C+C zum Teil herauskürzt (Abbildung 5.12).

Für beide Transportmodellrechnungen ist in Abbildung 5.12 zu erkennen, daß sich im Verhältnis $(M_{K^+}/A)_{\text{Au+Au}}/(M_{K^+}/A)_{\text{C+C}}$ der Einfluß des KN-Potentials größtenteils aufhebt. Im Fall der IQMD-Rechnung verbleibt eine Anhebung des Verhältnisses um etwa 15% ohne KN-Potential. Bei $\kappa=200$ MeV findet man bei der RQMD-Rechnung ohne KN-Potential ein um weniger als 10% höheres Verhältnis, während bei $\kappa=380$ MeV (im Bereich von 0.8 bis 1.5 AGeV) nahezu kein Unterschied zwischen der Rechnung mit und ohne KN-Potential besteht.

Die Ursache für den vergleichbaren Einfluß des KN-Potentials auf die K^+ -Produktion im schweren und leichten Reaktionssystem liegt darin, daß die K^+ -Mesonen bei nicht stark unterschiedlichen lokalen Baryondichten $\langle\rho\rangle_{K^+}$ erzeugt werden. Diese sind für zentrale

$E_{kin}^{proj}=0.8$ AGeV	$\kappa=200$ MeV	$\kappa=380$ MeV
RQMD [Fuc00]	$\langle \rho \rangle_{K^+} / \rho_0$	$\langle \rho \rangle_{K^+} / \rho_0$
Au+Au	1.57	1.47
C+C	1.40	1.46
IQMD [Har00]	$\langle \rho \rangle_{K^+} / \rho_0$	$\langle \rho \rangle_{K^+} / \rho_0$
Au+Au	1.82	1.66
C+C	1.26	1.28

Tabelle 5.4: *Mittlere lokale Baryondichte $\langle \rho \rangle_{K^+} / \rho_0$, bei der die K^+ -Mesonen produziert werden: Die Dichten stammen aus Transportmodellrechnungen (RQMD [Fuc00], IQMD [Har00]) von zentralen ($b=0$ fm) Au+Au- und C+C-Reaktionen mit 0.8 AGeV Projektilenergie (mit KN-Potential).*

Au+Au- und C+C-Reaktionen mit 0.8 AGeV Projektilenergie in Abbildung 5.13 dargestellt (IQMD: [Har00], RQMD: [Fuc01]). K^+ -Mesonen werden demnach in Au+Au-Reaktionen bei lokalen Baryondichten bis zu dreifacher Grundzustandsdichte produziert, der Mittelwert jedoch liegt unterhalb von $2\rho_0$. In der RQMD-Rechnung mit $\kappa=200$ MeV werden die K^+ -Mesonen bei $\langle \rho \rangle_{K^+} / \rho_0 = 1.57$ in Au+Au- bzw. 1.40 in C+C-Reaktionen erzeugt (siehe Tabelle 5.4). Aus der leicht höheren (mittleren) lokalen Baryondichte in Au+Au-Reaktionen resultiert durch das In-Medium KN- und YN-Potential eine um etwa 10 MeV höhere K^+ -Produktionsschwelle, was ein leichtes Absinken des Verhältnisses $(M_{K^+}/A)_{Au+Au} / (M_{K^+}/A)_{C+C}$ aus der Rechnung mit KN-Potential bewirkt (siehe Abbildung 5.12). Bei $\kappa=380$ MeV sind die lokalen Baryondichten für K^+ -Produktion in Au+Au- und C+C-Reaktionen gleich, so daß hier kein Unterschied zwischen den Rechnungen mit bzw. ohne KN-Potential auftritt. In der IQMD-Rechnung herrschen in Au+Au- und C+C-Reaktionen sowohl mit $\kappa=200$ MeV als auch mit $\kappa=380$ MeV unterschiedliche lokale Baryondichten für K^+ -Produktion (siehe Tabelle 5.4), so daß sich für beide Inkompressibilitäten die Rechnungen mit bzw. ohne KN-Potential unterscheiden. Im Vergleich zur RQMD-Rechnung treten in C+C-Reaktionen geringere - und in Au+Au-Reaktionen höhere lokale Baryondichten für K^+ -Produktion auf. Die größere Differenz der lokalen Baryondichten in der IQMD-Rechnung bewirkt einen stärkeren Einfluß des KN-Potentials auf das Verhältnis der Produktionsanregungsfunktionen Au+Au/C+C.

Dadurch, daß sich die mittlere lokale Baryondichte, bei der die K^+ -Mesonen erzeugt werden, in Au+Au- und C+C-Reaktionen nicht stark unterscheidet, hebt sich der Einfluß des Kaon-Nukleon-Potentials zum Teil im Verhältnis $(M_{K^+}/A)_{Au+Au} / (M_{K^+}/A)_{C+C}$ auf. Somit stellt das Verhältnis eine Observable da, die nur geringfügig von den theoretischen Unsicherheiten abhängig ist, die in der Berechnung der effektiven K^+ -Masse liegen (siehe hierzu die grau eingefärbten Bänder in Abbildung 5.10). Hier ist zu nennen, daß sich aus mikroskopischen Rechnungen eine zusätzliche Impulsabhängigkeit der effektiven Massen von K-Mesonen ergibt (K^- : [Lut98], K^+ : [Lut00]), die in den zitierten Transportmodellen nicht berücksichtigt ist.

5.3.2 K^+ -Mesonen als Sonden der Nuklearen Zustandsgleichung bei hohen Baryondichten

Wie in Kapitel 5.1.2 ausführlich diskutiert wird, erfordert die Subschwellenproduktion von K^+ -Mesonen Mehrstufenprozesse, deren Wahrscheinlichkeit überproportional mit der Baryondichte zunimmt. Dem wirkt nun eine mit der Baryondichte ansteigende Produktionsschwelle für K^+ -Mesonen entgegen. Die effektive Masse und damit die Produktionsschwelle der K^+ -Mesonen steigt in etwa linear mit der Baryondichte (siehe Abbildung 5.10), wodurch die Produktionswahrscheinlichkeit für K^+ -Mesonen sinkt. Dagegen wächst die Wahrscheinlichkeit für Mehrstufenprozesse, in denen Energie zur K^+ -Produktion akkumuliert werden kann, mindestens quadratisch mit der Baryondichte an. Da die Wahrscheinlichkeit für Mehrstufenprozesse mit größerer Potenz zunimmt, verbleibt eine Abhängigkeit der K^+ -Produktion von der Baryondichte und damit von der Inkompressibilität, was in Abbildung 5.12 deutlich zu erkennen ist. Unabhängig von der Verwendung des KN-Potentials steigt das Verhältnis der RQMD-Rechnung für $\kappa=200$ MeV mit abnehmender Projektilenergie an, während es für $\kappa=380$ MeV konstant bleibt. Im Fall der IQMD-Rechnung steigt auch das Verhältnis bei $\kappa=380$ MeV mit abnehmender Projektilenergie an. Auch hier unterscheidet sich eindeutig das Verhältnis der Rechnung mit $\kappa=200$ MeV zu der mit $\kappa=380$ MeV. Allerdings ist der Unterschied in den mittleren lokalen Baryondichten $\langle \rho \rangle_{K^+}$ in Au+Au- und C+C-Reaktionen zu gering, um damit den ausgeprägten Einfluß der Inkompressibilität auf das Verhältnis $(M_{K^+}/A)_{Au+Au}/(M_{K^+}/A)_{C+C}$ zu erklären.

Die beobachtete Sensitivität auf die Inkompressibilität wird dadurch verursacht, daß sich mit κ die \sqrt{s} -Verteilung der Baryon-Baryon- bzw. Pion-Baryon-Stöße unterschiedlich in Au+Au- und C+C-Reaktionen verändert. In zentralen C+C-Reaktionen mit 0.8 AGeV Projektilenergie bleibt der Mittelwert $\langle \sqrt{s} \rangle$ konstant ([Har00]) oder wird sogar reduziert ([Fuc01]). Dagegen erhöht sich in Au+Au-Reaktionen $\langle \sqrt{s} \rangle$ um 90 MeV, wenn $\kappa=200$ MeV anstatt 380 MeV gewählt wird ([Fuc01]). Vermutlich ist die Verschiebung der \sqrt{s} -Verteilung an die maximale Baryondichte gekoppelt, die in Au+Au-Reaktionen abhängig und C+C-Kollisionen nahezu unabhängig von der Inkompressibilität ist (siehe Abbildung 5.10). Im Bereich der höchsten Baryondichte der Reaktion findet ein großer Teil der Vielstufenprozesse statt, da deren Wahrscheinlichkeit überproportional mit der Baryondichte zunimmt. Hierdurch existieren in Au+Au-Reaktionen bei $\kappa=200$ MeV vergleichsweise mehr hochenergetische Baryonen und Pionen im Reaktionsvolumen, wodurch sich der Mittelwert der \sqrt{s} -Verteilung erhöht.

Vergleich mit experimentellen Ergebnissen

Abbildung 5.14 zeigt den Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit zwei Transportmodellrechnungen (linke Seite: IQMD [Har00], rechte Seite: RQMD [Fuc01]). Beide Transportmodellrechnungen (durchgezogene bzw. unterbrochene Linien) wurden mit In-Medium Kaon-Nukleon-Potential und der Inkompressibilität $\kappa=200$ MeV bzw. 380 MeV durchgeführt. In der oberen Hälfte der Abbildung ist die K^+ -Multiplizität pro Nukleon als Funktion der Projektilenergie für inklusive Au+Au- und C+C-Reaktionen dargestellt. Ähnlich den zentralen Reaktionen (siehe Abbildung 5.12) weisen die Rechnungen mit $\kappa=200$ MeV in

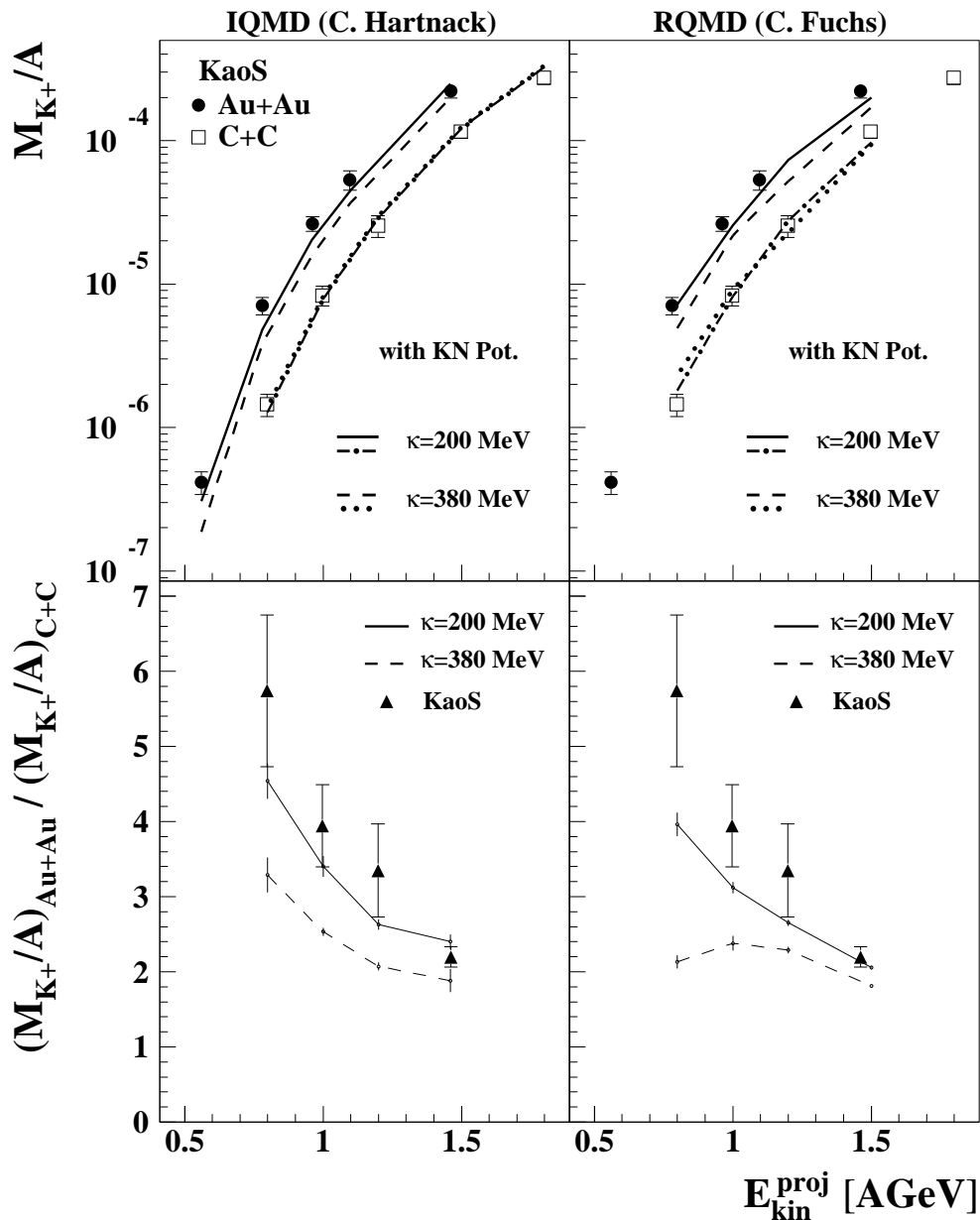


Abbildung 5.14: Inklusive K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon (obere Hälfte) und das Verhältnis der K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon aus Au+Au- zu C+C-Reaktionen (untere Hälfte) - jeweils als Funktion der Projektilenergie: Auf der linken Seite werden die Meßdaten mit den Ergebnissen einer IQMD-Rechnung [Har00] und auf der rechten Seite mit einer RQMD-Rechnung [Fuc01] verglichen. Beide Transportmodellrechnungen wurden unter Berücksichtigung des In-Medium KN-Potentials durchgeführt. In den Rechnungen wurden die Parameter des effektiven NN-Potentials (Skyrme) derart gewählt, so daß die Inkompressibilität den Wert 200 MeV bzw. 380 MeV annimmt.

inklusive Au+Au-Reaktionen höhere K^+ -Multiplizitäten auf als für $\kappa=380$ MeV, während in inklusiven C+C-Reaktionen keine Abhängigkeit von der Inkompressibilität auftritt. Die beste Beschreibung der gemessenen K^+ -Multiplizitäten in Au+Au-Reaktionen gelingt in beiden Transportmodellrechnungen mit $\kappa=200$ MeV, wobei die Datenpunkte systematisch unterschätzt werden. Für C+C-Reaktionen findet man eine gute Beschreibung (unabhängig von κ) der Datenpunkte durch die IQMD-Rechnung. Die RQMD-Rechnung überschätzt bei 0.8 AGeV und unterschätzt bei 1.5 AGeV Projektilenergie die gemessene K^+ -Multiplizität in C+C-Kollisionen. Während zwischen 1.0 und 1.5 AGeV Projektilenergie die RQMD-Rechnung mit $\kappa=200$ MeV geringfügig oberhalb der mit $\kappa=380$ MeV liegt, kehrt sich dies bei 0.8 AGeV um. Dieser Effekt wird in [Fuc01] dadurch erklärt, daß in C+C-Kollisionen mit 0.8 AGeV Projektilenergie bei der Wahl von $\kappa=380$ MeV minimal höher energetische Stöße in der Reaktion stattfinden. Aufgrund der sehr steilen Produktionsanregungsfunktion bei 0.8 AGeV Projektilenergie führt dies zu einer Erhöhung der K^+ -Multiplizität.

In der unteren Hälfte der Abbildung 5.14 ist das Verhältnis der K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon aus Au+Au- zu C+C-Reaktionen dargestellt. Im Vergleich zu Transportmodellrechnungen von zentralen Reaktionen (Abbildung 5.12) ist der Unterschied zwischen Rechnungen mit $\kappa=200$ MeV und 380 MeV in inklusiven Reaktionen weniger ausgeprägt. Sowohl für die Inkompressibilität $\kappa=200$ MeV als auch 380 MeV steigt das gerechnete Verhältnis mit abnehmender Projektilenergie an. Hierbei geben für $\kappa=200$ MeV beide Transportmodellrechnungen nahezu die Steigung des gemessenen Verhältnisses wieder. Teilweise überlappen die Fehlerbereiche von Datenpunkten und Rechnungen. Wird in den Transportmodellen $\kappa=380$ MeV verwendet, so verringert sich gegenüber $\kappa=200$ MeV die Steigung als auch der Wert des Verhältnisses. Der Vergleich zwischen Theorie und Experiment zeigt, daß die Rechnungen mit $\kappa=200$ MeV die Meßdaten sehr viel besser beschreiben als mit $\kappa=380$ MeV. Es stellt sich sogar die Frage, ob nicht ein kleinerer Wert für die Inkompressibilität zu einer besseren Beschreibung der Datenpunkte führte.

Kapitel 6

Resumée und Ausblick

Zur Untersuchung von Eigenschaften dichter Kernmaterie wurden mit dem Kaonenspektrometer die Produktionsanregungsfunktionen von K^+ -Mesonen in Au+Au-Reaktionen zwischen 0.56 und 1.46 AGeV und C+C-Reaktionen von 0.8 bis 2.0 AGeV Projektilenergie gemessen. Es wurden Projektilenergien deutlich unterhalb der K^+ -Produktionsschwelle in freien Nukleon-Nukleon-Stößen gewählt, um eine große Sensitivität der K^+ -Produktion auf kollektive Prozesse im nuklearen Medium zu erhalten, wofür die steile K^+ -Produktionsanregungsfunktion den wesentlichen Verstärkungsfaktor darstellt. Ein großer Teil der experimentellen Ergebnisse aus beiden Reaktionssystemen wurde in [Stu01] veröffentlicht.

In Au+Au-Reaktionen findet man eine um bis zu einen Faktor sechs höhere K^+ -Multiplizität pro Nukleon als in C+C-Stößen bei gleicher Projektilenergie (pro Nukleon). Mit abnehmender Einschußenergie (0.8-1.5 AGeV) steigt dabei das Verhältnis der K^+ -Multiplizitäten pro Nukleon aus Au+Au- zu C+C-Stößen um nahezu einen Faktor drei an. Wie aus Untersuchungen mit den spektralen Verteilungen von hochenergetischen Pionen hervorgeht, ist dieses Verhältnis nicht durch den Phasenraum für K^+ -Produktion im kleinen System C+C dominiert. Vielmehr ist der Effekt auf eine größere Häufigkeit von kollektiven Prozessen im schweren Reaktionssystem zurückzuführen, deren Bedeutung für die K^+ -Produktion mit abnehmender Projektilenergie zunimmt.

Wie der Vergleich mit zwei Transportmodellrechnungen (IQMD und RQMD) zeigt, stellt das Verhältnis $(M_{K^+}/A)_{Au+Au}/(M_{K^+}/A)_{C+C}$ als Funktion der Projektilenergie eine sensitive Observable für die Inkompressibilität von Kernmaterie dar. In der Quotientenbildung liegt dabei der Vorteil, daß die in den Rechnungen enthaltenen Unsicherheiten - wie z.B. die effektiven Massen von Hadronen in dichter hadronischer Materie oder auch Parametrisierungen von elementaren Wirkungsquerschnitten - sich zum Teil aufheben. Um die Datenpunkte zu beschreiben, favorisieren beide Transportmodellrechnungen eine Parametrisierung des effektiven Potentials, die zu einem Wert der Inkompressibilität von $\kappa=200$ MeV führt. Eine bessere Beschreibung des experimentellen Ergebnisses gelänge vermutlich mit Potentialen, die kleinere Werte als $\kappa=200$ MeV ergäben, was ebenfalls für die Beschreibung des elliptischen Protonenflusses aus Au+Au-Reaktionen mit 0.6 AGeV Projektilenergie gilt (siehe dazu Kapitel 1 Abbildung 1.3).

Bisher wurden allerdings z.B. die K^+ -Produktion oder der kollektive Fluß von Proto-

nen und Fragmenten unabhängig voneinander mit Ergebnissen von Transportmodellrechnungen verglichen und interpretiert. Gerade im Fall der Subschwellenproduktion von K^+ -Mesonen muß die Verbindung zur Pionenproduktion berücksichtigt werden. Diese tragen - laut Transportmodelle - in Kern-Kern-Reaktionen mit Projektilenergien unterhalb der K^+ -Produktionsschwelle (in freien Nukleon-Nukleon-Stößen) erheblich zur K^+ -Produktion bei. Die Frage nach den In-Medium Kaon-Nukleon-Potentialen kann - unabhängig von den Produktionswahrscheinlichkeiten - anhand der azimuthalen Verteilung von K^- -Mesonen (Antikaonen) in dichter hadronischer Materie untersucht werden. Hierzu wurden Ni+Ni-Reaktionen mit 1.93 AGeV [Uhl02] und Au+Au-Reaktionen mit 1.5 AGeV Projektilenergie [För02] von der KaoS-Kollaboration gemessen, die zur Zeit analysiert werden. Es steht also ein umfassender Vergleich von experimentellen Ergebnissen mit Transportmodellrechnungen aus. Erst durch eine simultane Beschreibung möglichst aller experimenteller Observablen kann dann von einer annähernd vollständigen Beschreibung des Schwerionenstoßes gesprochen werden.

Zur Zeit liefern sowohl der Vergleich der Subschwellenproduktion von K^+ -Mesonen in Au+Au- zu C+C-Reaktionen als auch neuere Ergebnisse zum elliptischen Protonenfluß in Au+Au-Stößen einen "erhärteten Hinweis", daß - äquivalent zur Untersuchung der Monopol-Riesenresonanz bei Grundzustandsdichte - Kernmaterie sich auch bei hohen Baryonendichten ($1.5 \leq \rho/\rho_0 \leq 3$) mit einer Inkompressibilität von etwa 200 MeV beschreiben läßt. In diesem Fall spricht man von einer "weichen" Nuklearen Zustandsgleichung.

Anhang A

Die polare K^+ -Winkelverteilung in Transportmodellen

Wie in Kapitel 4.3 ausführlich beschrieben ist, werden im allgemeinen die K^+ -Mesonen polar anisotrop emittiert. Um Ursachen für die polar anisotrope Winkelverteilung zu finden, werden in Transportmodellen die Produktionskanäle als auch die Propagation der K^+ -Mesonen separat betrachtet. Zur Untersuchung der Propagation wird in Abbildung A.1 eine RBUU-Rechnung mit (durchgezogene Linie) bzw. ohne Streuung (unterbrochene Linie) von K^+ -Mesonen an Nukleonen miteinander verglichen [Bra97]. Ohne Kaon-Nukleon-Streuung liegt in inklusiven Au+Au-Reaktionen mit 1 AGeV Projektilenergie eine schwächere polare Anisotropie der K^+ -Mesonen vor. Das bedeutet, daß durch die Propagation der K^+ -Mesonen eine Emission in die vorwärtige- und rückwärtige Hemisphäre bevorzugt wird. Um dies näher zu untersuchen, werden verschiedene Stoßparameterbereiche betrachtet. In Abbildung A.2 ist für periphere ($5 \text{ fm} \leq b \leq 10 \text{ fm}$, durchgezogene Linien) und zentrale ($b \leq 0.5 \text{ fm}$, unterbrochene Linien) Au+Au-Reaktionen mit 0.96 AGeV Projektilenergie die polare K^+ -Winkelverteilung einer IQMD-Rechnung [Har00] dargestellt. Das linke Bild enthält Rechnungen ohne - und das rechte Bild mit Kaon-Nukleon-Streuung. Äquivalent zur RBUU-Rechnung (Abbildung A.1) weist die IQMD-Rechnung mit Kaon-Nukleon-Streuung eine stärkere Anisotropie der K^+ -Mesonen auf. Vergleicht man zentrale mit peripheren Reaktionen, so zeigt sich, daß mit wachsendem Stoßparameter die polare Anisotropie zunimmt. Experimentell wird dies in Ni+Ni-Reaktionen mit 1.93 AGeV Projektilenergie beobachtet. Hier steigt der Anisotropieparameter von $a_2=0.5 \pm 0.1$ in zentralen Reaktionen ($b \leq 4 \text{ fm}$) auf $a_2=1.4 \pm 0.2$ in peripheren Reaktionen ($b \geq 4 \text{ fm}$) an [Men00a].

Der Einfluß der Kaon-Nukleon-Streuung und die Abhängigkeit von der Zentralität der Reaktion legt als eine Ursache der polaren K^+ -Winkelverteilung die Streuung an Spektatornukleonen nahe. Die Spektatornukleonen nehmen nicht an der Reaktion teil und besitzen daher die ursprüngliche Richtung des Projektil- bzw. Targetkerns (im Schwerpunktsystem). Werden K^+ -Mesonen an Spektatornukleonen gestreut, so erhalten sie eine bevorzugte Ausrichtung in die Vorwärts- und Rückwärtshemisphäre der Reaktion. Je peripherer dabei die Kern-Kern-Reaktion ist, desto mehr Spektatornukleonen sind vorhanden, an denen die K^+ -Mesonen gestreut werden können. Dieser Effekt ist ebenfalls im Vergleich zwischen

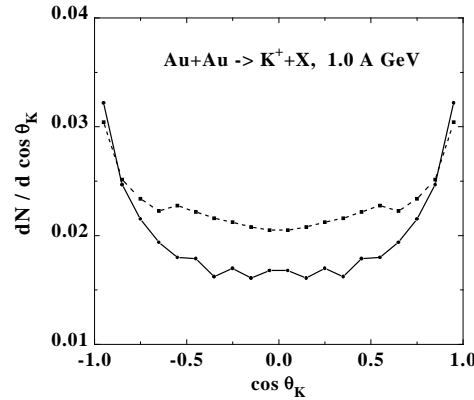


Abbildung A.1: Die polare K^+ -Winkelverteilung in Au+Au-Reaktionen (ohne Stoßparameterselektion) bei 1.0 A GeV Projektilenergie: Die RBUU-Rechnung [Bra97] wurde sowohl mit Kaon-Nukleon-Streuung (durchgezogene Linie) als auch ohne KN-Streuung (unterbrochene Linie) durchgeführt. Beide Rechnungen enthielten ein In-Medium Kaon-Nukleon-Potential.

schwerem und leichtem Reaktionssystem zu erkennen. Um dies quantitativ diskutieren zu können, wird der Anisotropieparameter der jeweiligen Verteilung bestimmt. Die polare K^+ -Winkelverteilungen der IQMD-Rechnungen besitzen - äquivalent zu den experimentellen Ergebnissen - eine nahezu quadratische Abhängigkeit von $\cos \Theta$. Deshalb wird die Stärke der polaren Anisotropie mit Hilfe des Anisotropieparameters a_2 beschrieben, der in Tabelle A.1 für periphere und zentrale Stöße aufgeführt ist. Bei 1.0 A GeV Projektilenergie findet man für zentrale Stöße einen nur geringen Unterschied zwischen Au+Au- und C+C-Reaktionen. Dagegen liegt bei peripheren Stößen in Au+Au-Reaktionen eine sehr viel stärkere polare Anisotropie der K^+ -Mesonen vor. Dies läßt sich dadurch verstehen, daß im Vergleich zu C+C-Stößen in Au+Au-Reaktionen die (absolute) Anzahl von Spektatornukleonen, an denen die K^+ -Mesonen gestreut werden können, sehr viel größer ist. Je peripherer dabei die Stöße werden, desto stärker wird der Effekt.

Eine zusätzliche Beeinflussung der Propagation von K^+ -Mesonen bewirkt in Transportmodellen ein sogenanntes In-Medium Kaon-Nukleon-Potential, das in Kapitel 5.3.1 näher beschrieben wird und das in den hier zitierten Transportmodellrechnungen enthalten ist. Hierdurch verspüren in hadronischer Materie die K^+ -Mesonen gegenüber den Nukleonen eine abstoßende Kraft, was allerdings einen vernachlässigbaren Einfluß auf die polare K^+ -Winkelverteilung ausübt [Har00].

Um den Beitrag der Produktion zur polaren K^+ -Winkelverteilung zu studieren, wird in Transportmodellen nach einzelnen Produktionskanälen unterschieden. Bei Projektilenergien um 1 A GeV ist der Beitrag des elementaren Produktionsprozesses $NN \rightarrow NYK^+$ zur K^+ -Produktion sehr gering und daher bzgl. der polaren Winkelverteilung vernachlässigbar. Dagegen stellt die Pion-induzierte Produktion $\pi N \rightarrow YK^+$ hinsichtlich der polaren Anisotropie der K^+ -Mesonen den dominanten Kanal dar (RBUU: [Bra97], UrQMD: [Sof99]).

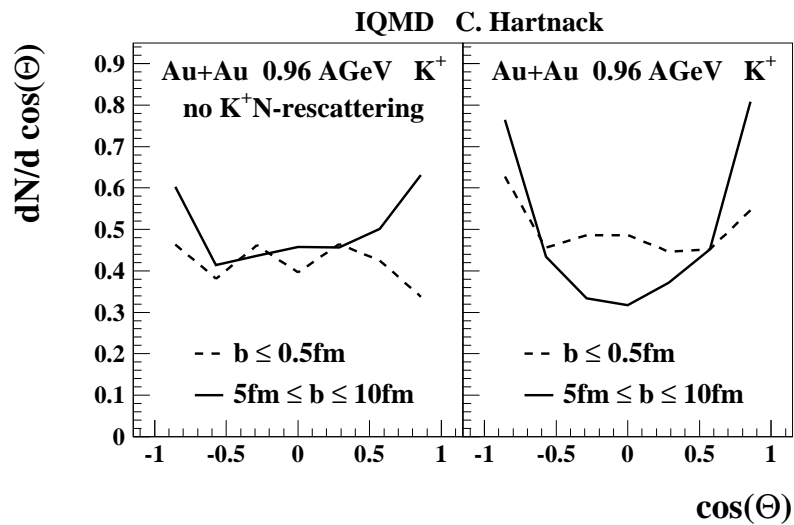


Abbildung A.2: Die polare K^+ -Winkelverteilung in zentralen (unterbrochene Linien) und peripheren (durchgezogene Linien) Au+Au-Reaktionen: Die IQMD-Rechnungen [Har00] enthielten ein In-Medium Kaon-Nukleon-Potential. Für Au+Au-Reaktionen (obere Hälfte) wurden die Rechnungen ohne Kaon-Nukleon-Streuung (linke Seite) bzw. mit Kaon-Nukleon-Streuung (rechte Seite) durchgeführt.

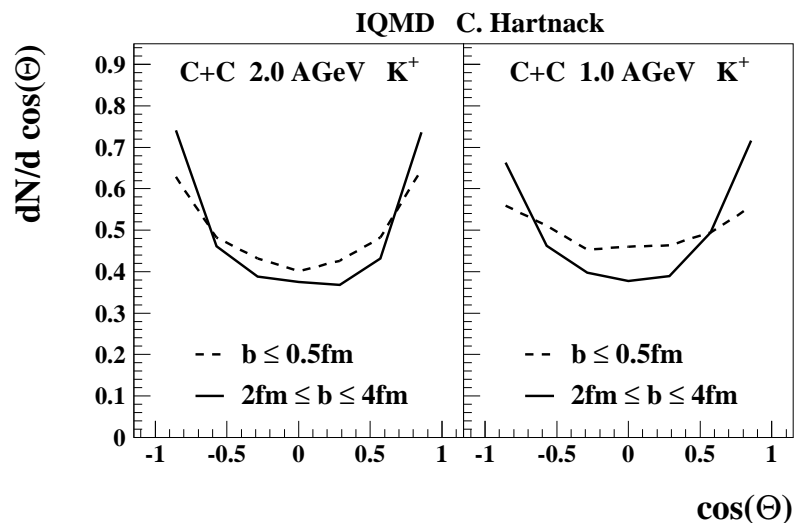


Abbildung A.3: Die polare K^+ -Winkelverteilung in zentralen (unterbrochene Linien) und peripheren (durchgezogene Linien) C+C-Reaktionen: Die IQMD-Rechnungen [Har00] enthielten KN-Streuung und ein KN-Potential. Auf der linken Seite sind C+C-Reaktionen mit 2.0 AGeV und auf der rechten Seite mit 1.0 AGeV Projektilenergie abgebildet.

K^+	IQMD		C.Hartnack
	Au+Au 0.96 AGeV	C+C 1.0 AGeV	C+C 2.0 AGeV
	a_2	a_2	a_2
zentral	0.51	0.35	0.70
peripher	1.67	0.95	1.26

Tabelle A.1: Der Anisotropieparameter a_2 für K^+ -Mesonen: Die IQMD-Rechnung [Har00] wurde mit Kaon-Nukleon-Streuung und einem In-Medium Kaon-Nukleon-Potential durchgeführt (siehe Abbildungen A.2 u. A.3). Der Stoßparameterbereich $b \leq 0.5$ fm wird als zentrale Stöße und $5 \text{ fm} \leq b \leq 10 \text{ fm}$ (Au+Au) bzw. $2 \text{ fm} \leq b \leq 4 \text{ fm}$ (C+C) als periphere Reaktionen bezeichnet.

Hauptsächlich verursachen die Pionen die polare K^+ -Winkelverteilung, die in NN-Stößen in einer frühen Phase der Reaktion, in der die Nukleonen noch eine ‘‘Erinnerung’’ an die ursprüngliche Richtung der Reaktion besitzen, produziert werden [Sof99]. Dabei erhalten sie eine Ausrichtung bevorzugt in die ursprüngliche Richtung der Kern-Kern-Reaktion.

Der Vergleich der IQMD-Rechnungen von C+C-Reaktionen mit 1.0 zu 2.0 AGeV Projektilenergie (Abbildung A.3) zeigt, daß die polare Anisotropie der K^+ -Mesonen mit der Projektilenergie zunimmt. Dies gilt sowohl für zentrale ($b \leq 0.5$ fm, unterbrochene Linien) als auch für periphere Reaktionen ($2 \text{ fm} \leq b \leq 4 \text{ fm}$, durchgezogene Linien). Bei 2.0 AGeV Projektilenergie ist die K^+ -Produktion in der ersten Generation der NN-Stöße aber auch teilweise dann möglich, wenn einer der beiden Stoßpartner bereits gestreut wurde [Har00]. In einem solchen Fall verschiebt sich das Schwerpunktsystem des Stoßes gegenüber dem CM-System der Kern-Kern-Reaktion, wodurch eine Vorwärts-Rückwärts-Anisotropie im CM-System der Schwerionenreaktion entsteht. Bei abnehmender Projektilenergie sinkt der Anteil dieser direkten K^+ -Produktion, wodurch die polare K^+ -Winkelverteilung schwächer wird. Unterhalb der Produktionsschwelle in freien NN-Stößen wird der Beitrag aus der direkten Produktion vernachlässigbar gering.

In Transportmodellen wird sowohl durch die Produktion als auch durch die Propagation die polare K^+ -Winkelverteilung verursacht. In der Produktion wird zum einen eine polare Anisotropie durch den Pion-Baryon-Kanal erzeugt. Zum anderen führt bei Strahlenergien oberhalb der Produktionsschwelle (in freien NN-Stößen) die direkte Produktion zu einer bevorzugten Emission der K^+ -Mesonen in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung. Bei der darauffolgenden Propagation der K^+ -Mesonen werden diese elastisch an Nukleonen gestreut, wobei der Streuprozess an sich isotrop ist. Je peripherer die Kern-Kern-Reaktion ist, desto häufiger werden die K^+ -Mesonen an Spektatornukleonen gestreut, die die ursprüngliche Richtung der Reaktion besitzen. Hieraus resultiert eine vorwärts-rückwärts-erhöhte polare K^+ -Winkelverteilung, deren Stärke abhängig von der Zentralität des Stoßes bzw. der Größe des Reaktionssystems ist.

Die nach dem Stoßparameter selektierten theoretischen Ergebnisse erlauben keinen direkten Vergleich mit den experimentellen Daten aus inklusiven Reaktionen (Abbildung A.4). Dennoch gibt der Vergleich Aufschluß über die unterschiedliche Abhängigkeit der polaren K^+ -Winkelverteilung in inklusiven Au+Au- und C+C-Reaktionen von der Projektilenergie.

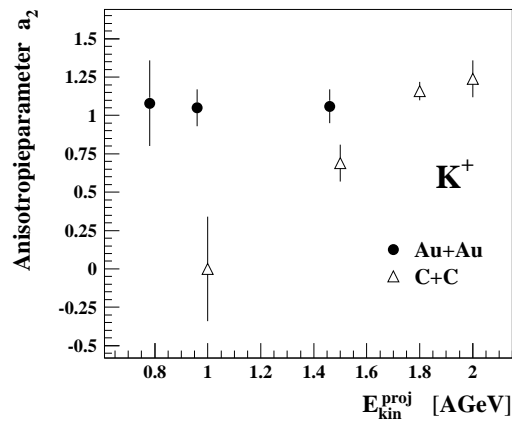


Abbildung A.4: Gemessene Anisotropieparameter a_2 für K^+ -Mesonen als Funktion der Projektilenergie E_{kin}^{proj} aus inklusiven Au+Au- und C+C-Reaktionen (siehe Tabelle 4.3).

gie. Wie oben diskutiert, zeigt die IQMD-Rechnung von C+C-Reaktionen eine mit der Projektilenergie zunehmende polare Anisotropie. Allerdings weist im Vergleich zur Messung (Abbildung A.4) die IQMD-Rechnung sowohl in zentralen als auch peripheren Reaktionen eine geringere Variation mit der Projektilenergie auf (siehe Tabelle A.1). Es ist vorstellbar, daß zur K^+ -Produktion in inklusiven C+C-Reaktionen der Anteil von zentralen Stößen mit abnehmender Projektilenergie stark zunimmt. Bei 1.0 AGeV Projektilenergie muß zur K^+ -Produktion in Mehrstufenprozessen Energie akkumuliert werden. Vermutlich bedarf es hierzu eines großen Anteils der Nukleonen des kleinen Reaktionssystems C+C. Im Vergleich dazu sind selbst in peripheren Au+Au-Reaktionen mehr Nukleonen am Stoß beteiligt. Für K^+ -Produktion entsprechen aus dieser Vorstellung heraus inklusive C+C-Reaktionen mit 1.0 AGeV Projektilenergie eher zentralen Stößen, während bei 2.0 AGeV eher ein mittlerer Stoßparameterbereich vorliegt. Da in Au+Au-Reaktionen sehr viel mehr Nukleonen vorhanden sind, erwartet man eine geringere Abhängigkeit von der Projektilenergie. Zusätzlich wird die K^+ -Anisotropie in Au+Au-Reaktionen durch die große Anzahl von Spektatoren dominiert.

Anhang B

Berechnung der Phasenraumintegrale

Für den totalen Wirkungsquerschnitt einer Reaktion $a+b \rightarrow 1+2+\dots+n$ gilt

$$\sigma_n = \frac{I_n}{4\sqrt{p_a^2 p_b^2 - m_a^2 m_b^2}} \quad (\text{B.1})$$

wobei

$$I_n = \frac{1}{(2\pi)^{3n-4}} \int \prod_{i=1}^n \frac{d^3 \mathbf{p}_i}{2E_i} \delta^4 \left(p_a + p_b - \sum_{i=1}^n p_i \right) |\mathcal{M}(\mathbf{p}_i)|^2 \quad (\text{B.2})$$

die Integration über die Impulse der n Teilchen im Endzustand enthält [Byc72]. Hier sind p_a, p_b und p_i die Vierer-Impulse $p = (\mathbf{p}, E)$ der Teilchen im Eingangs- bzw. Ausgangskanal. Die vierdimensionale δ -Funktion bewirkt Energie- und Impulserhaltung:

$$\delta^4 \left(p_a + p_b - \sum_{i=1}^n p_i \right) = \delta \left(E_a + E_b - \sum_{i=1}^n E_i \right) \delta^3 \left(\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b - \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i \right) . \quad (\text{B.3})$$

Dabei ist \mathcal{M} in Gleichung (B.2) das Übergangsmatrixelement der Reaktion, das im allgemeinen impulsabhängig ist.

Um nun den Beitrag des Phasenraums bei einer bestimmten Reaktion zu studieren, wird das Matrixelement konstant gesetzt. Es kann somit aus der Impulsintegration herausgezogen werden. Die verbliebene Integration über die Impulse der Teilchen im Endzustand wird als Phasenraumintegral mit dem Wert Φ_n bezeichnet:

$$\Phi_n = \frac{1}{(2\pi)^{3n-4}} \int \prod_{i=1}^n \frac{d^3 \mathbf{p}_i}{2E_i} \delta^4 \left(p_a + p_b - \sum_{i=1}^n p_i \right) . \quad (\text{B.4})$$

Mit einem konstanten Matrixelement können die Gleichungen (B.1) und (B.2) geschrieben werden als

$$\sigma_n = \frac{\Phi_n}{4\sqrt{p_a^2 p_b^2 - m_a^2 m_b^2}} |\mathcal{M}|^2 . \quad (\text{B.5})$$

Hier sind zwei Komponenten enthalten: eine, die den kinematisch erlaubten Bereich der Reaktion berücksichtigt - den zur Verfügung stehenden Phasenraum - und eine zweite, die die Physik der Reaktion enthält - das Übergangsmatrixelement \mathcal{M} .

In Kapitel 5 werden Pionen- und K^+ -Produktion miteinander verglichen. Dazu ist notwendig, den Einfluß des Phasenraums für den jeweiligen Endzustand zu bestimmen. Pionen- als auch K^+ -Produktion besitzen einen Drei-Teilchen-Endzustand:

$$NN \Rightarrow NN\pi \quad , \quad NN \Rightarrow N\Lambda K^+ \quad . \quad (\text{B.6})$$

Um das Phasenraumintegral für einen Drei-Teilchen-Endzustand zu berechnen, wird der Prozeß in zwei Subprozesse gespalten, die jeweils einen Zwei-Teilchen-Endzustand besitzen. Für beide Subprozesse wird dann das Phasenraumintegral eines Zwei-Teilchen-Endzustandes Φ_2 berechnet [Byc72]. Auf diese Weise läßt sich rekursiv das Phasenraumintegral eines Viel-Teilchen-Endzustandes lösen.

B.1 Zwei-Teilchen-Phasenraum

Nach Gleichung (B.4) gilt für den Zwei-Teilchen-Phasenraum

$$\Phi_2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^3\mathbf{p}_1 d^3\mathbf{p}_2}{2E_1(\mathbf{p}_1) 2E_2(\mathbf{p}_2)} \times \delta(E_a + E_b - E_1(\mathbf{p}_1) - E_2(\mathbf{p}_2)) \delta^3(\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \quad . \quad (\text{B.7})$$

Φ_n ist lorentzinvariant, so daß das Phasenraumintegral in einem beliebigen Bezugssystem berechnet werden kann. Zur Berechnung wird das Schwerpunktsystem gewählt. Hier gilt $\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b = \mathbf{0}$ und $E_a + E_b = \sqrt{s}$, wobei s die lorentzinvariante Mandelstamsche Variable

$$s = (p_a + p_b)^2 = (E_a + E_b)^2 - (\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b)^2 \quad (\text{B.8})$$

ist, die gleich der quadrierten totalen Energie im Schwerpunktsystem ist. Einsetzen in Gleichung (B.7) ergibt:

$$\Phi_2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^3\mathbf{p}_1 d^3\mathbf{p}_2}{2E_1(\mathbf{p}_1) 2E_2(\mathbf{p}_2)} \delta(\sqrt{s} - E_1(\mathbf{p}_1) - E_2(\mathbf{p}_2)) \delta^3(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) \quad (\text{B.9})$$

Impulserhaltung fordert $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$. Damit wird $\int d^3p_2 \delta^3(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = 1$ und man erhält

$$\Phi_2 = \frac{1}{16\pi^2} \int \frac{d^3\mathbf{p}_1}{E_1(\mathbf{p}_1) E_2(\mathbf{p}_2)} \delta(\sqrt{s} - E_1(\mathbf{p}_1) - E_2(\mathbf{p}_2)) \quad . \quad (\text{B.10})$$

Die Forderung von Kugelsymmetrie beschränkt nicht die Allgemeingültigkeit. Integration über polare und azimuthale Koordinaten ergibt dann mit $\int d^3p_1 = 4\pi \int p_1^2 dp_1$

$$\Phi_2 = \frac{1}{4\pi} \int \frac{p_1^2 dp_1}{E_1 E_2} \delta(\sqrt{s} - E_1 - E_2) \quad . \quad (\text{B.11})$$

Aus $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$ folgt $E_2 = \sqrt{p_1^2 + m_2^2}$. Durch Einsetzen in Gleichung (B.11) errechnet sich Φ_2 zu:

$$\Phi_2 = \frac{1}{4\pi} \int \frac{p_1^2 dp_1}{E_1 E_2} \delta\left(\sqrt{s} - \sqrt{p_1^2 + m_1^2} - \sqrt{p_1^2 + m_2^2}\right) . \quad (\text{B.12})$$

Mit $\int dx \delta(f(x)) = 1/|f'(x)|$ findet man:

$$\begin{aligned} \Phi_2 &= \frac{1}{4\pi} \frac{p_1^2}{E_1 E_2} \frac{1}{\frac{p_1}{E_1} + \frac{p_1}{E_2}} \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{p_1^2}{E_1 E_2} \frac{E_1 E_2}{p_1 \sqrt{s}} \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{p_1}{\sqrt{s}} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Einsetzen von $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$ in Gleichung (B.8) und auflösen nach p_1 ergibt:

$$p_1 = \frac{\sqrt{(s - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2 m_2^2}}{2\sqrt{s}} . \quad (\text{B.14})$$

Nach Einsetzen des Ergebnisses aus Gleichung (B.14) in Gleichung (B.13) findet man für den Zwei-Teilchen-Phasenraumfaktor

$$\Phi_2 = \frac{1}{8\pi} \frac{\sqrt{(s - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2 m_2^2}}{s} \quad (\text{B.15})$$

Gleichung (B.15) läßt sich mit der quadratischen Form

$$\lambda(x, y, z) = (x - y - z)^2 - 4yz \quad (\text{B.16})$$

vereinfachen zu

$$\Phi_2(s; m_1, m_2) = \frac{1}{8\pi} \frac{\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}}{s} . \quad (\text{B.17})$$

Der Phasenraumfaktor Φ_2 ist lediglich eine Funktion der quadrierten totalen Energie des Systems s und der Massen im Ausgangskanal m_1 und m_2 .

B.2 Drei-Teilchen-Phasenraum

Der Prozeß $a + b \rightarrow 1 + 2 + 3$ wird in zwei Subprozesse $a + b \rightarrow (1, 2) + 3$ und $(1, 2) \rightarrow 1 + 2$ gespalten. Der Integrand des Phasenraumintegrals läßt sich dann faktorisieren und man erhält

$$\Phi_3(s; m_1, m_2, m_3) = \frac{1}{2\pi} \int ds' \Phi_2(s, m_3^2, s') \Phi_2(s', m_1^2, m_2^2) , \quad (\text{B.18})$$

wobei über den erlaubten Massenbereich des Teilchenpaares $(1, 2)$ integriert wird. Für den ersten Subprozeß steht die Energie \sqrt{s} zur Verfügung und für den zweiten verbleibt $\sqrt{s'(s)}$.

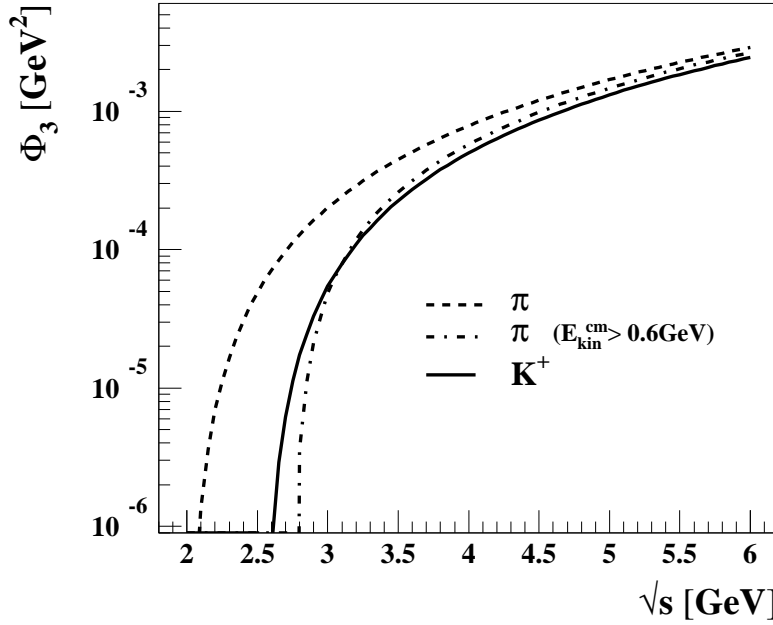


Abbildung B.1: Phasenraumfaktoren Φ_3 als Funktion von \sqrt{s} für Pionen, K^+ -Mesonen und Pionen mit einer kinetischen Energie im Schwerpunktsystem größer als 0.6 GeV.

s' berechnet sich nach Gleichung (B.8) im Schwerpunktsystem zu

$$\begin{aligned} s' &= (E_a + E_b - E_3)^2 - (\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b - \mathbf{p}_3)^2 \\ &= (\sqrt{s} - E_3)^2 - \mathbf{p}_3^2 = s - 2\sqrt{s}E_3 + m_3^2 \quad . \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

Einsetzen in Gleichung (B.17) ergibt für den Phasenraumfaktor des Drei-Teilchen-Endzustandes

$$\Phi_3(s; m_1, m_2, m_3) = \frac{1}{128\pi^3} \int_{(m_1+m_2)^2}^{(\sqrt{s}-m_3)^2} ds' \frac{\sqrt{\lambda(s, m_3^2, s')}}{s} \frac{\sqrt{\lambda(s', m_1^2, m_2^2)}}{s'} \quad . \quad (\text{B.20})$$

Die untere Integrationsgrenze hat den Wert der (quadrierten) Produktionsschwelle für das Teilchenpaar (1, 2), während die obere die maximal für (1, 2) zur Verfügung stehende (quadrierte) Energie ist (oder auch maximale invariante Masse des Teilchenpaares (1, 2)).

Integration über eine Teilchenenergie

Um eine Aussage über den Phasenraum der positiv geladenen Kaonen machen zu können, werden in Kapitel 5 sogenannte hochenergetische Pionen, deren Energie größer gleich

der Produktionsschwelle für K^+ -Mesonen ist, betrachtet. Dazu muß der für Pionen zur Verfügung stehende Energiebereich entsprechend eingeschränkt werden, was zur Folge hat, daß die Integration in Gleichung (B.20) nicht über s' sondern über die Teilchenenergie E_3 erfolgen muß. Hierzu wird eine Koordinatentransformation von $s' \Rightarrow E_3$ anhand Gleichung (B.19) durchgeführt. Man erhält dann aus Gleichung (B.20):

$$\Phi_3 = \frac{1}{32\pi^3} \int_{E_3^{min}}^{E_3^{max}} dE_3 \sqrt{E_3^2 - m_3^2} \frac{\sqrt{(s - 2\sqrt{s}E_3 + m_3^2 - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2m_2^2}}{s - 2\sqrt{s}E_3 + m_3^2} . \quad (\text{B.21})$$

Als untere Integrationsgrenze E_3^{min} wird für hochenergetische Pionen die Energie gesetzt, bei der die K^+ -Mesonen das Maximum des Wirkungsquerschnitts besitzen. Es wird nicht die K^+ -Schwelle gewählt, da direkt an der K^+ -Schwelle der Phasenraumfaktor für K^+ -Mesonen gleich Null ist, was für Pionen mit der gleichen totalen Energie nicht gilt. Die maximal zur Verfügung stehenden Energie für Teilchen 3 E_3^{max} ist dann erreicht, wenn Teilchen 1 und 2 ruhen: $s' = (m_1 + m_2)^2$. Auflösen der Gleichung (B.19) nach E_3 und ersetzen von s' ergibt

$$E_3^{min} = m_K + m_\Lambda - m_N + 0.07 \text{ GeV} \quad , \quad E_3^{max} = \frac{s + m_3^2 - (m_1 + m_2)^2}{2\sqrt{s}} . \quad (\text{B.22})$$

Der Phasenraumfaktor Φ_3 wird dann durch numerische Integration der Gleichung (B.20) berechnet. Als Funktion der Energie \sqrt{s} ist in Abbildung B.1 der Phasenraumfaktor für Pionen- und K^+ -Produktion dargestellt.

Invarianter differentieller Phasenraumfaktor

In Kapitel 5 werden spektrale Verteilungen von Pionen verwendet um eine Aussage bzgl. des Phasenraums für K^+ -Mesonen zu gewinnen. Um in dieser Darstellung den Einfluß des Phasenraums zu bestimmen, wird der invariante differentielle Phasenraumfaktor $Ed\Phi_3/d^3p$ berechnet. Gleichung (B.4) für den Drei-Teilchen-Phasenraum wird nach $d^3\mathbf{p}_3$ differenziert:

$$E_3 \frac{d\Phi_3}{d^3p_3} = \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^5} \int \frac{d^3\mathbf{p}_1}{2E_1} \frac{d^3\mathbf{p}_2}{2E_2} \delta^4 \left(p_a + p_b - \sum_{i=1}^3 p_i \right) . \quad (\text{B.23})$$

Nach Gleichung (B.7) und (B.18) ist dies gerade der Ausdruck für den Zwei-Teilchen-Phasenraumfaktor $\Phi_2(s'; m_1, m_2)$ des "Zerfalls" des Teilchenpaares $(1, 2) \rightarrow 1 + 2$:

$$\begin{aligned} E_3 \frac{d\Phi_3}{d^3p_3} &= \frac{1}{16\pi^4} \Phi_2(s'; m_1, m_2) \\ &= \frac{1}{32\pi^4} \frac{\sqrt{\lambda(s'; m_1, m_2)}}{s'} , \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

wobei der Ausdruck für s' in Gleichung (B.19) gegeben ist.

In Abbildung B.2 ist nach Gleichung (B.24) der invariante differentielle Phasenraumfaktor als Funktion der zur Produktion des Teilchens notwendigen Energie $E_{kin} + E_{thr}$ für

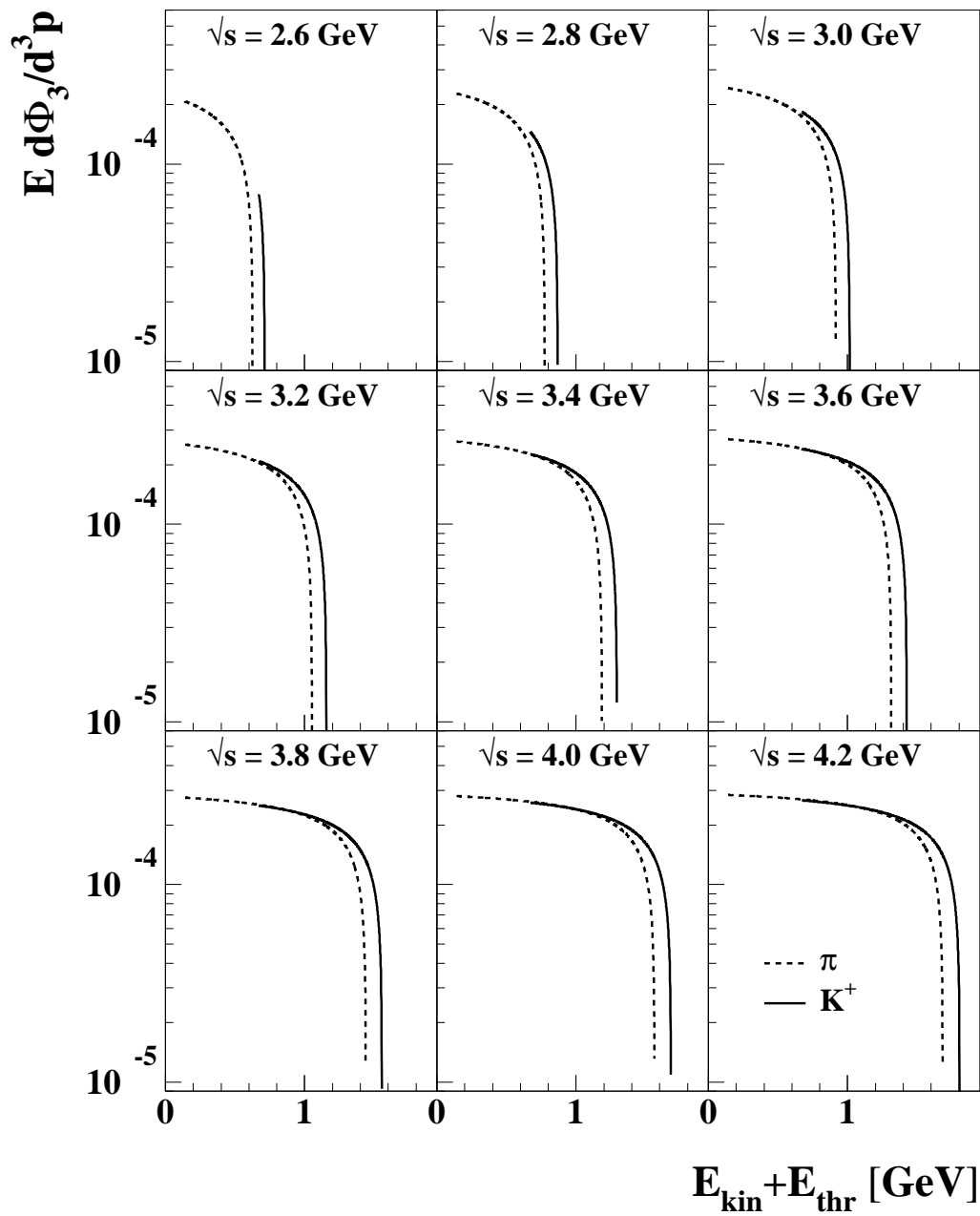


Abbildung B.2: Invarianter differentieller Phasenraumfaktor nach Gleichung (B.24) als Funktion der zur Produktion des Teilchens notwendigen Energie $E_{\text{kin}} + E_{\text{thr}}$ für Pionen und K^+ -Mesonen

Pionen und K^+ -Mesonen bei verschiedenen Energien \sqrt{s} dargestellt. Es ist zu erkennen, daß bei Energien $\sqrt{s} \geq 3.0$ GeV die Verteilungen bei kleinen K^+ -Energien sich berühren. Je größer die Energie \sqrt{s} ist, desto größer wird der Bereich, in dem die Verteilungen übereinstimmen. Allerdings überlappen nahe der K^+ -Schwelle bei $\sqrt{s} = 2.6$ GeV die Verteilungen für Pionen und K^+ -Mesonen nicht bzw. die Verteilung der Pionen endet prinzipiell bei kleineren Energien $E_{kin} + E_{thr}$. Der Grund liegt in der Impulserhaltung: den großen Impuls des hochenergetischen Pions müssen entgegengesetzt die beiden Nukleonen im Ausgangskanal zusammen erhalten, was effektiv die zur Produktion zur Verfügung stehende Energie verringert.

Literaturverzeichnis

- [Aic85] J. Aichelin and C. M. Ko. “Subthreshold Kaon Production as a Probe of the Nuclear Equation of State”. *Physical Review Letters*, Vol. 55, p. 2661, 1985.
- [Aic86] J. Aichelin and H. Stöcker. “Quantum-Molecular-Dynamics- A Novel Approach to N-Body Correlations in Heavy-Ion Collisions”. *Physics Letters B*, Vol. 176, p. 14, 1986.
- [Aic91] J. Aichelin. ““Quantum“ Molecular Dynamics- a Dynamical Microscopic N-Body Approach to Investigate Fragment Formation and the Nuclear Equation of State in Heavy Ion Collisions”. *Physics Reports*, Vol. 202, p. 233, 1991.
- [And99] A. Andronic et al. “Elliptic Flow and Equation of State in Heavy Ion Collisions at SIS”. *Nuclear Physics A*, Vol. 661, p. 333c, 1999.
- [Bal93] P. Baltes. *Entwicklung eines modularen Datenaufnahmesystems auf Transputerbasis zur Auslese der Vieldrahtkammern am Kaonenspektrometer*. Diplomarbeit, Technische Hochschule Darmstadt (D), 1993.
- [Bar97] R. Barth, P. Beckerle, C. Bormann, D. Brill, M. Cieřlak, M. Dębowski, E. Grosse, P. Koczoń, B. Kohlmeier, F. Laue, M. Mang, D. Miřkowiec, C. Müntz, H. Oeschler, F. Pühlhofer, R. Schicker, E. Schwab, P. Senger, Y. Shin, J. Speer, R. Stock, C. Ströbele, H. Sturm, K. Völkel, A. Wagner, and W. Waluř. “Probing in-medium Effects by Observing K^+ and K^- Production in Ni+Ni Collisions at Equivalent Beam Energies”. *Physical Review Letters*, Vol. 78, pp. 4007–4010, 1997.
- [Bas94] S. Bass, M. Hoffmann, C. Hartnack, H. Stöcker, and W. Greiner. “Probing Δ Resonance Production in Au+Au Collisions at 1 GeV/Nucleon”. *Physics Letters B*, Vol. 335, p. 289, 1994.
- [Bas97] S. Bass. *Eigenschaften heißer dichter Kernmaterie in mikroskopischen Transportmodellen*. Dissertation, Universität Frankfurt (D), 1997.
- [Bec93] P. Beckerle. *Aufbau und Test eines Detektorsystems zur Bestimmung der Strahlintensität für Messungen am Kaonenspektrometer*. Diplomarbeit, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt/Main (D), 1993.
- [Bet85a] H. Bethe and G. Brown. “Wie eine Supernova explodiert”. *Spektrum der Wissenschaft*, Vol. 7, p. 54, 1985.

- [Bet85b] H. Bethe and J. R. Wilson. “Revival of a Stalled Supernova Shock by Neutrino Heating”. *The Astrophysical Journal*, Vol. 295, p. 14, 1985.
- [Bla76] J. P. Blaizot, D. Gogny, and B. Grammaticos. “Nuclear Compressibility and Monopole Resonances”. *Nuclear Physics A*, Vol. 265, p. 315, 1976.
- [Bla95] J. P. Blaizot, J. F. Berger, J. Decharge, and M. Girod. “Microscopic and macroscopic determinations of nuclear compressibility”. *Nuclear Physics A*, Vol. 591, p. 435, 1995.
- [Böt00] I. M. Böttcher. *Produktion und Propagation von Kaonen in Kern-Kern-Kollisionen weit unterhalb der Nukleon-Nukleon-Schwellenenergie*. Dissertation, Philipps-Universität Marburg (D), 2000.
- [Bra97] E. L. Bratkovskaya, W. Cassing, and U. Mosel. “Analysis of Kaon Production at SIS Energies”. *Nuclear Physics A*, Vol. 622, p. 593, 1997.
- [Bre79] A. Breskin, G. Charpak, S. Majewski, G. Melchart, G. Petersen, and F. Sauli. “The Multistep Avalanche Chamber: a New Family of Fast, High-Rate Particle Detectors”. *Nuclear Instruments and Methods*, Vol. 161, p. 19, 1979.
- [Bri93] D. Brill. *Azimutal anisotrope Teilchenemission in relativistischen Schwerionenstößen*. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt/Main (D), 1993.
- [Bro82] G. Brown, H. Bethe, and G. Baym. “Supernova Theory”. *Nuclear Physics A*, Vol. 375, p. 481, 1982.
- [Bro94] G. E. Brown and H. A. Bethe. “A Scenario for a Large Number of Low Mass Black Holes in the Galaxy”. *The Astrophysical Journal*, Vol. 423, p. 659, 1994.
- [Buc84] G. Buchwald, G. Graebner, J. Theis, J. Maruhn, W. Greiner, and H. Stöcker. “Kinetic Energy Flow in Nb(400 A MeV)+Nb: Evidence for Hydrodynamic Compression of Nuclear Matter”. *Physical Review Letters*, Vol. 52, p. 1594, 1984.
- [Byc72] E. Byckling and K. Kajantie. *Particle Kinematics*. John Wiley and Sons, 1 Ed., 1972.
- [Cas90] W. Cassing. “Production of Energetic Particles in Heavy-Ion Collisions”. *Physics Reports*, Vol. 188, p. 363, 1990.
- [Cha70] G. Charpak, D. Rahm, and H. Steiner. “Some Developments in the Operation of Multiwire Proportional Chambers”. *Nuclear Instruments and Methods*, Vol. 80, p. 13, 1970.
- [Cle99] J. Cleymans, H. Oeschler, and K. Redlich. “Influence of impact parameter on thermal description of relativistic heavy ion collisions at GSI/SIS”. *Physical Review C*, Vol. 59, p. 1663, 1999.

- [Cle00] J. Cleymans, H. Oeschler, and C. Redlich. “Statistical Model Description of K^+ and K^- Production between 1 - 10 AGeV”. *Physics Letters B*, Vol. 485, p. 27, 2000.
- [CNA93] CN/ASD Group. *Detector Description and Simulation Tool, Program Library W5013*. CERN, 3.21 Ed., 1993.
- [Deb96] M. Dębowski, R. Barth, M. Boivin, Y. Le Bornec, M. Cieślak, M. P. Comets, P. Courtat, R. Gacougnolle, E. Grosse, T. Kirchner, J. M. Martin, D. Miśkowiec, C. Müntz, E. Schwab, P. Senger, C. Sturm, B. Tatischeff, A. Wagner, W. Waluś, N. Willis, R. Wurzinger, J. Yonnet, and A. Zghiche. “Subthreshold K^+ Production in Proton-Nucleus Collisions”. *Zeitschrift für Physik A*, Vol. 356, pp. 313–325, 1996.
- [Deb97] M. Dębowski, P. Senger, M. Boivin, Y. Le Bornec, P. Courtat, R. Gacougnolle, E. Grosse, S. Kabana, T. Kirchner, P. Koczoń, M. Mang, E. Schwab, B. Tatischeff, A. Wagner, W. Waluś, N. Willis, G. Wolf, R. Wurzinger, and J. Yonnet. “Subthreshold K^+ Production in Deuteron and Alpha induced Nuclear Reactions”. *Physics Letters B*, Vol. 413, pp. 8–14, 1997.
- [Dev01] A. Devismes. *K^+ production in heavy ion collisions at 1.5 AGeV*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt (D), 2001.
- [Fai86] G. Fáí and J. Randrup. “FREESCO: Statistical Event Generator for Nuclear Collisions”. *Computational Physics Communications*, Vol. 42, p. 385, 1986.
- [Fan94] X. S. Fang, C. M. Ko, G. Q. Li, and Y. M. Zheng. “The relativistic transport model description of subthreshold kaon production in heavy ion collisions”. *Nuclear Physics A*, Vol. 575, p. 766, 1994.
- [För02] A. Foerster. *in Vorbereitung*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt (D), 2002.
- [Fri93] E. Friedman, A. Gal, and C. Batty. “Density dependence in kaonic atoms”. *Physics Letters B*, Vol. 308, p. 6, 1993.
- [Fri94] E. Friedman, A. Gal, and C. Batty. “Density dependent K^- nuclear optical potentials from kaonic atoms”. *Nuclear Physics A*, Vol. 579, p. 518, 1994.
- [Fri97] E. Friedman et al. “ K^+ nucleus reaction and total cross sections: New analysis of transmission experiments”. *Physical Review C*, Vol. 55, p. 1304, 1997.
- [Fuc00] C. Fuchs. “private Mitteilung”. 2000.
- [Fuc01] C. Fuchs, A. Faessler, E. Zabrodin, and Z. Y. “Probing the nuclear equation of state by K^+ production in heavy ion collisions”. *Physical Review Letters*, Vol. 86, p. 1974, 2001.

- [Gas82] J. Gasser and H. Leutwyler. “Quark Masses”. *Physics Reports*, Vol. 87, p. 77, 1982.
- [Gaz95] M. Gazdzicki and D. Röhrich. “Pion multiplicity in nuclear collisions”. *Zeitschrift für Physik C*, Vol. 65, p. 215, 1995.
- [Gei93] G. Geiermann. *Aufbau und Test der Auswerte-Elektronik einer Vieldrahtproportional-kammer am Kaonenspektrometer*. Diplomarbeit, Fachhochschule Darmstadt (D), Fachbereich Automatisierungstechnik, 1993.
- [Gel53] M. Gell-Mann. *Physics Reports*, Vol. 92, p. 833, 1953.
- [Gel64] M. Gell-Mann. *Physics Letters*, Vol. 8, p. 214, 1964.
- [Har85] J. Harris, R. Bock, R. Brockmann, A. Sandoval, R. Stock, G. Ströbele, H. Ody-niec, H. Pugh, L. Schroeder, R. Renfordt, D. Schall, D. Bangert, W. Rauch, and K. Wolf. “Pion Production as a Probe of the Nuclear Matter Equation of State”. *Physics Letters B*, Vol. 153, p. 377, 1985.
- [Har93] C. Hartnack. *Beschreibung von Flußeﬀekten und Teilchenproduktion in relativisti-schen Schwerionenstößen*. Dissertation, Universität Frankfurt (D), 1993.
- [Har94] C. Hartnack et al. “Out of plane squeeze of clusters in relativistic heavy ion collisions”. *Physics Letters B*, Vol. 336, p. 131, 1994.
- [Har00] C. Hartnack and J. Aichelin. “private Mitteilung”. 2000.
- [Hil89] W. Hillebrandt, E. Müller, and R. Mönchmeyer. “The Nuclear Equation of State”. *NATO ASI series. Series B: Physics Vol. 216 A*, edited by W. Greiner and H. Stöcker, Plenum Press, p. 689, 1989.
- [Kho97] D. T. Khoa, G. R. Satchler, and W. von Oertzen. “Nuclear incompressibility and density dependent NN interactions in the folding model for nucleus-nucleus potentials”. *Physical Review C*, Vol. 56, p. 954, 1997.
- [Koh90] B. Kohlmeyer, W. Konrad, H. Pöppel, B. Schlei, and F. Pühlhofer. “Status of the TOF-Detectors and the Laser Calibration System for the Kaon Spectrometer at SIS”. GSI Scientific Report 1989, 1990.
- [Koh00] B. Kohlmeyer. “private Mitteilung”. 2000.
- [Kol99] G. Kolomeitsev. “private Mitteilung”. 1999.
- [Kru85] H. Kruse, B. V. Jacak, J. J. Molitoris, G. D. Westfall, and H. Stöcker. “Vlasov-Uehling-Uhlenbeck Theory of Medium-Energy Heavy Ion Reactions: Role of Mean Field Dynamics and Two Body Collisions”. *Physical Review C*, Vol. 31, p. 1770, 1985.
- [Lat47] C. M. G. Lattes, H. Muirhead, G. P. Occhialini, and C. F. and Powell. *Nature*, Vol. 159, p. 694, 1947.

- [Lau99a] F. Laue. *Erzeugung von Kaonen und Antikaonen in Kern-Kern-Stößen*. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt/Main (D), 1999.
- [LaSt99] F. Laue, C. Sturm, I. Böttcher, M. Dębowski, A. Förster, E. Grosse, P. Koczoń, B. Kohlmeyer, M. Mang, L. Naumann, H. Oeschler, F. Pühlhofer, E. Schwab, P. Senger, Y. Shin, J. Speer, H. Ströbele, G. Surowka, F. Uhlig, A. Wagner, and W. Waluś. “Medium Effects in Kaon and Antikaon Production in Nuclear Collisions at Subthreshold Beam Energies”. *Physical Review Letters*, Vol. 82, p. 1640, 1999.
- [Li95] G. Q. Li and C. M. Ko. “Subthreshold kaon production and the nuclear equation of state”. *Physics Letters B*, Vol. 349, p. 405, 1995.
- [Lut98] M. Lutz. “Nuclear kaon dynamics”. *Physics Letters B*, Vol. 426, p. 12, 1998.
- [Lut00] M. Lutz. “private Mitteilung”. 2000.
- [Man97] M. Mang. *Produktion von K^+ -Mesonen in $^{197}\text{Au}+^{197}\text{Au}$ Stößen bei 1 GeV/Nukleon*. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt/Main (D), 1997.
- [Men00a] M. Menzel. *Entwicklung eines Tracking-Triggers für Magnetspektrometer und Messung der K^+ - und K^- -Produktionsraten in Kern-Kern-Stößen bei Strahlenergien von 1-2 AGeV*. Dissertation, Philipps-Universität Marburg (D), 2000.
- [Men00b] M. Menzel, I. Böttcher, M. Debowski, F. Dohrmann, A. Förster, E. Grosse, P. Koczon, B. Kohlmeyer, F. Laue, L. Naumann, H. Oeschler, F. Pühlhofer, E. Schwab, P. Senger, Y. Shin, H. Ströbele, C. Sturm, G. Surowka, F. Uhlig, A. Wagner, and W. Walus. “First Measurement of Antikaon Phase-Space Distributions in Nucleus-Nucleus Collisions at Subthreshold Beam Energies”. *Physics Letters B*, Vol. 495, p. 26, 2000.
- [Mis94a] D. Miśkowiec, W. Ahner, R. Barth, M. Cieślak, M. Dębowski, E. Grosse, W. Henning, P. Koczoń, R. Schicker, E. Schwab, P. Senger, P. Baltes, C. Müntz, H. Oeschler, S. Sartorius, C. Sturm, A. Wagner, P. Beckerle, C. Bormann, D. Brill, Y. Shin, J. Stein, R. Stock, H. Ströbele, B. Kohlmeyer, H. Pöpl, F. Pühlhofer, J. Speer, K. Völkel, and W. Waluś. “Observation of Enhanced Subthreshold K^+ Production in Central Collisions between Heavy Nuclei”. *Physical Review Letters*, Vol. 72, p. 3650, 1994.
- [Mis94b] D. Miśkowiec, E. Grosse, P. Senger, and W. Waluś. “Threshold Cherenkov Detectors for a Meson Trigger in a Magnetic Spectrometer”. *Nuclear Instruments and Methods A*, Vol. 350, p. 174, 1994.
- [Mün93] C. Müntz. *Untersuchungen zur Pionenproduktion in relativistischen Schwerionenreaktionen symmetrischer Massensysteme*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt (D), 1993.

- [Mün97] C. Müntz, P. Baltes, H. Oeschler, S. Sartorius, C. Sturm, A. Wagner, C. Bormann, D. Brill, Y. Shin, J. Stein, H. Ströbele, W. Ahner, R. Barth, M. Cieślak, M. Dębowski, E. Grosse, W. Henning, P. Koczoń, M. Mang, D. Miśkowiec, R. Schicker, P. Senger, B. Kohlmeyer, H. Pöppl, F. Pühlhofer, J. Speer, K. Völkel, and W. Waluś. “Pion Production in Mass-Symmetric Heavy-Ion Collisions at 0.8 - 1.8 AGeV”. *Zeitschrift für Physik A*, Vol. 357, pp. 1399–1409, 1997.
- [Pai52] A. Pais. *Physics Reports*, Vol. 86, p. 663, 1952.
- [PDG94] Particle Data Group. “Review of Particle Properties”. *Physical Review D*, Vol. 1173, 1994.
- [Pel97] D. Pelte et al. “Charged Pion Production in Au on Au Collisions at 1 AGeV”. *Zeitschrift für Physik A*, Vol. 357, p. 215, 1997.
- [Pop93] H. Pöppl. *Messung der Emission von Protonen und leichten Kernen in der Reaktion $^{197}\text{Au}+^{197}\text{Au}$ bei 1 GeV/u Strahlenergie*. Dissertation, Philipps-Universität Marburg/Lahn (D), 1993.
- [Roc47] G. D. Rochester and C. C. Butler. *Nature*, Vol. 160, p. 855, 1947.
- [Rut11] E. Rutherford. *Phil. Mag.*, Vol. 21, p. 669, 1911.
- [Sar91] A. Sartorius. *Aufbau und Test einer Vieldrahtproportionalkammer zum Teilchennachweis am Kaonenspektrometer*. Diplomarbeit, Technische Hochschule Darmstadt (D), 1991.
- [Schn89] A. Schnetzer et al. “Inclusive production of K^+ -mesons in 2.1-GeV/nucleon nuclear collisions”. *Physical Review C*, Vol. 40, p. 640, 1989.
- [Schi91] R. Schicker, W. Ahner, and P. Koczoń. “Simulation of 1st and 2nd Level Trigger for the Kaon Spectrometer”. GSI Scientific Report 1990, 1991.
- [Schw96] E. Schwab. “private Mitteilung”. 1996.
- [Scha97] J. Schaffner, J. Bondorf, and I. Mishustin. “In-medium production of kaons at the mean-field level”. *Nuclear Physics A*, Vol. 625, p. 325, 1997.
- [Sen93] P. Senger, W. Ahner, P. Baltes, P. Beckerle, C. Bormann, D. Brill, M. Cieślak, E. Grosse, W. Henning, P. Koczoń, B. Kohlmeyer, W. Konrad, D. Miśkowiec, C. Müntz, H. Oeschler, H. Pöppl, W. Prokopowicz, F. Pühlhofer, S. Sartorius, R. Schicker, B. Schlei, E. Schwab, Y. Shin, J. Speer, J. Stein, K. Stiebing, R. Stock, H. Ströbele, C. Sturm, K. Völkel, A. Wagner, and W. Waluś. “The Kaon Spectrometer at SIS(GSI)”. *Nuclear Instruments and Methods A*, Vol. 327, p. 393, 1993.
- [Shi92] Y. Shin. *Energie- und Flugzeitmessung im Projektilfragmentationsbereich in Kern-Kern-Stößen bei 1 GeV/u*. Diplomarbeit, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt/Main (D), 1992.

- [Shi98] Y. Shin, W. Ahner, R. Barth, D. Brill, M. Cieřlak, M. Dębowski, E. Grosse, P. Koczoń, B. Kohlmeyer, F. Laue, M. Mang, D. Miřkowiec, C. Müntz, H. Oeschler, F. Pühlhofer, E. Schwab, R. Schicker, P. Senger, J. Speer, H. Ströbele, C. Sturm, A. Wagner, and W. Waluř. “Enhanced Out-of-Plane Emission of K^+ Mesons Observed in Au + Au Collisions at 1 A GeV”. *Physical Review Letters*, Vol. 81, p. 1576, 1998.
- [Sic94] I. Sick, S. Fantoni, A. Fabrocini, and O. Benhar. “Spectral function of medium-heavy nuclei and electron scattering”. *Physics Letters B*, Vol. 323, p. 267, 1994.
- [Sky59] T. H. R. Skyrme. “The effective nuclear potential”. *Nuclear Physics*, Vol. 9, p. 615, 1959.
- [Sof99] S. Soff et al. “Strangeness Production within microscopic UrQMD model in HIC”. GSI Scientific Report 1998, 1999.
- [Ste91] H. Stelzer. “Multiwire Chambers with a Two-Stage Gas Amplification”. *Nuclear Instruments and Methods A*, Vol. 310, p. 103, 1991.
- [Sto82] R. Stock et al. “Compression Effects in Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions”. *Physical Review Letters*, Vol. 49, p. 1236, 1982.
- [Sto86a] R. Stock. “Particle Production in High Energy Nucleus-Nucleus Collisions”. *Physics Reports*, Vol. 135, p. 259, 1986.
- [Sto86b] H. Stöcker and W. Greiner. “High Energy Heavy Ion Collisions - Probing the Equation of State of Highly Excited Hadronic Matter.”. *Physics Reports*, Vol. 137, p. 277, 1986.
- [Stu95] C. Sturm. *Pionenproduktion im System Ni+Ni bei 1.8 GeV/Nukleon und die Anodenauslese einer Vieldrahtproportionalzählkammer am Kaonenspektrometer*. Diplomarbeit, Technische Hochschule Darmstadt (D), 1995.
- [Stu96] C. Sturm, J. J. Blanco Pillado, H. Oeschler, H. Stelzer, and A. Wagner. “Test of Gas Mixtures for Multiwire Proportional Chambers”. GSI Scientific Report 1995, 1996.
- [Stu01] C. Sturm, I. Böttcher, M. Dębowski, A. Förster, E. Grosse, P. Koczoń, B. Kohlmeyer, F. Laue, M. Mang, L. Naumann, H. Oeschler, F. Pühlhofer, E. Schwab, P. Senger, Y. Shin, J. Speer, H. Ströbele, G. Surowka, F. Uhlig, A. Wagner, and W. Waluř. “Evidence for a Soft Nuclear Equation-of-State from Kaon Production in Heavy-Ion Collisions”. *Physical Review Letters*, Vol. 86, p. 39, 2001.
- [Uhl02] F. Uhlig. *in Vorbereitung*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt (D), 2002.
- [Uhl96] F. Uhlig. “private Mitteilung”. 1996.

- [Van95] D. Van Neck, A. E. L. Dieperink, and E. Moya de Guerra. “The spectral function for finite nuclei in the local density approximation”. *Physical Review C*, Vol. 51, p. 1800, 1995.
- [Ver82] B. J. VerWest and R. A. Arndt. “NN single pion production cross sections below 1500 MeV”. *Physical Review C*, Vol. 25, p. 1979, 1982.
- [Wag92] A. Wagner. *Flugzeitmessungen am Kaonenspektrometer*. Diplomarbeit, Technische Hochschule Darmstadt (D), 1992.
- [Wag94] A. Wagner, P. Baltés, C. Müntz, H. Oeschler, C. Sturm, J. Hehner, and H. Stelzer. “Curing Wire Chamber Aging”. GSI Scientific Report 1993, 1994.
- [Wag96] A. Wagner. *Systematische Untersuchung symmetrischer Schwerionenreaktionen: Pionen als Sonden der Reaktionsdynamik*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt (D), 1996.
- [You77] D. H. Youngblood, C. M. Rozsa, J. M. Moss, D. R. Brown, and J. D. Bronson. “Isoscalar Breathing-Mode State in ^{144}Sm and ^{208}Pb ”. *Physical Review Letters*, Vol. 39, p. 1188, 1977.
- [You99] D. H. Youngblood, H. L. Clark, and Y.-W. Lui. “Incompressibility of Nuclear Matter from Giant Monopole Resonance”. *Physical Review Letters*, Vol. 82, p. 691, 1999.
- [Yuk35] H. Yukawa. *Proc. Phys. Math. Soc. (Japan)*, Vol. 17, p. 48, 1935.

Danksagung

Zur erfolgreichen Durchführung und Auswertung von Experimenten dieser Größenordnung bedarf es eines intakten Teams. Dies trifft beispielhaft für die KaoS-Kollaboration zu. An dieser Stelle möchte ich mich für die ausgezeichnete Zusammenarbeit in angenehmer Atmosphäre und den hervorragenden Teamgeist herzlichst bedanken.

Meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. Peter Braun-Munzinger bin ich nicht nur für anregende und motivierende Diskussionen zu großem Dank verpflichtet. Er gewährte mir große Freiräume zur persönlichen Entfaltung.

Meinen ganz besonderen Dank möchte ich Herrn Priv.-Doz. Dr. habil. Helmut Oeschler für die vorzügliche Betreuung und das mit Weitsicht ausgewählte Thema aussprechen. Er begleitete verständnisvoll die Höhen und Tiefen nicht nur während der Arbeit an der Dissertation sondern auch privater Natur.

Für sein überragendes experimentelles Engagement möchte ich Herrn Priv.-Doz. Dr. habil. Peter Senger danken. Er trug den größten Anteil zum Gelingen der Experimente am Kaonenspektrometer bei. Zugleich waren die kritischen Anmerkungen - sei es zum Verständnis der Experimente oder auch zur Datenanalyse - ein steter Ansporn.

Mein persönlicher und inniger Dank gilt Dr. Christian Müntz und Dr. Andreas Wagner. Waren es fruchtbare Diskussionen oder gut gemeinte Ratschläge - sie hatten immer ein offenes Ohr. Ihre Freundschaft war mir eine große Hilfe.

Meinen Kollegen Dipl.-Phys. Andreas Förster und Dipl.-Phys. Florian Uhlig danke ich für unzählige ernste oder erheiternde aber immer lebendige Debatten - nicht nur zum Thema "Datenanalyse". Die tägliche Zusammenarbeit war mir eine große Freude.

Dr. Anton Andronic danke ich für interessante Erläuterungen bzgl. des kollektiven Flusses von Baryonen und seine Unterstützung mit Ergebnissen der FOPI-Kollaboration.

Bei der GSI-Theoriegruppe unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. Wolfgang Nörenberg, die den Dialog zwischen Experiment und Theorie stets fördert, bedanke ich mich für die exzellente Unterstützung. Dies gilt im besonderen für die Herrn Priv.-Doz. Dr. habil. Bengt Friman und Prof. Dr. Jörn Knoll, mit deren Hilfe ich den Weg durch den "Phasenraum" fand. Nicht minder wertvoll waren die geduldigen Erläuterungen zum Thema "Hadronen in dichter Kernmaterie" durch Dr. Matthias Lutz.

In die "Welt der Transportmodelle" unterwies mich Prof. Dr. Jörg Aichelin, Priv.-Doz. Dr. habil. Christian Fuchs und Dr. Christoph Hartnack. Für ihre hervorragende Unterstützung mit zahlreichen Rechnungen möchte ich mich herzlich bedanken.

Im Falle einer defekten Vieldrahtproportionalkammer fand ich in den Mitarbeitern des Detektorlabors unter der Leitung von Herrn Dr. Herbert Stelzer spontane und tatkräftige Hilfe in freundschaftlicher Atmosphäre. Hierfür möchte ich mich besonders bei den Herrn Heinz Daues und Dipl.-Ing. Jörg Hohner bedanken.

Herrn Dipl. Ing. Klaus Dapp danke ich herzlich für die meisterlich gründliche Durchsicht des Manuskripts.

Meiner Frau Ewa und meinem Sohn Philip danke ich für ihre Anteilnahme und ihr Verständnis während meiner Promotion ... auch wenn Papa viel zu selten zu Hause war!

Die vorbehaltlose Unterstützung meiner Eltern ermöglichte mir das Studium und die Promotion. Ihnen gebührt der größte Dank.