

Johann Wolfgang Goethe-Universität
Frankfurt

Fachbereich Physik
Institut für Kernphysik

Studien zur Effizienzkorrektur
von Teilchenzahlfluktuationen in
Schwerionenkollisionen

Masterarbeit

07.12.2016

Vorgelegt von: Melanie Szala
geb. am: 02.12.1989
Studiengang: Physik
Gutachter: Prof. Dr. Joachim Stroth
Zweitgutachter: Dr. Romain Holzmann

Zusammenfassung

Das HADES (**H**igh **A**ccceptance **D**i**E**lectron **S**pectrometer) Experiment am SIS18 Beschleuniger des GSI Helmholtzzentrums für Schwerionenforschung dient der Untersuchung von Schwerionenkollisionen im niedrigen GeV-Bereich. Die Messung von Au+Au-Kollisionen mit einer Kollisionsenergie von 1.23 GeV/u ($\sqrt{s_{NN}} = 2.41$ GeV) aus dem Jahre 2012 erweitert die Daten des RHIC Beam Energy Scans zu niedrigen Energien hin.

Schwerionenkollisionen ermöglichen die Untersuchung des Phasendiagramms der Kernmaterie in weiten Bereichen durch Variation des Kollisionssystems sowie der Strahlenergie. Es wird vorausgesagt, dass die Momente höherer Ordnung von Erhaltungsgrößen (z. B. Baryonzahl, Ladung, Strangeness) empfindlich auf einen Phasenübergang erster Ordnung und insbesondere auf einen kritischen Punkt im Phasendiagramm reagieren, d.h. starke Fluktuationen in den Momenten auftreten. Diese sind im Besonderen Abweichungen von einer Poissonverteilung. In dieser Arbeit werden hauptsächlich unterschiedliche Methoden zur Effizienzkorrektur der höheren Momente von Protonenverteilungen untersucht.

Die ersten vier Momente einer Teilchenzahlverteilung sind ihr Mittelwert (M), ihre Standardabweichung (σ), ihre Skewness (S) und ihre Kurtosis (κ). Um den Volumeneffekt des Kollisionssystems aufzuheben, werden häufig die Produkte der Momente höherer Ordnung $S \cdot \sigma$ und $\kappa \cdot \sigma^2$ verwendet. Bei der Analyse von experimentellen Daten ist die Effizienzkorrektur ein wichtiger Schritt, um die Momente höherer Ordnung der Protonenzahlverteilungen zu erhalten. Zu diesem Zweck wurden detaillierte Untersuchungen zur Effizienzkorrektur mit Au + Au UrQMD-Ereignissen und GEANT-Simulationen durchgeführt. Zwei verschiedene Methoden der Effizienzkorrektur wurden getestet: Korrektur der Momente und Entfaltung der Verteilungen.

Das erste Verfahren besteht darin, die gemessenen Momente für die Effizienz zu korrigieren. Die lokalen Effizienzkorrekturen umfassen dabei eine Abhängigkeit der Effizienz von dem Phasenraum z. B. transversaler Impuls und Rapidität. In dieser Arbeit wurden die Protonenzahlverteilungen in einer zentralitätsabhängigen Weise in einem festen Phasenraumfenster von $p_t = 400 - 1600$ MeV und $|y_{cm}| \pm 0,2$ analysiert. Die Ergebnisse dieser Methode zeigten Probleme mit diesem Ansatz auf, der eine konstante Spurrekonstruktionseffizienz voraussetzt. Daher wurde das Verfahren in Abhängigkeit von der Spur- multiplizität in den verschiedenen Sektoren des HADES-Spektrometers zu einer Event-by-Event-Effizienzkorrektur erweitert. Damit korrigiert diese Methode die Momente höherer Ordnung semi-peripherer Kollisionen recht gut, während aber die zentralsten Kollisionen immer noch Restabweichungen hat.

Als zweite Methode der Effizienzkorrektur wurde die Entfaltung untersucht. Dies wurde mit dem ROOT-TUnfold-Paket realisiert, das auf der Methode kleinster Quadrate mit Tikhonov-Regularisierung basiert. Die Detektor Responsematrix wird dabei aus unseren

UrQMD-Simulationen gewonnen. Um die beiden Verfahren der Effizienzkorrektur zu vergleichen, wurde das Entfaltungsverfahren in denselben Zentralitätsklassen und demselben Phasenraumfenster analysiert. Innerhalb der statistischen Fehlerbalken liefert das Entfaltungsverfahren ein zuverlässiges Ergebnis und gibt auch die Momente für die zentralsten Kollisionen wieder.

Nach der erfolgreichen Untersuchung in der Simulation konnten die beiden Methoden der Effizienzkorrektur auf die experimentellen Daten angewendet werden und die höheren Momente der Protonenverteilungen extrahiert werden. Es zeigt sich, dass die beiden Methoden auch in den experimentellen Au+Au Daten plausible und konsistente Ergebnisse liefern. Dies ermöglicht einen Vergleich der höheren Momente mit den energieabhängigen Ergebnissen der STAR-Kollaboration.

Da die betrachtete Erhaltungsgröße die Baryonzahl ist, kann bei höheren Strahlenergie die (Netto-)Protonenzahl repräsentativ verwendet werden. Bei der niedrigen Energie am SIS18 werden jedoch viele leichte Kerne produziert. Um den Einfluss der gebundenen Protonen auf die höheren Momente zu untersuchen, werden abschließend die in Deuteronen gebundenen Protonen zur Analyse der Protonenzahl hinzugenommen und die höheren Momente von freien sowie gebundenen Protonen bestimmt. Diese Ergebnisse können wiederum mit den höheren Momenten der (Netto-)Protonenverteilungen von STAR verglichen werden.

Abstract

The HADES (**H**igh **A**ccentance **D**i**E**lectron **S**pectrometer) experiment at the SIS18 accelerator of the GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung investigates heavy ion collisions at low beam energies. Measurements of Au+Au collisions with 1.23A GeV ($\sqrt{s_{NN}}=2.41$ GeV) from the year 2012 extend the data taken in the RHIC Beam Energy Scan to lower energies.

By varying the collision system and the beam energy of heavy ion collisions one can access broad areas of the phase diagram of strongly interacting matter. In particular, higher order moments of conserved quantities (e.g. baryon number, charge, strangeness) are predicted to be sensitive to a first order phase transition and especially to the critical point of the QCD phase diagram. Strong fluctuations would indeed modify these moments resulting in deviations from a Poisson distribution. In this thesis different methods of efficiency correction of the higher order moments of proton distributions are investigated, first in simulation then on HADES data.

The first four moments of a particle number distribution are its mean (M), its variance (σ), its skewness (S) and its kurtosis (κ). To cancel the volume effect of the collision system the products of the higher order moments $S \cdot \sigma$ and $K \cdot \sigma^2$ are often used. In the analysis of experimental data the efficiency correction is an important step in obtaining the higher order moments of the proton number distribution. For this purpose detailed investigations of the efficiency correction with Au + Au UrQMD events and GEANT simulations were performed. Two different methods of efficiency correction were tested: correction of the moments and unfolding of the distributions.

The first method consists in correcting the measured moments for efficiency. The local efficiency corrections include a dependence of efficiency on the phase-space (e.g. transverse momentum and rapidity). In this analysis the proton number distribution was analyzed for different centrality selections inside a fixed phase space bin of $p_t = 400 - 1600$ MeV and $|y_{cm}| \pm 0.2$. Our results indicate however problems with this approach which assumes constant track reconstruction efficiencies. Therefore, we expanded the procedure to an event-by-event efficiency correction depending on the track multiplicity in the different sectors of the HADES spectrometer. As a result the modified method corrects the higher order moments of semi-peripheral collisions rather well, whereas in the most central collisions it still falls short of correcting the moments completely.

Therefore, as a second method of efficiency correction, the unfolding was introduced. This was realized with the ROOT TUnfold package which is based on a least square fit with Tikhonov regularisation and an optional area constraint. The detector response matrix is obtained from our UrQMD simulation. To compare the two methods of efficiency correction the unfolding method was analysed in the same centrality clas-

ses and the same phase space bin as before. Within error bars the unfolding method delivers a reliable result and is also reproducing the moments for the most central collisions.

After the successful investigation in the simulation the two methods of efficiency correction were applied to the HADES experimental data and the higher moments of the proton distributions were extracted. It is shown that the two methods also provide plausible and consistent results in the experimental Au + Au data. This allows a comparison of the higher order moments with the beam energy dependent results of the STAR collaboration. Since the observed conservation parameter is the baryon number, the (net-)proton number can be used representatively at higher radiation energies. At the low energy on SIS18 many light nuclei are produced. In order to investigate the influence of the bound protons on the higher moments the protons bound in deuterons are added to the analysis of the proton number. In this way the higher moments of free and bound protons are determined and could be compared with the higher order moments of the (net-)proton distributions of STAR.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	vii
Abbildungsverzeichnis	ix
Tabellenverzeichnis	xi
1 Einleitung und Motivation	1
1.1 Standardmodell	2
1.2 Schwerionenkollisionen	4
1.3 Hadronisches Phasendiagramm	5
1.4 Teilchenzahlfluktuationen	7
1.5 Vorangegangene Untersuchungen	8
1.6 Zielsetzung dieser Arbeit	9
2 Das HADES Experiment	11
2.1 Target	13
2.2 RICH Detektor	13
2.3 Magnetspektrometer	14
2.3.1 Magnet	15
2.3.2 Driftkammern	15
2.4 Flugzeitmessung	17
2.4.1 START und VETO	17
2.4.2 RPC	18
2.4.3 TOF	19
2.4.4 PreShower	20
2.5 Forward Wall	21
3 Datenanalyse in Au+Au	23
3.1 Triggerbedingungen	24
3.2 Datenkalibrierung	24
3.3 Spurrekonstruktion	24
3.4 Impulsbestimmung	25
3.5 Teilchenidentifikation durch Impuls- und Flugzeitmessung	27

3.6	Teilchenidentifikation durch den Energieverlust	28
3.7	Event Selektion	29
3.8	Spurselektion	30
3.9	Analyse Framework	32
3.10	Simulation	32
4	Besonderheiten der Fluktuationsanalyse	33
4.1	Teilchenidentifikation	34
4.1.1	Protonen	34
4.1.2	Deuteronen	36
4.2	Zentralitätsselektion	36
4.3	Auswahl eines kinematischen Bereichs	38
4.4	Event-by-Event Auswertung	40
4.5	Effizienz- und Akzeptanzkorrektur	41
4.5.1	Akzeptanz- und Effizienzmatrizen	41
4.5.2	Korrektur der Momente	43
4.5.3	Unfolding	50
4.5.4	Vergleich der Methoden zur Effizienzkorrektur	55
4.6	Bestimmung der Akzeptanz und Effizienz von Deuteronen	56
5	Experimentelle Ergebnisse	59
5.1	Höhere Momente der Protonenverteilungen in Au+Au Daten	60
5.2	Überprüfung des Poisson-Limits	61
5.3	Vergleich mit den Ergebnissen von STAR	62
5.4	Höhere Momente der Protonen- und Deuteronverteilung	65
5.5	Vergleich mit STAR für freie und gebundene Protonen	67
5.6	Ergebnisse und Ausblick	68
A	Mathematische Grundlagen	71
A.1	Momente und Kumulanten	71
A.2	Beispiel: Poissonverteilung	73
	Literaturverzeichnis	77

Abbildungsverzeichnis

1.1	Standardmodell der Elementarteilchen	2
1.2	Die Entstehung des Universums	3
1.3	Schwerionen-Kollision	4
1.4	Hadronisches Phasendiagramm	6
1.5	Lage des kritischen Punktes im QCD Phasendiagramm	7
2.1	Übersicht HADES Spektrometer	11
2.2	Die Komponenten des HADES Detektors im Querschnitt	12
2.3	Goldtarget aus der Strahlzeit 2012	13
2.4	RICH Detektor	14
2.5	Magnet	15
2.6	Anordnung der Drahtebenen einer Drahtkammer	16
2.7	Aufbau einer Driftzelle	16
2.8	Anordnung von START und VETO	17
2.9	START und VETO Detektor	18
2.10	RPC Detektor	19
2.11	TOF Detektor	19
2.12	PreShower Detektor	20
2.13	Forward Wall	21
3.1	Stationäres Goldtarget	23
3.2	Spurrekonstruktion	25
3.3	Impulsbestimmung	26
3.4	Teilchenidentifikation mittels Flugzeit- und Impulsmessung	28
3.5	Teilchenidentifikation mittels Energieverlust in den Driftkammern	29
3.6	Teilchenidentifikation mittels Energieverlust im TOF	29
3.7	Event Selektion	30
3.8	Mögliche Spurkombinationen	31
4.1	Protonenidentifikation	35
4.2	Au+Au Kollision bei $b = 6$ fm	36
4.3	Wahl des Rapiditätsfensters	38
4.4	UrQMD p_t - γ -Spektrum für STAR und HADES	39

4.5	p_t -y-Spektrum Protonen	39
4.6	Protonenverteilungen in UrQMD	41
4.7	Effizienz- und Akzeptanzmatrizen für Protonen	43
4.8	Korrektur der Momente	46
4.9	Zentralitätsabhängigkeit der Effizienzen	47
4.10	Event-by-Event Effizienzkorrektur	48
4.11	Unfolding Methode	50
4.12	Response Matrix	51
4.13	Einfluss der Regularisierung τ^2	52
4.14	Methoden zur τ^2 Bestimmung	53
4.15	Zweistufiges Unfolding	53
4.16	Entfaltete Protonenverteilungen	54
4.17	Vergleich der Korrekturmethode in Simulation	55
4.18	Akzeptanz- und Effizienzmatrizen für Deuteronen	57
4.19	p_t -y-Spektren Deuteronen	57
5.1	Vergleich der Korrekturmethode in experimentellen Daten	60
5.2	Überprüfung des Poissonlimits für Protonenverteilungen	61
5.3	Vergleich der Ergebnisse mit STAR	63
5.4	Höhere Momente der Protonen- und Deuteronenverteilungen	65
5.5	Erneuter Vergleich der Ergebnisse mit STAR	67
A.1	Skewness und Kurtosis	72
A.2	Poisson-Verteilung	73

Tabellenverzeichnis

4.1	Teilchen IDs	35
4.2	Zentralitätsselektion mit dem Stoßparameter b	37
A.1	Höhere Momente der Poissonverteilung	74

Kapitel 1

Einleitung und Motivation

„Dass ich erkenne, was die Welt im Innersten zusammenhält“

J.W.v. Goethe

Schon seit tausenden von Jahren versucht der Mensch den Aufbau der Materie zu beschreiben und experimentell zu untersuchen. Bereits im antiken Griechenland stellten die Philosophen Leukipp und Demokrit die Hypothese auf, dass Materie aus kleinen, unteilbaren Grundbausteinen aufgebaut ist. Zwar beruhten diese Gedanken auf philosophischen Überlegungen und nicht auf experimentellen Erfahrungen, jedoch prägt der von ihnen eingeführte Begriff *atomos* (griech. unteilbar) bis heute die Wissenschaft. Erst in der Neuzeit erweckte John Dalton mit seinen wissenschaftlichen Überlegungen die Frage nach dem Aufbau der Materie wieder zum Leben.

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts wurde das Interesse an dem Aufbau der Materie immer größer. Besonders Ernest Rutherford gelang es 1911 in seinen bahnbrechenden Streuexperimenten, seine Theorie des Aufbaus der Materie erstmals auch zu beweisen. Seine Annahme war, dass es einen positiv geladen Atomkern gibt, um den sich negativ geladene Hüllenelektronen befinden. Kurz darauf postulierte Niels Bohr, dass sich die Elektronen im Atom auf diskreten Bahnen kreisförmig um den Kern bewegen. In den 1930er Jahren wurde mit dem Neutron der zweite Kernbaustein experimentell nachgewiesen, so dass sich das Bild eines aus Protonen und Neutronen aufgebauten Atomkerns, um den die negativ geladenen Elektronen in der Atomhülle kreisen, verfestigte in den folgenden Jahren. Man ging davon aus, die kleinsten Teilchen der Materie entdeckt zu haben und konnte die meisten Phänomene der Atom- und Kernphysik erklären.

In den 50er und 60er Jahren brachten Beschleunigerexperimente jedoch neue Erkenntnisse zum Aufbau der Materie. Man konnte Materie nun mit höheren Energien untersuchen, wodurch immer kleinere Strukturen aufgelöst werden konnten. In Streuexperimenten stellte sich dar, dass auch Protonen und Neutronen eine Substruktur besitzen. Zunächst wurde in den Experimenten eine Vielzahl neuer Teilchen beobachtet, die sich in einigen Eigenschaften jedoch zu ähneln schienen. Dies bestärkte die Annahme, dass diese Teilchen ebenfalls

sie setzen sich aus Farbe und Antifarbe (Mesonen) oder aus drei verschiedenen Farben (Baryonen) zu einem farbneutralen Objekt zusammen.

Die auf der Erde vertretenen Stoffe setzen sich jedoch nur aus dem leichtesten Lepton, dem Elektron, sowie den beiden leichtesten Quarks, dem up- und down-Quark zusammen. Die weiteren, schweren Quarks und Leptonen entstehen nur bei hohen Temperaturen/Energien bzw. hoher Dichte, wie sie z.B. bei einer Supernova-Explosion oder in Neutronensternen zu finden sind.

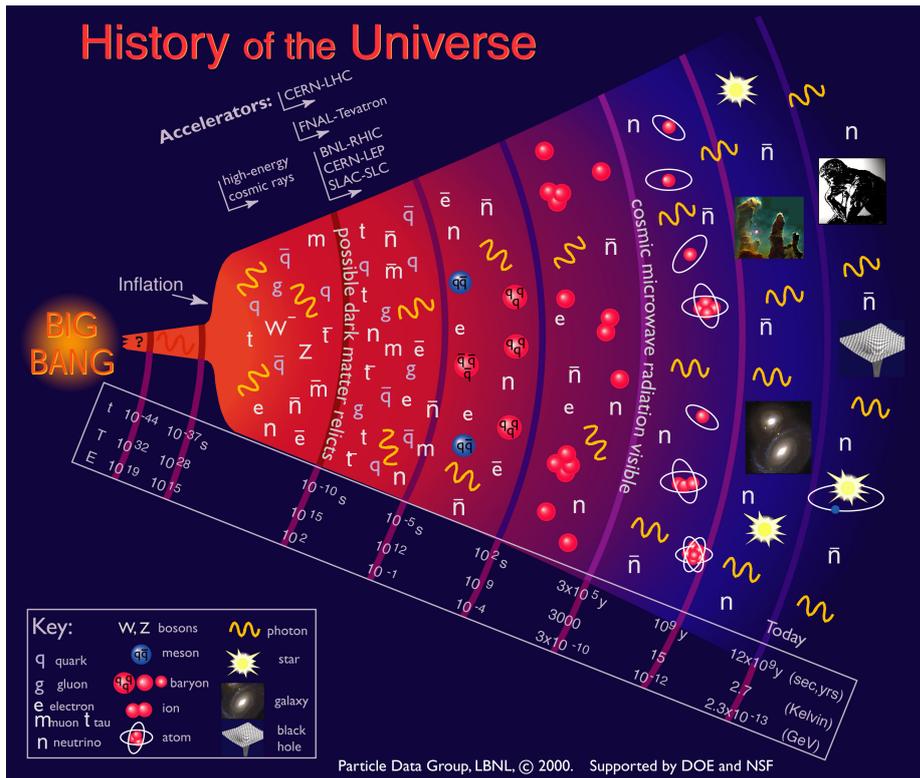


Abbildung 1.2: Die zeitliche Entwicklung unseres Universums. Dargestellt sind die zeitlichen Entwicklungsstufen mit zugehöriger Temperatur T und mittlerer Energie E.

Nach heutigem Wissensstand ist die Entstehung von Materie, Raum und Zeit auf einer ursprünglichen Singularität vor etwa 13,8 Milliarden Jahren zurückzuführen, die als *Urknall* bezeichnet wird.

In der Frühphase des Universums nach dem Urknall war die Energiedichte sehr hoch. In dieser frühen Phase scheint der Ursprung der Materie-Antimaterie Asymmetrie des Universums zu liegen, die heutzutage beobachtet wird. Das Universum begann stark zu expandieren und kühlte dabei weiter ab. Es bildete sich das Quark-Gluon-Plasma, ein Zustand von dichter und heißer Materie. Jedoch war die Zeit zwischen zwei Teilchenstößen so kurz, dass sich noch keine stabilen Protonen oder Neutronen bilden konnten.

Erst nach einer weiteren Abkühlung des Universums war es möglich, dass Quarks nicht mehr als freie Teilchen existieren konnten, sondern sich zu Hadronen vereinigten. Durch Kernfusion von Protonen und Neutronen entstanden erste Deuterium-Atomkerne. Diese ^2H -Kerne wurden zum größten Teil direkt weiter in ^4He -Kerne umgewandelt. Nach etwa 3 Minuten kam die Kernfusion dann zum Erliegen, da die Temperatur und Dichte der

Materie mittlerweile stark abgenommen hatte. Die schwereren Elemente entstanden erst später im Inneren von Sternen. Im weiteren Verlauf entstanden Galaxien, Sterne und schwarze Löcher sowie unsere Erde. Bis heute hat die Expansion des Universums nicht aufgehört.

Ein übergeordnetes Ziel der Schwerionenphysik ist es, die Hadronisierungsphase am Anfang unseres Universums und das Verhalten von Materie unter Extrembedingungen zu verstehen und zu beschreiben. Heute weiß man, dass die Eigenschaften des Universum durch die Struktur der Materie im Mikrokosmos bestimmt wird. Mithilfe von Schwerionenkollisionen werden Zustände reproduziert, die kurze Zeit nach dem Urknall geherrscht haben sowie heute noch im Inneren von Neutronensternen existieren und man kann so den Zusammenschluss von Quarks zu Hadronen und die Entstehung der Masse untersuchen.

1.2 Schwerionenkollisionen

Schwerionenkollisionen können zur Erforschung der Eigenschaften von Kernmaterie genutzt werden, da während der Kollision ein System mit erhöhter Dichte und Temperatur produziert werden kann. Abhängig von der Systemgröße und der Strahlenergie können unterschiedliche Bereiche des Phasendiagramms der Kernmaterie erforscht werden. Dabei kann der Energiebereich von Schwerionen variiert werden, um unterschiedliche Bereiche des Phasendiagramms zu erreichen. Der Schwerionensynchrotron (SIS18) der GSI kann Ionen auf maximal 2 GeV pro Nukleon und - als Referenzmessung zu Schwerionenreaktionen - Protonen bis 3.5 GeV beschleunigen, was zu niedrigen Temperaturen, aber hohen Baryondichten führt. Mit steigender Beschleunigergröße können höhere kinetische Strahlenergien erreicht werden und man kann zwischen niederenergetischen Schwerionenkollisionen (1-100 AMeV), relativistischen Schwerionenkollisionen (100 AMeV-10 AGeV) und ultrarelativistischen Schwerionenkollisionen (10 AGeV-10 ATeV) unterscheiden. Dabei reicht der mittlerweile abgedeckte Bereich von Schwerpunktsenergien von wenigen GeV (SIS18 an der GSI), über einige GeV (SPS am CERN, RHIC am BNL) bis in den TeV Bereich (LHC am CERN).

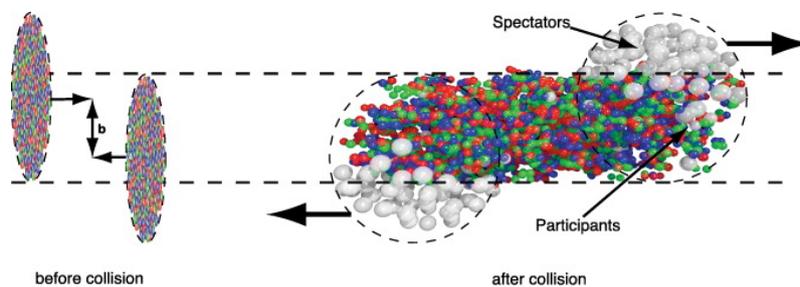


Abbildung 1.3: Der Stoßparameter b als Kenngröße für die Zentralität des Stoßes. Teilchen, die an der Reaktion teilgenommen haben, werden als *Partizipanten* bezeichnet. Nicht beteiligte Teilchen heißen *Spektatoren* [23].

Je höher die Strahlenergie ist, desto höhere Temperaturen können erreicht werden und die Anzahl produzierter, zu detektierender Teilchen steigt. Bei dieser großen Spannweite finden offensichtlich unterschiedliche Prozesse und physikalischen Phänomene statt. Allgemein kann der Prozess der Schwerionenkollision aber wie folgt beschrieben und unterteilt werden:

In einer Schwerionenkollision kommt es zu einem Zustand von hoher Dichte und Temperatur, dem Feuerball. Dieser Zustand wird in ultrarelativistischen Stößen in einem Zeitraum von $\approx 1 \text{ fm}/c$ nach der Kollision erzeugt. Abhängig von der Kollisionsenergie und somit von der Temperatur und Dichte des Feuerballs kann es in dieser Phase zum Vorliegen eines Quark-Gluon-Plasmas kommen. Im Energiebereich des SIS18 werden dabei Temperaturen von $T = 80 - 100 \text{ GeV}$ und eine Dichte von $\rho \sim 3 \rho_0$, wobei ρ_0 die nukleare Grundzustandsdichte ist. Die Lebensdauer des Feuerballs beträgt dabei bis zu $10 \text{ fm}/c$.

In der darauffolgenden Expansionsphase kommt es zur Ausdehnung des Feuerballs und zur Abkühlung. Dabei nimmt die Dichte soweit ab, dass keine inelastischen Prozesse mehr stattfinden und keine neuen Teilchen und Resonanzen mehr produziert werden, es kommt zum chemischen Freezeout.

Nach weiterer Expansion finden auch keine elastischen Stöße mehr statt, die Impulse der Teilchen bleiben und es kommt zum kinetischen Ausfrieren. Neben noch vorhandenen Resonanzzerfällen und schwachen Zerfällen, befinden sich die Teilchen im Endzustand, in dem sie dann auch detektiert werden können. Mit den detektierten Teilchen wird versucht, Rückschlüsse auf die Prozesse im Feuerball zu schließen. Die Herausforderung besteht darin, dass der zu untersuchende Zustand nicht direkt, sondern nur über die Endprodukte beobachtet werden kann. Die gesamte Reaktionszeit beträgt etwa 10^{-22} s .

Allgemein unterscheidet man zwischen *Collider-Experimenten* und *Fixed-Target-Experimenten*. In einem Fixed-Target-Experiment wird ein Ionenstrahl beschleunigt und auf ein festes Target geschossen. In einem Collider-Experiment werden dagegen zwei Ionenstrahlen beschleunigt und diese in einem Interaktionspunkt zur Kollision gebracht.

1.3 Hadronisches Phasendiagramm

In einem Phasendiagramm werden die Zustände und zugehörige Phasen eines Stoffes in Abhängigkeit von Zustandsgrößen dargestellt. Das Phasendiagramm stark wechselwirkender Materie ist in Abbildung 1.4 in Abhängigkeit des baryochemischen Potentials μ_B und der Temperatur T abgebildet. Das baryochemische Potential bezeichnet die Energie, die aufgebracht werden muss, um einem baryonischen System ein weiteres Baryon zuzuführen oder zu entfernen. Die normale Kernmaterie existiert bei einer Temperatur $T = 0$ und besitzt eine Kerndichte von $\rho_0 = 0,16 \text{ fm}^{-3}$, wobei jedes Nukleon ein Volumen von 6 fm^3 einnimmt. Allgemein sind Quarks und Gluonen bei niedriger Temperatur und baryochemischem Potential als farblose Objekte, sogenannte Hadronen, gebunden. Bei endlicher, aber geringer T und niedrigem μ_B liegt ein Hadrongas vor. Bei Erhöhung der Temperatur und/oder μ_B nehmen die Hadronen immer mehr des verfügbaren Raumes ein und beginnen sich zu überschneiden. Diese Phase des Deconfinements nennt sich Quark-Gluon-Plasma. Wenn

das System komprimiert ist, kann man sich vorstellen, dass die Nukleonen zu überlappen beginnen und die Quarks und Gluonen frei zu sein scheinen. Das QGP ist vermutlich in der Frühphase des Universums kurz nach dem Urknall bei hohen Temperaturen aufgetreten. Die Abkühlung des Universums um die Zeit $t \approx 1 \mu s$ wird durch den nach unten gerichteten Pfeil dargestellt und wandert zu niedrigeren Temperaturen. Es gibt Vermutungen, dass ein QGP auch im Inneren von Neutronensternen auftreten könnte, wobei es sich dort um hochdichte, kalte Quarkmaterie handelt. Den einzigen experimentellen Zugang zu einem möglichen QGP bieten ultrarelativistische Kernreaktionen. Jedoch handelt es sich dabei um sehr kurzlebige Prozesse, so dass das QGP nur vorübergehend existieren kann. Die gegenwärtige Annahme ist, dass der Übergang vom QGP zur hadronischen Phase im Bereich von hohen baryochemischen Potentialen ein Phasenübergang erster Ordnung ist. Bei kleineren μ_B endet dieser Phasenübergang in einem kritischen Punkt. Bei weiterer Verringerung von μ_B wird ein Crossover der beiden Phasen prognostiziert. Diese Phasenübergänge sind in der Abbildung 1.4 qualitativ angedeutet. Neben dem Deconfinement soll es bei hohen Temperaturen oder Dichten zu einer Wiederherstellung einer fundamentalen Symmetrie, der chiralen Symmetrie, kommen, die im normalen Grundzustand gebrochen ist.

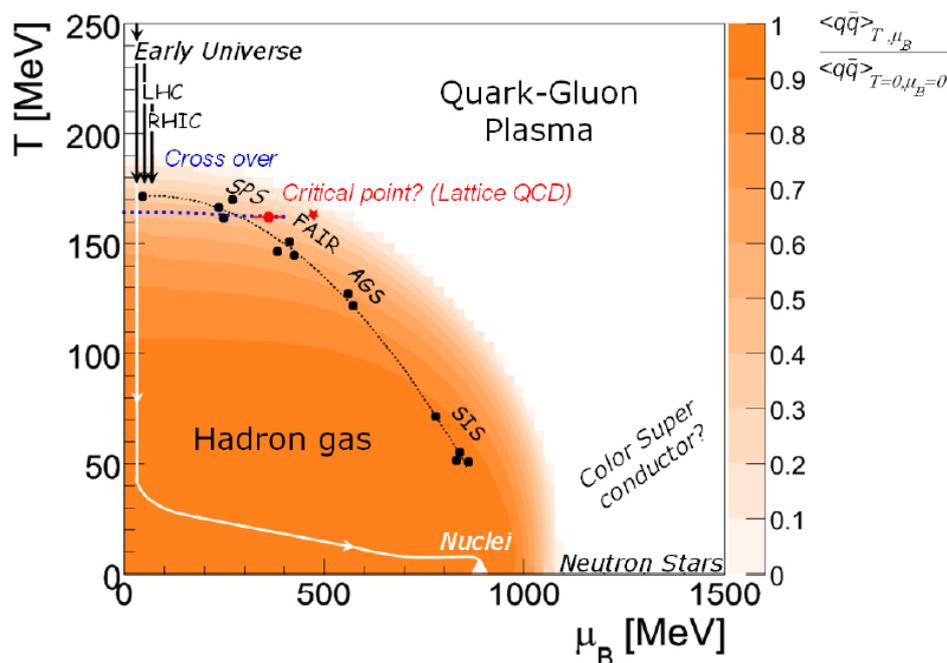


Abbildung 1.4: Das hadronische Phasendiagramm in Abhängigkeit der Temperatur T und dem baryochemischen Potentials μ_B . Die Freeze-out Punkte wurden aus einem thermischen Modell aus Schwerionen-Kollisionen bei SIS-, AGS-, SPS- und RHIC-Energien bestimmt. Der Farbcode entspricht dem Quark-Antiquark-Kondensat-Verhältnis $\langle q\bar{q} \rangle_{T, \mu_B} / \langle q\bar{q} \rangle_{T=0, \mu_B=0}$ [9].

Mithilfe von Schwerionenkollisionen ist es möglich, das hadronische Phasendiagramm in weiten Bereichen zu untersuchen und Aussagen über die Art der Phasenübergänge zu machen,

vorhergesagte Phasen zu bestätigen bzw. zu verwerfen und womöglich die Lage des kritischen Punktes zu bestimmen. Bei Kollisionsenergien im Bereich von $E_{lab} = 1 - 2$ GeV/u, wie sie am SIS18 erreicht werden, kann ein großer Bereich im hadronischen Phasendiagramm untersucht werden. Dabei kann die Kerndichte in Abhängigkeit des Kollisionssystems von ρ_0 bis zu etwa $3 \rho_0$ variiert werden. Dabei werden mäßige Temperaturen $T \leq 80$ MeV erreicht, ohne dabei die QGP-Phasengrenze vermutlich zu erreichen.

1.4 Teilchenzahlfluktuationen

Der kritische Punkt im Phasendiagramm der Kernmaterie ist ein markantes Merkmal bei der Betrachtung und Untersuchung von Materie.

Betrachtet man das Phasendiagramm, so ist die Existenz und eine mögliche Lage eines kritischen Punktes nicht eindeutig bestimmt. Gegenwärtig wird die Existenz eines kritischen Punktes von der Theorie vorhergesagt, jedoch ist eine Vorhersage anhand von theoretischen Berechnungen schwer zu treffen. Verschiedene Modellrechnungen hierzu wurden in Abbildung 1.5 zusammengetragen und stellen die vielfältigen Spekulationen zur möglichen Lage des kritischen Punktes dar.

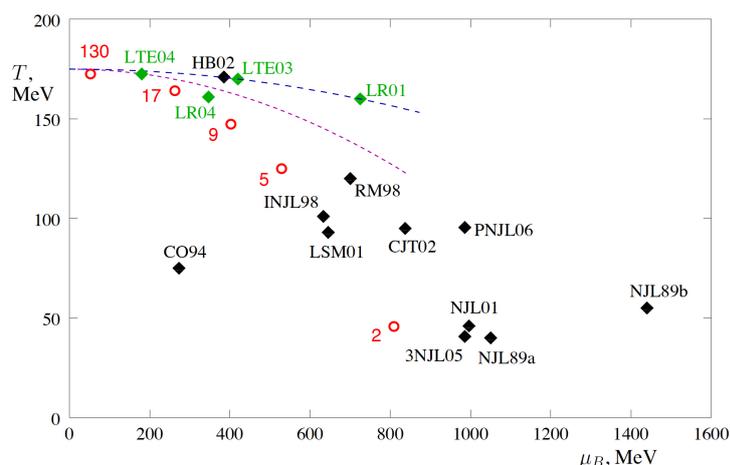


Abbildung 1.5: Ergebnisse von Modellrechnungen zur möglichen Lage des kritischen Punktes (Model predictions = schwarz, Lattice predictions = grün, Freezeout points = rot). Die genaue Lage des kritischen Punktes muss mithilfe von Schwerionenexperimenten noch untersucht werden. Die hier untersuchten Au+Au-Daten befinden sich bei einer Temperatur von ca. 70 MeV und einem baryochemischen Potential von ca. 880 MeV. [25]

Die Erwartungen sind weit gestreut und ergeben kein einheitliches Bild. In rot sind die Freezeout Punkte von Schwerionenkollisionen bei unterschiedlichen Schwerpunktsenergie pro Nukleon (in GeV) dargestellt. Liegt der kritische Punkt in der Region, die für Schwerionenkollisionsexperimente zugänglich ist, kann er experimentell entdeckt werden.

Die Suche nach dem kritischen Punkt kann durch die Messung von Fluktuationen realisiert werden, die auftreten, sobald sich das System in seiner Nähe befindet. Dort sollen die thermodynamischen Größen, wie Korrelationslänge (ξ), Suszeptibilitäten (χ), Wärmekapazität (c_v) divergieren. Die Messung von Variablen, die sensitiv auf die Existenz eines kritischen Punktes reagieren, wird durch einen Scan des Phasendiagramms durch Variation der Kollisionsenergie $\sqrt{s_{NN}}$ durchgeführt werden. Das potenzielle Vorhandensein einer Ko-

existenzregion erster Ordnung zusammen mit einem kritischen Punkt hat unter anderem den so genannten RHIC Beam Energy Scan (BES) motiviert. Auch an der zukünftigen Facility for Antiproton and Ion Research (FAIR) bei der GSI ist diese Suche geplant. Event-by-Event Fluktuationen der Erhaltungsgrößen der Baryonenzahl, Ladung und Strangeness sollen dabei besonders sensitiv auf den kritischen Punkt reagieren. Im Experiment kann dies durch die Kumulanten der Event-by-Event Teilchenzahlverteilungen beobachtet werden. Dabei können die (Netto-)Ladung, (Netto-)Protonen - stellvertretend für die Baryonenzahl - und (Netto-)Kaonen - stellvertretend für die (Netto-)Strangeness - als Observable für Fluktuationen dienen. Dabei sollen die höheren Momente bzw. Kumulanten (siehe A.1) dieser Event-by-Event Verteilungen betrachtet werden, da diese sensitiver auf Fluktuationen sind. Um Volumeneffekte in erster Ordnung zu eliminieren, werden die Quotienten aus den Kumulanten ($S \cdot \sigma$ und $\kappa \cdot \sigma^2$) gebildet.

$$\chi_n^B = \left. \frac{\partial^n (P/T^4)}{\partial (\mu_B/T)^n} \right|_T \quad (1.1)$$

Diese experimentell messbaren Kumulanten können dann wiederum mit theoretischen Berechnungen in Zusammenhang gebracht werden. Es wird angenommen, dass die Quotienten der Suszeptibilitäten der Erhaltungsgrößen mit den Momenten der experimentell messbaren Multiplizitätsverteilungen in Zusammenhang stehen.

$$\frac{\chi_2^i}{\chi_1^i} = (\sigma^2/M)^i = \frac{c_2^i}{c_1^i} \quad (1.2)$$

$$\frac{\chi_3^i}{\chi_2^i} = (S \cdot \sigma)^i = \frac{c_3^i}{c_2^i} \quad (1.3)$$

$$\frac{\chi_4^i}{\chi_2^i} = (\kappa \cdot \sigma^2)^i = \frac{c_4^i}{c_2^i} \quad (1.4)$$

wobei i jeweils für die Erhaltungsgröße B, Q, S steht.

Es wurde vorgeschlagen, dass Baryonzahl-Kumulanten höherer Ordnung besonders empfindlich für das Vorhandensein eines kritischen Punktes im QCD-Phasendiagramm sind [24].

1.5 Vorangegangene Untersuchungen

In den Jahren 2010 und 2011 wurden im Rahmen des RHIC¹ Beam Energy Scans (BES) Au+Au Kollisionen bei verschiedenen Schwerpunktenenergien durchgeführt und haben somit im RHIC BES Phase I den Bereich $\sqrt{s_{NN}}$ von 7.7, 11.5, 14.5, 19.6, 27, 39, 62.4 and 200 GeV untersucht. Ziel dieses Energiescans war es unter anderem, das Phasendiagramm der Kernmaterie auf Zeichen eines kritischen Punktes hin zu untersuchen. Die STAR Kollaboration hat in den Au+Au-Kollisionen unter anderem Baryonenzahlfluktuationen betrachtet, die

¹Relativistic Heavy Ion Collider

laut Vorhersagen sensitiv auf den kritischen Punkt reagieren soll. Dabei wurde repräsentativ für die Baryonenzahl die (Netto-)Protonenzahl eventswise betrachtet und die höheren Momente energieabhängig ausgewertet. Die Ergebnisse dieser Analyse wurden in [4] veröffentlicht und auf der CPOD Konferenz 2014 durch die Hinzunahme des TOF Detektors noch erweitert [18].

1.6 Zielsetzung dieser Arbeit

Im Jahr 2012 wurden mit dem HADES Detektor Au+Au-Kollisionen mit einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s_{NN}} = 2.41$ GeV aufgezeichnet. Diese fügen sich in den BES am RHIC ein und erweitern den Bereich der Au+Au-Kollisionen auf $\sqrt{s_{NN}} = 2.41 - 200$ GeV. Die höheren Momente der (Netto-)Protonenzahl wurden bisher noch nicht im Energiebereich des SIS18 betrachtet und könnten einen neuen Einblick in die Fluktuationsanalyse bieten. Diese Arbeit beschäftigt sich hauptsächlich mit der Effizienz- und Akzeptanzkorrektur der höheren Momente von Protonenverteilungen, die also repräsentativ für Teilchenzahlfluktuationen betrachtet werden. Bei dieser Studie zeigt sich, dass neben der Effizienzkorrektur weitere Einzelheiten bei der Event-by-Event Analyse beachtet werden müssen, die die Resultate beeinflussen. Ob ein direkter Vergleich mit den Ergebnissen der STAR Kollaboration, insbesondere den höheren Energien, zulässig ist, ist derzeit noch nicht geklärt. Bei der niedrigen Energie, bei der HADES Au+Au-Kollisionen durchgeführt hat, werden im Gegensatz zu den höheren Energien des BES keine Antiprotonen erzeugt. Jedoch werden bei diesen niedrigen Energien sowohl Deuteronen als auch weitere leichte Kerne produziert, so dass im Verlauf der Analyse auch die gebundenen Protonen für die Protonenverteilungen betrachtet werden können.

Mit einer Temperatur von ca. 70 MeV und einem baryochemischen Potential von ca. 880 MeV scheinen die mit HADES zugänglichen Au+Au-Kollisionen fern der meisten Vorhersagen des kritischen Punktes zu liegen, jedoch bietet die energieabhängige Betrachtung der höheren Momente, wie sie durch die Kombination mit dem BES möglich ist, eine gute Möglichkeit das Phasendiagramm zu studieren.

Kapitel 2

Das HADES Experiment

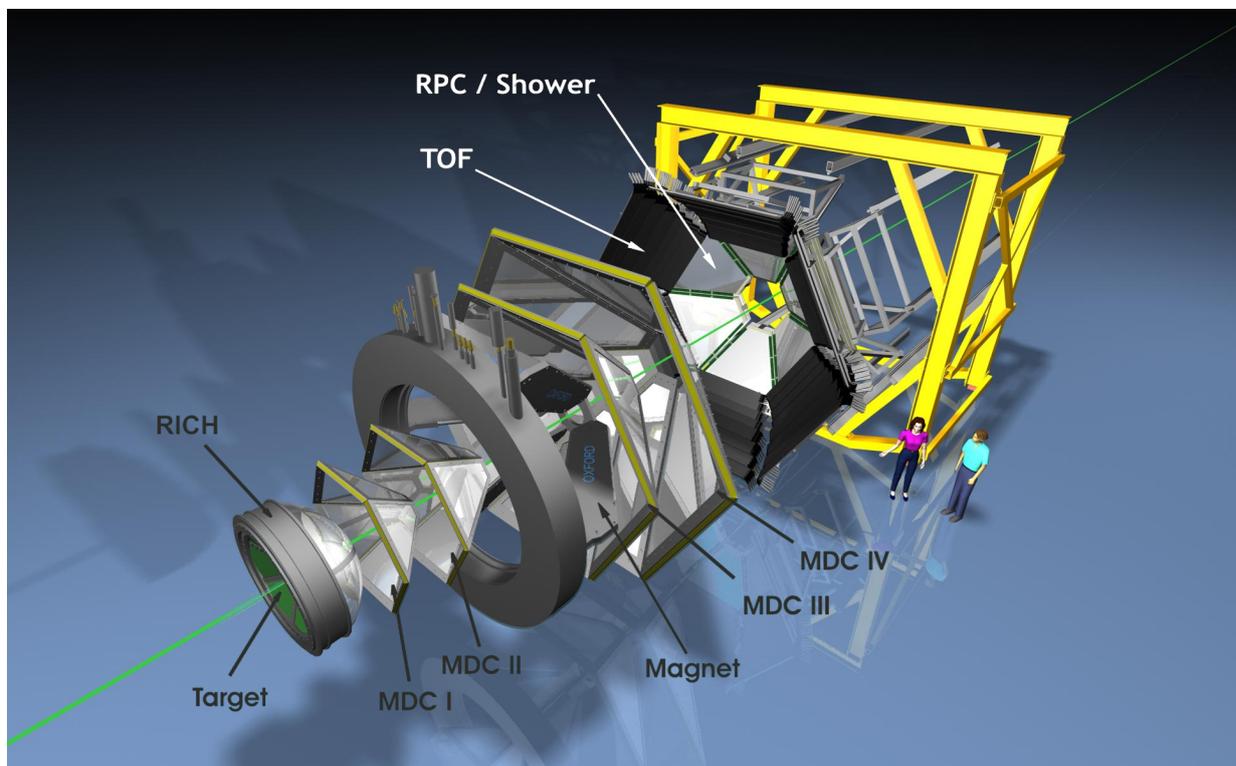


Abbildung 2.1: Der schematische Aufbau des HADES Spektrometers in gestreckter Darstellung. Zusammengeschoben beträgt das Ausmaß des Aufbaus 3m und wird von einem tragenden Gerüst (gelb) gehalten. Die nicht eingezeichnete Forward Wall befindet sich 7m hinter dem Target.

Das HADES¹ Spektrometer ist ein hochauflösendes Detektorsystem am Schwerionensynchrotron (SIS18) des GSI Helmholtzzentrums für Schwerionenforschung in Darmstadt. Die-

¹High Acceptance DiElectron Spectrometer

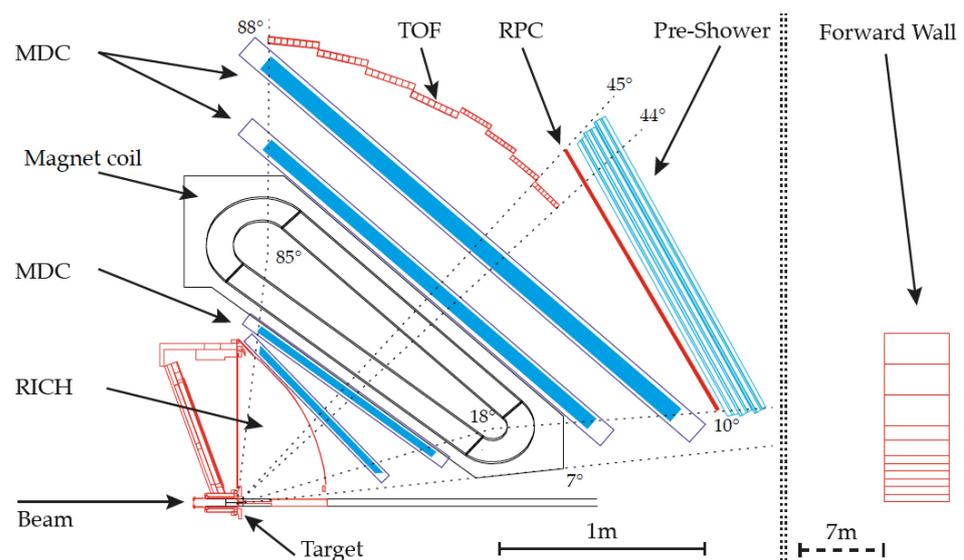
ses Fixed-Target Experiment ist seit 2002 mit dem Ziel der Erforschung von dichter Materie im Energiebereich einiger GeV pro Nukleon in Betrieb.

Der Detektor wurde zum Nachweis von Dileptonenpaaren in Schwerionenkollisionen und elementaren Reaktionen konzipiert, die aus dileptonischen Zerfällen der leichtesten Vektor-mesonen ρ , ω und ϕ entstehen. Dileptonen sind sensitive Sonden einer Schwerionenkollision, da sie die Informationen ihrer Mutterteilchen aus dem Feuerball heraustragen, ohne dabei mit der stark wechselwirkenden Kernmaterie zu interagieren. Es hat sich jedoch gezeigt, dass HADES aufgrund der guten Energieauflösung der Driftkammern und der Flugzeitdetektoren auch sehr gut zur Rekonstruktion von Hadronen geeignet ist.

Der Detektor ist aus sechs identischen Sektoren aufgebaut und weist eine hohe geometrische Akzeptanz auf. Der Azimutalwinkel, der um die Strahlachse herum liegt, deckt die 360 Grad fast vollständig ab und der abgedeckte Polarwinkel liegt zwischen 18 und 85 Grad.

Weitere Eigenschaften des Detektors sind eine gute Impulsauflösung und eine hohe Ausleserate. Je nach Multiplizität liegt die Ausleserate bei 10-50 kHz. Das Detektorsystem wurde so konzipiert, dass die Konversionswahrscheinlichkeit von Photonen im Detektormaterial sehr gering ist.

Abbildung 2.2: Querschnitt eines Sektors des HADES Detektors und Übersicht der Anordnung der einzelnen Komponenten.



Die verschiedenen Detektoraufgaben werden folgendermaßen von den Subdetektoren abgedeckt:

Identifikation von Elektron-Positron-Paaren: RICH-Detektor und PreShower

Spurrekonstruktion: 24 Vieldrahtdriftkammern mit einem supraleitenden Magneten zur Impulsbestimmung

Flugzeitbestimmung: Startdetektor in Koinzidenz mit den TOF- und RPC-Detektoren

Messung der Spektatoren: Forward Wall

2.1 Target

Die in dieser Arbeit diskutierte Au-Au Strahlzeit wurde vom 6. April bis zum 7. Mai 2012 mit dem HADES Spektrometer an der GSI in Darmstadt durchgeführt. Dabei wurden Goldionen mit einer kinetischen Energie von 1,23 GeV pro Nukleon auf ein stationäres Gold-Target geschossen. Dieses Gold-Target wurde zur Verringerung der Konversionswahrscheinlichkeit von Photonen in Leptonenpaare in insgesamt 15 Goldfolien segmentiert, die zusammen eine Dicke von 0,9 mm hatten und im Abstand von jeweils 4,5 mm hintereinander angeordnet waren. Durch die Bauweise des Targets ergab sich eine Reaktionswahrscheinlichkeit des Ionenstrahls mit dem Target von 2%. Gehalten wurden diese Folien von 7 μm dicken Kapton-Folien, die im Bereich des Targets ausgestanzt und auf die Goldfolien geklebt wurden. Das ganze Target wurde in ein aufgeschnittenes Kohlenstofffaserrohr eingelassen.



Abbildung 2.3: Goldtarget aus der Strahlzeit im Jahre 2012. Zur Verringerung der Konversionswahrscheinlichkeit besteht das Target aus insgesamt 15 Segmenten.

2.2 RICH Detektor

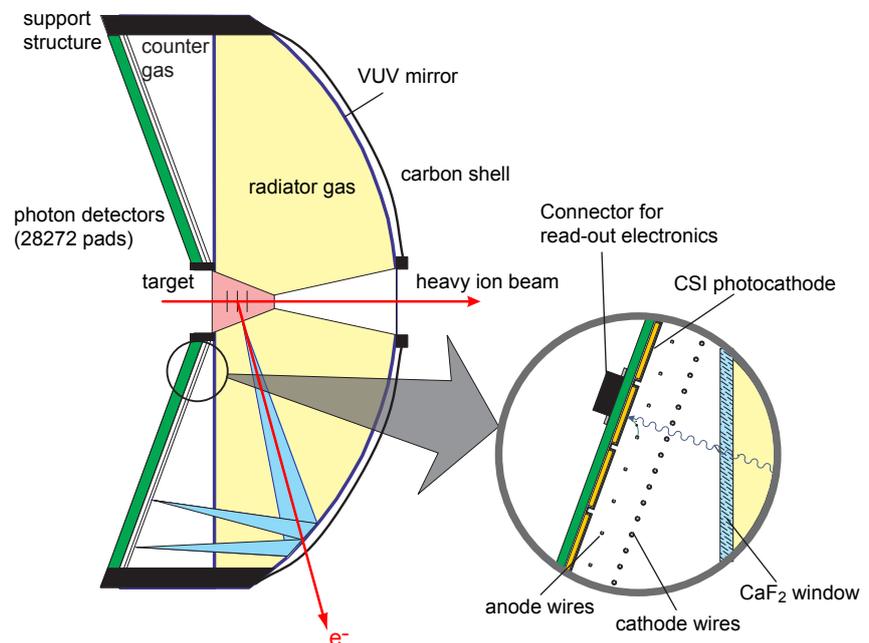
Der RICH² Detektor dient zur Identifikation von e^+e^- -Paaren. Der Detektor umschließt das Target und besteht aus einem mit C_4F_{10} gefüllten Radiator, der im Inneren mit einem sphärischen Spiegel abgeschlossen ist (siehe Abb. 2.4). Durchqueren nun Teilchen mit einer Geschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit im Medium ($v > \frac{c}{n}$, mit n = Brechungsindex des Mediums) den Radiator wird Cherenkov-Strahlung in Form von Photonen emittiert. Das Licht wird in einem Lichtkegel mit einem Öffnungswinkel

$$\theta = \arccos\left(\frac{c}{v \cdot n}\right) \quad (2.1)$$

²Ring Imaging CHerenkov Detector

abgestrahlt. Durch die Wahl des Radiatorgases C_4F_{10} ergibt sich $n=1.0015$ und ein Cherenkov-Lichtkegel wird fast ausschließlich von Elektronen und Positronen produziert, da bei diesen Energien nur diese Teilchen die Schwellengeschwindigkeit $\gamma > 17$ erreichen. Damit erreicht man eine hohe Pionenunterdrückung in der Ordnung 10^3 im RICH Detektor. Am sphärischen Spiegel werden diese Cherenkov-Kegel nun reflektiert und werden als Ringe auf den angeschlossenen Photodetektor projiziert. Der Photodetektor ist durch ein CaF_2 -Fenster vom Radiator getrennt und besteht aus drei Drahtebenen in einem CH_2 -Gas. Die eintreffenden Photonen werden in den Photoelektroden zu freien Elektronen konvertiert, die nach einer Verstärkung ausgelesen werden können. Die mithilfe der Software und dem Ring-Finder abgebildeten Kreise dienen der Identifikation der Leptonen.

Abbildung 2.4: Der schematische Aufbau des RICH Detektors. Der Schwerionenstrahl trifft von links auf das Target und emittiert z.B. ein Elektron. Dieses durchfliegt das Radiatorgas und produziert einen Cherenkov-Kegel. Dieser Lichtkegel wird vom Spiegel in den Photodetektor projiziert. Der im Photodetektor aufgezeichnete Kreis dient der Identifikation des Elektrons.



2.3 Magnetspektrometer

Das Magnetspektrometer des HADES Detektors besteht aus dem supraleitenden Magneten (ILSE³) und vier Driftkammerebenen (MDC⁴). Von den vier Driftkammerebenen befinden sich jeweils zwei vor und zwei hinter dem Magneten. Das toroidale Magnetfeld lenkt geladene Teilchen ab, aufgrund dessen der Impuls und die Polarität der Teilchen bestimmt werden können.

³Iron Less Superconducting Electromagnet

⁴Mini Drift Chamber

2.3.1 Magnet

Für die im HADES Detektor erreichten relativistischen Geschwindigkeiten reicht die Magnetfeldstärke eines normalleitenden Magneten nicht mehr aus, um eine angemessene Ablenkung zu erzielen. Der verwendete supraleitende Magnet besteht aus sechs NbTi Spulen, die ein toroidales Feld mit einer Magnetfeldstärke von maximal 3,6 T zwischen den Spulen erzeugen und mithilfe von flüssigem Helium auf eine Arbeitstemperatur von 4,7 Kelvin bei 2,8 bar gekühlt werden. Durch dieses Feld wird die Teilchenspur im Bereich des Flugzeit- und RICH Detektors nicht beeinflusst, da die Feldstärke bereits im Bereich der Driftkammern nur noch 0,8 T beträgt und nach außen schnell abfällt.

Das Magnetfeld ist so ausgerichtet, dass positiv geladene Teilchen nach innen, d.h. zur Strahlachse hin und negativ geladene Teilchen nach außen abgelenkt werden.

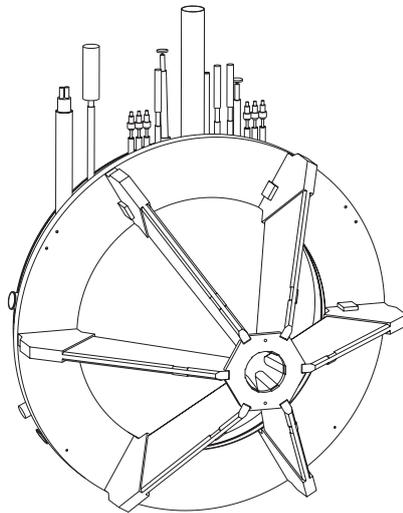


Abbildung 2.5: Technische Zeichnung des supraleitenden Magneten, der aus 6 Spulen um die Strahlachse herum besteht. Im oberen Bereich befinden sich die Leitungen der Energiezufuhr und der Kühlung des Magneten.

2.3.2 Driftkammern

Die Driftkammern des HADES Detektors haben als Hauptaufgabe die Spurrekonstruktion und sind in insgesamt 4 Drahtkammerebenen mit je 6 Sektoren aufgeteilt. Zwei Drahtkammerebenen befinden sich vor dem Magneten und zwei dahinter. Die Kammern werden durch schmale Rahmen gehalten, wodurch fast der gesamte Azimutalwinkel mit aktivem Detektormaterial abgedeckt wird.

Jede der Kammern enthält 6 Ausleseebenen, die in den Winkeln 40° , -20° , 0° , 0° , 20° und 40° angeordnet sind und aus insgesamt etwa 1100 Drähten bestehen. Während die erste Kammer in der Au+Au-Strahlzeit mit einem Gasgemisch aus 70% Argon und 30% Kohlenstoffdioxid gefüllt ist, sind die anderen drei Drahtkammerebenen mit 84% Argon und 16% Isobutan gefüllt. Die Gas Mischung muss sich aus einem einfach zu ionisierenden Zählgas sowie einem Moderatargas, das freie UV Photonen resorbiert, zusammensetzen.

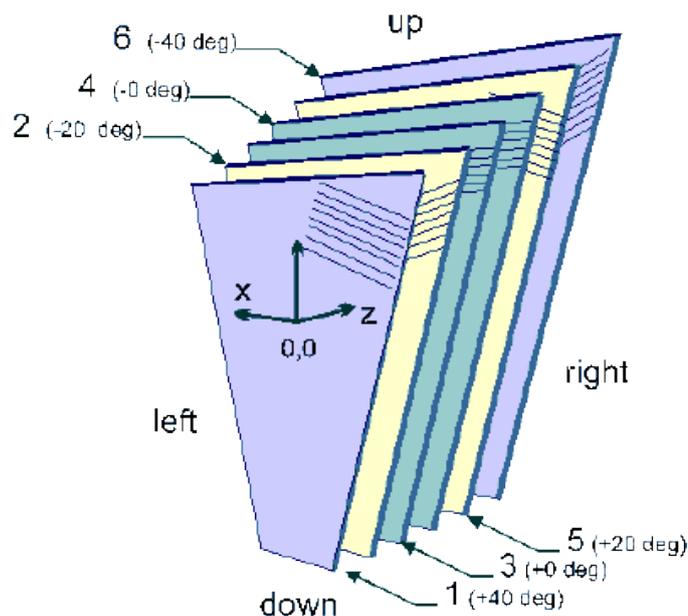
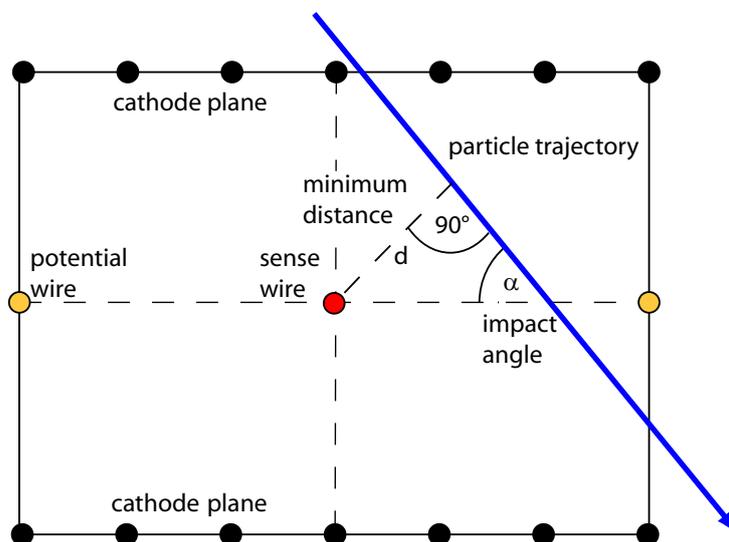


Abbildung 2.6: Die 6 Drahtebenen innerhalb einer Drahtkammer sind in 40° , -20° , 0° , 0° , 20° und 40° Winkel angeordnet.

Durchläuft nun ein geladenes Teilchen eine Drahtkammer, so werden Gasatome entlang seiner Spur ionisiert. Die ausgelösten Elektronen werden durch die anliegende Hochspannung beschleunigt und ionisieren auf ihrem Weg weitere Atome und lösen damit einen Lawineneffekt aus, der zu einem messbaren Signal am Draht führt. Die räumliche Auflösung der Drahtkammern beträgt $60\text{-}100\ \mu\text{m}$ in Polarrichtung und $120\text{-}200\ \mu\text{m}$ in Azimutalrichtung. Daher müssen die Kammer sowie jeder einzelne Draht mit hoher Präzision ausgerichtet werden.

Abbildung 2.7: Aufbau einer Driftzelle: Zwischen zwei Ebenen von Kathodendrähten findet sich ein Signaldraht. Auf jeder Seite des Signaldrahts liegt ein Felddraht. Beim Durchgang eines geladenen Teilchens wird das Gas ionisiert und es entstehen Ionen-Elektronen-Paare. Abhängig vom Potential zwischen Feld- und Kathodendrähten starten die Elektronen zu driften und ionisieren unterwegs weitere Atome. Es entsteht nahe des Signaldrahtes ein Lawineneffekt.



Mithilfe der Driftkammern kann eine Impulsbestimmung der Teilchen durch die Krümmung im Magnetfeld sowie eine Spurrekonstruktion mit den 4 Durchstoßpunkten der einzelnen

Kammern stattfinden. Außerdem kann eine Teilchenidentifikation durch den Energieverlust innerhalb der Driftkammern erfolgen (siehe Kapitel 3.3).

2.4 Flugzeitmessung

Die Flugzeit der Teilchen kann durch die Kombination des START Detektors mit dem META⁵ Detektor, welcher sich aus den drei Subsystemen RPC, TOF und PreShower zusammensetzt, bestimmt werden. Die META Detektoren können außerdem die Multiplizität geladener Teilchen in einem Event bestimmen, was als schnelle Entscheidung für den Trigger verwendet werden kann. Insgesamt kann die Spurrekonstruktion durch die Kombination der Driftkammern mit den META Detektoren erheblich verbessert werden sowie der Energieverlust im TOF Detektor zur verbesserten Teilchenidentifikation verwendet werden.

2.4.1 START und VETO

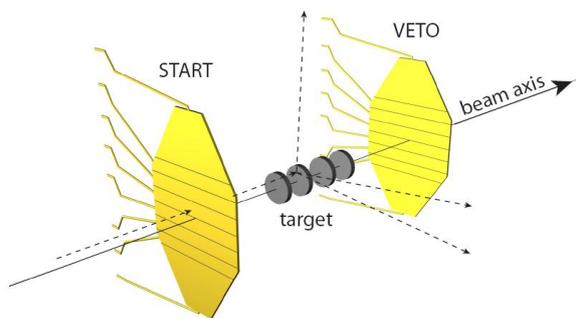


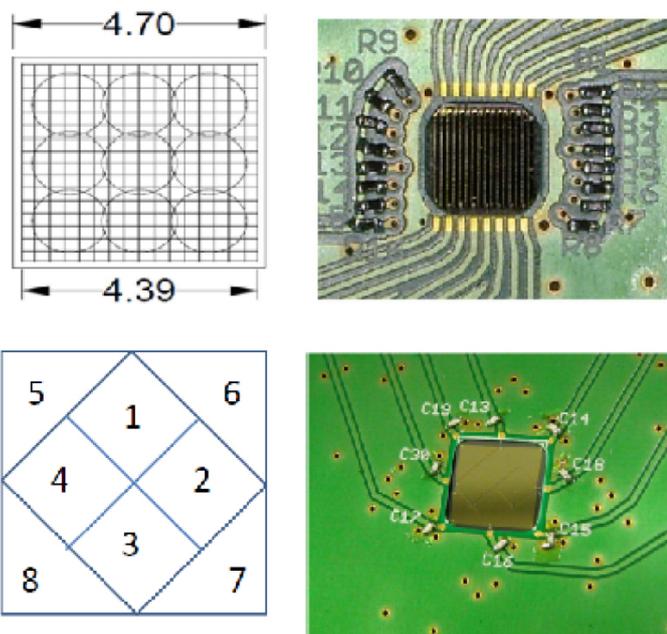
Abbildung 2.8: Schematische Darstellung von START und VETO Detektor: Sie sind im Abstand von etwa 70 cm hintereinander verbaut, dazwischen ist das segmentierte Target platziert.

Die START und VETO Detektoren dienen der Flugzeitmessung als Referenz. Der START Detektor ist ein monokristalliner Diamanthalbleiter, der sich aus je 16 Streifen in x- und y-Richtung zusammensetzt. Dieser hat eine Breite von 4.7 mm und wurde mit einer Dicke von $70 \mu\text{m}$ so dünn wie möglich konzipiert. Der START Detektor ist 2mm vor dem Target und noch innerhalb des Strahlrohrs positioniert. Der Start-Zeitpunkt t_0 einer Reaktion wird durch den START Detektor festgelegt und dient den META Detektoren zur Bestimmung der Flugzeit. Mithilfe der Segmentierung kann neben der Zeitmessung auch die Strahlposition während der Messung beobachtet werden.

Der VETO Detektor findet sich 70 cm hinter dem Target und ist hinter dem RICH Detektor installiert. Dieser in 8 Segmente unterteilte polykristalline Diamantdetektor ist $100 \mu\text{m}$ dick und dient zur Unterdrückung von Reaktionen ohne Interaktionen mit dem Target. Das Target wurde mit einer Reaktionswahrscheinlichkeit von etwa 2 % entworfen, so dass die meisten Teilchen die Target-Region ohne Reaktion durchwandern.

⁵Multiplicity an Electron Trigger Array

Abbildung 2.9: Abgebildet sind der START Detektor (oben) und der VETO Detektor (unten) mit dem schematischen Aufbau aus der Strahlzeit 2012.



2.4.2 RPC

Der RPC⁶ Detektor deckt den inneren Polarwinkelbereich von $18 < \Theta < 45$ Grad ab und ist analog den anderen Subdetektoren in sechs, trapezförmige Sektoren unterteilt. Die einzeln abgeschirmten streifenartigen Zellen sind in zwei teilweise überlappenden Ebenen mit jeweils 31 Zeilen und 3 Spalten organisiert (siehe Abb. 2.10). Die Größe der insgesamt 187 Zellen variiert zwischen 2,2 und 5 cm in der Breite und in der Länge zwischen 12 und 52 cm.

Eine einzelne Zelle besteht aus 3 Aluminium Elektroden, die durch 2 Glasplatten separiert sind. Jede dieser Elektroden ist 2 mm dick.

Geladene Teilchen ionisieren Gasatome und lösen dabei eine Elektronenlawine aus. Die Innere der 3 Aluminiumplatten ist an eine Hochspannung angeschlossen, während die anderen Elektroden geerdet sind. Zwischen den Platten liegt eine Hochspannungsdifferenz an um im Gasvolumen ein homogenes elektrisches Driftfeld zu erzeugen. Der RPC ist mit einem Gasgemisch aus 90% $C_2H_2F_4$ and 10% SF_6 gefüllt.

Somit bildet der RPC einen weiteren Bestandteil der Teilchenspurrekonstruktion durch die Lokalisation des Auftreffpunktes. Die Zeitauflösung zur Flugzeitmessung liegt bei ca. 75 ps. Die Effizienz der Teilchendetektion liegt bei ca. 95%.

⁶Resistive Plate Chamber

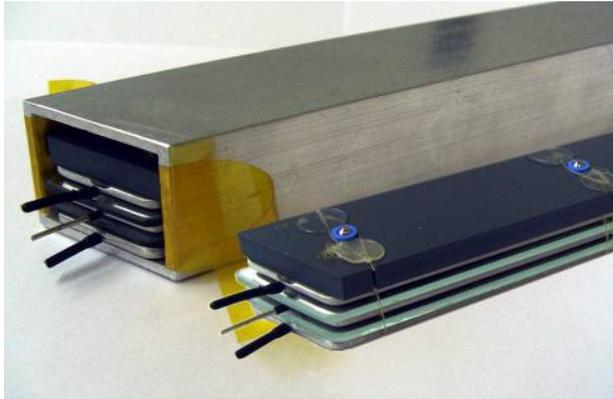


Abbildung 2.10: Der Aufbau des RPC Detektors. Links: Eine Zelle besteht aus drei Aluminium Elektroden und zwei Glasplatten, in der Mitte liegt die Hochspannung an. Nach außen ist die Zelle abgeschirmt. Rechts: Ein Sektor des RPC Detektors besteht aus zwei Ebenen, die sich jeweils aus drei Spalten und 31 Zeilen zusammensetzen.

2.4.3 TOF

Der TOF⁷ Detektor deckt den äußeren Bereich des Polarwinkels von $44 < \Theta < 88$ Grad ab und hat dieselbe hexagonale Geometrie wie der gesamte Detektor. Aufgebaut sind die sechs Sektoren aus insgesamt 64 Plastikszintillatorstreifen, die in 8 Modulen mit jeweils 8 Plastikszintillatorstreifen angeordnet sind.



Abbildung 2.11: Der TOF Detektor nach der Installation auf den Stützrahmen. Der hier offene mittlere Bereich wird durch die Flugzeitdetektoren RPC und PreShower abgedeckt.

Beim Durchgang der Teilchen durch den Detektor werden Atome angeregt, die beim Übergang in ihren Grundzustand Photonen aussenden. Diese Photonen werden zu beiden Enden des Streifens transportiert und in Photomultipliern zu elektrischen Signalen umgewandelt. Die x-Position kann durch die Zeitdifferenz an den Enden des Streifens ermittelt werden:

⁷Time Of Flight

$$x = \frac{1}{2} (t_{links} - t_{rechts}) \cdot V_g \quad (2.2)$$

wobei V_g die Gruppengeschwindigkeit des Lichts im Szintillator ist. Mithilfe der Länge L des Streifens kann ebenso die Flugzeit des Teilchens t_{tof} berechnet werden:

$$t_{tof} = \frac{1}{2} \left(t_{links} + t_{rechts} - \frac{L}{V_g} \right) \quad (2.3)$$

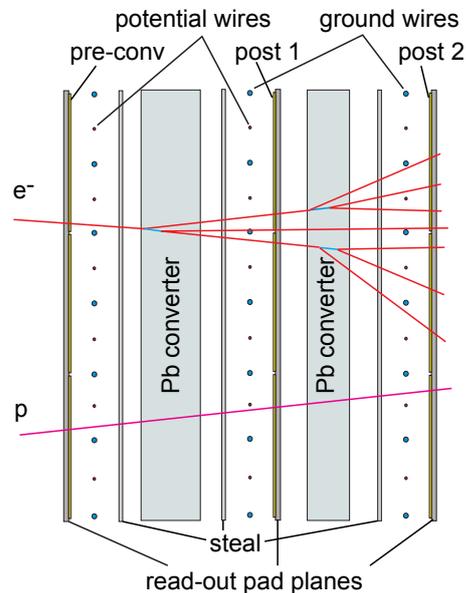
An den Enden der Streifen werden zusätzlich die Breite und Amplitude des Signal ausgelesen, welche wiederum direkt proportional zum Energieverlust des Teilchens sind. Der Energieverlust und die Flugzeit können der Identifizierung der Teilchen dienen.

Die Zeitauflösung beträgt $\sigma_{TOF} \leq 150$ ps und die Ortsauflösung $\sigma_x \leq 25$ mm.

2.4.4 PreShower

Der PreShower Detektor schließt an den RPC an und dient der Unterscheidung von Elektronen und Hadronen. Da die Unterscheidung von Elektronen und Hadronen für Winkel unter 45 Grad anhand von Impuls und Flugzeit sehr schwer ist, nutzt der PreShower eine andere Eigenschaft der Materie: dringen hochrelativistische Elektronen oder Positronen in die Detektormaterie ein, wird ein elektromagnetischer Schauer durch Paarerzeugungsprozesse und Bremsstrahlung gebildet. Dieser Schauer ist für Elektronen wesentlich wahrscheinlicher als für schwere Hadronen.

Abbildung 2.12: Der PreShower Detektor besteht aus drei Gaskammern mit jeweils einer Drahtebene und zwei Bleikonvertern. Beim Durchgang von Elektronen wird ein el.-magn. Schauer ausgelöst, anhand dessen die Elektronen von Hadronen unterschieden werden können.



Aufgebaut ist der PreShower Detektor aus drei Gaskammern und zwei Bleikonvertern. In den Gaskammern befindet sich jeweils eine Drahtebene und sie sind mit einer Zählgas Mischung aus Argon, iso-Butan und Heptan gefüllt. Beim Durchgang durch die Bleiplatte

verlieren die Teilchen aufgrund von Bremsstrahlung Energie. Die Bremsstrahlungsphotonen lösen einen elektromagnetischer Schauer aus, der in den Drahtkammern detektiert wird. Hadronen produzieren nur einige Teilchen, während Elektronen einige Größenordnungen mehr Teilchen produziert. Vergleicht man nun die Summe an Ladungen, können Elektronen und Hadronen unterschieden werden.

2.5 Forward Wall

Die Forward Wall wurde 2007 installiert und steht senkrecht zur Strahlachse. Sie befindet sich 7m hinter dem Target und ist durch einen Helium-Ballon mit dem restlichen HADES Detektor verbunden, um multiple Streuung zu vermeiden. Die Forward Wall deckt einen Polarwinkelbereich von $0,33 < \theta < 7,17$ Grad ab und identifiziert dadurch Teilchen, die nicht an der Reaktion teilnehmen, so genannte Spektatoren, die wichtig zur Rekonstruktion der Reaktionsebene sind. Außerdem kann mithilfe der Forward Wall die Zentralität des Events bestimmt werden, siehe Kapitel A.2. Der Detektor besteht aus 287 Szintillator Modulen, die durch einen Photomultiplier ausgelesen werden. Die Forward Wall liefert Informationen über die deponierte Energie sowie die Flugzeit der Spektatoren. Alle Zellen sind 2.54 cm dick, jedoch ändert sich die Größe der Zellen mit dem Raumwinkel. Die innersten Zellen sind $4 \cdot 4 \text{ cm}^2$, die nächsten $8 \cdot 8 \text{ cm}^2$ und die äußersten Zellen $16 \cdot 16 \text{ cm}^2$ groß (siehe Abb. 2.13), womit sich eine Gesamtgröße von $1.8 \cdot 1.8 \text{ m}^2$ ergibt.

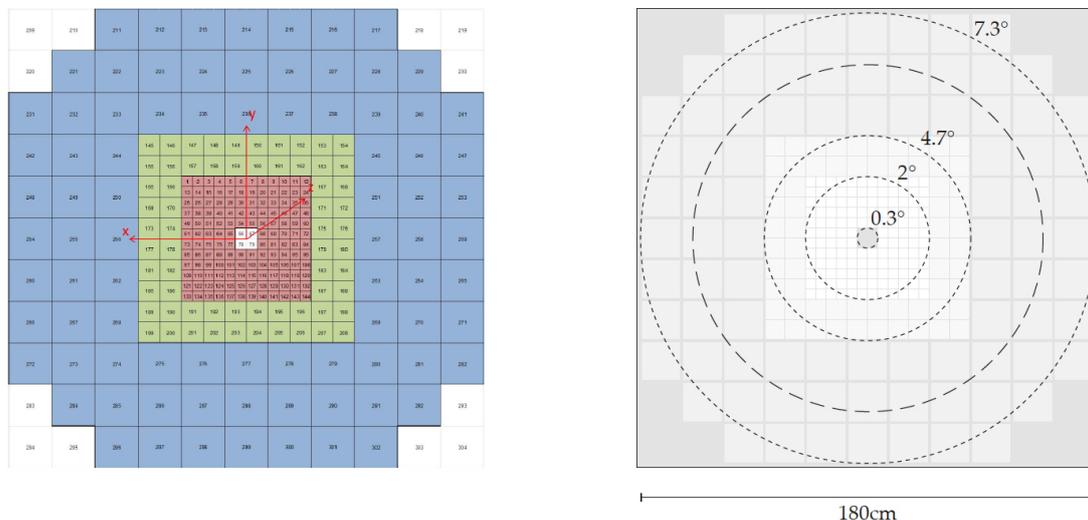


Abbildung 2.13: Der Aufbau der Forward Wall mit den verschiedenen großen Modulen. Links: Direkt an der Strahlachse befinden sich die kleinsten, $4 \cdot 4 \text{ cm}^2$ großen Zellen (rot), anschließend die $8 \cdot 8 \text{ cm}^2$ großen Zellen (grün) und außen $16 \cdot 16 \text{ cm}^2$ große Zellen (blau). Rechts: Eingezeichnet sind die dazugehörigen Winkelbereiche, die von den Zellen abgedeckt werden.

Kapitel 3

Datenanalyse in Au+Au

In der Strahlzeit im April und Mai 2012 wurden mit dem HADES Detektor Schwerionenkollisionen von $^{197}_{79}\text{Au} + ^{197}_{79}\text{Au}$ aufgezeichnet. Dabei wurden vom Teilchenbeschleuniger SIS 18 69-fach positiv geladene Goldionen mit einer Intensität von $1.2 - 1.5 \cdot 10^6$ Ionen pro Sekunde mit einer kinetischen Energie von 1.23 AGeV geliefert. Dieser Strahl wurde auf das stationäre Goldtarget fokussiert, das zur Verminderung von Konversion in 15 Goldfolien unterteilt war (siehe Kapitel 2.1). Insgesamt wurden in 557 Stunden Strahlzeit ca. $7.3 \cdot 10^9$ Kollisionen mit einer Speichergröße von insgesamt 140 TByte aufgenommen.

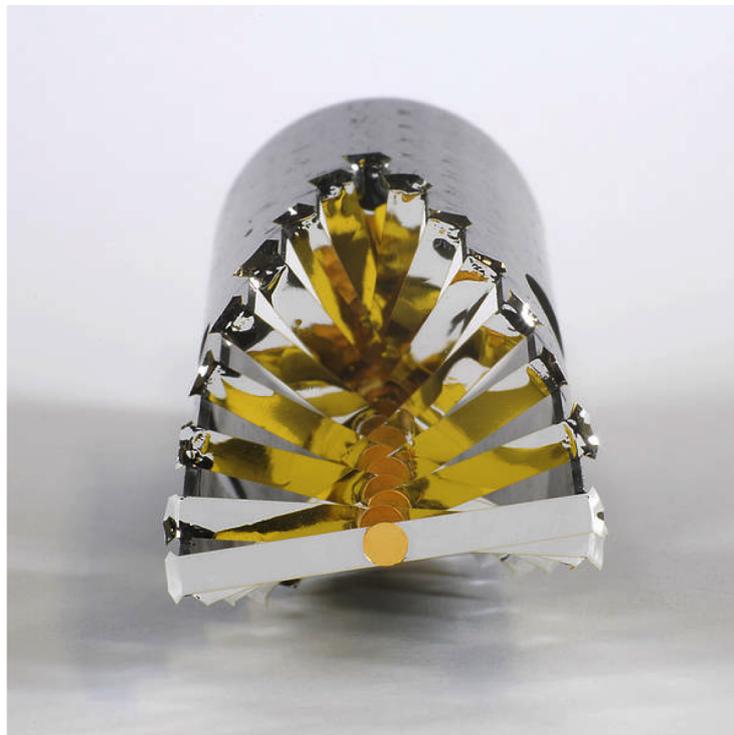


Abbildung 3.1: Stationäres Goldtarget mit 15 Segmenten aus der Strahlzeit 2012.

3.1 Triggerbedingungen

Die DAQ¹ erfasst die Signale der einzelnen Subdetektoren und kombiniert diese. Dabei werden alle Signale der Front-End Elektronik gesammelt und an die Eventbuilder weitergeleitet. Die Eventbuilder kombinieren die verschiedenen Daten und bereiten die langfristige Speicherung vor.

Das Triggersystem dient dazu, die großen Datenmengen auf physikalisch relevante Ereignisse zu begrenzen und die Datenmengen sowie Totzeit zu reduzieren. In der ersten Triggerstufe wird eine gewisse Multiplizität im META Detektor verlangt, die zentralen Stößen entspricht. Unterhalb dieser Multiplizität werden die Ergebnisse sofort verworfen. Diese Entscheidung benötigt etwa 100 ns, was wesentlich kürzer als die durchschnittliche Zeit zwischen zwei Reaktionen ist. Die genauen Triggerbedingungen ändern sich jedoch mit dem jeweiligen Stoßsystem und der Strahlzeit. So wurde in der Au+Au-Strahlzeit eine Multiplizität im TOF-Detektor von mehr als 20 Treffern verlangt (PT3 Trigger). Zusätzlich zu diesem Multiplizitätstrigger wurde noch ein PT2-Trigger angewendet, der Events mit nur fünf Treffern im TOF-Detektor aufzeichnete.

3.2 Datenkalibrierung

Wurde ein Ereignis vom Trigger-System ausgewählt, werden alle Detektorsignale in einer DAQ-Datei aufgezeichnet und zur Speicherung in HLD-Dateien umgewandelt. Diese HLD-Dateien sind durch ihre Kennung eindeutig einem bestimmten Zeitpunkt innerhalb der Strahlzeit zugewiesen. In der Oracle-Datenbank sind alle Parameter des Detektors mit einem genauen Zeitpunkt gespeichert, so dass ein Vergleich mit den Detektorparametern während der Analyse möglich ist. Ein Tracking Algorithmus kombiniert die Signale der Detektoren zu Teilchenspuren und speichert die entstandenen Teilchenkandidaten in DST²-Dateien. Auf Grundlage der DST-Dateien und deren Informationen über die rekonstruierten Teilchenspuren sowie der Impulsrekonstruktion wird die physikalische Datenanalyse durchgeführt.

3.3 Spurrekonstruktion

Im HADES Detektor können die Teilchenspuren nicht kontinuierlich verfolgt werden. Zur Rekonstruktion der Teilchenspur dienen hauptsächlich die Signale des Magnetspektrometers.

Um den Durchgangspunkt einer Spur durch eine Driftkammer zu bestimmen, müssen mehrere Drähte in unterschiedlichen Ebenen getroffen werden, da sich aus dem Signal eines einzelnen Drahtes noch keine Ortsbestimmung ableiten lässt. Zur genaueren Bestimmung

¹Data AcQuisition

²Data Summary Tape

sind die sechs Drahtebenen einer Kammer in unterschiedlichen Winkel angeordnet. Aus der Projektion aller getroffenen Drähte in einer Kammer werden zunächst Cluster rekonstruiert, die wiederum zu einzelnen Spursegmenten mit jeweiliger Position und Richtung kombiniert werden.

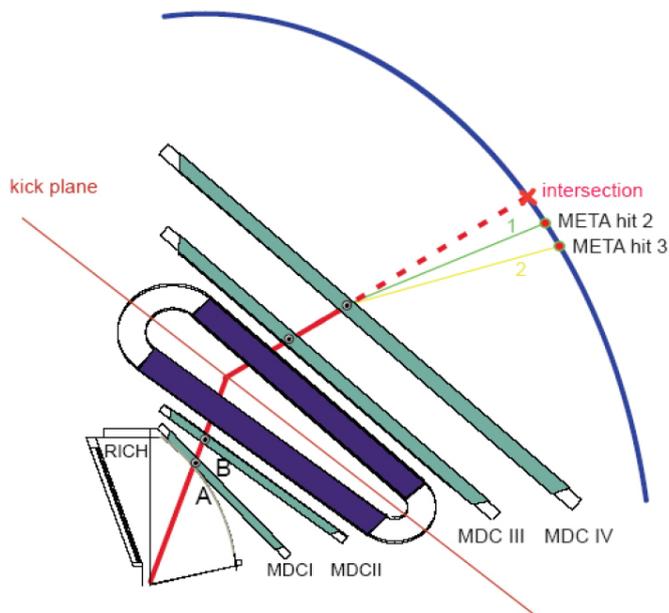


Abbildung 3.2: Die Spurrekonstruktion mithilfe des Magnetspektrometers: Je zwei der vier Vieldrahtdriftkammern MDC I,II,III und IV werden zu einem Segment zusammengefasst und anschließend die Spur anhand der Durchstoßpunkte rekonstruiert. Nach der Spurrekonstruktion im Magnetspektrometer kann eine Kombination mit den Treffern in den META Detektoren erfolgen.

Das innere Spursegment setzt sich aus den Signalen der Driftkammern MDC I und II und das äußere Spursegment aus MDC III und IV Signalen zusammen. Aus den Auftreffpunkten im inneren Segment ergibt sich mit der Targetposition ein gerades Spursegment. Die Krümmung der Teilchenbahn im toroidalen Magnetfeld wird durch einen Impulskick an einer virtuellen *kick plane* zwischen den inneren und äußeren Kammern angenähert (siehe Abb. 3.3). Daraus ergibt sich ein Schnittpunkt des inneren Spursegments mit der Kick plane, welcher mit dem äußeren Segment kombiniert wird. Die Spurkandidaten ergeben sich so aus der Kombination des inneren und des äußeren Spursegments und werden mit den Treffern in den META Detektoren zu einer durchgängigen Teilchenspur kombiniert. Ebenfalls kann aus dem Ablenkswinkel zwischen innerem und äußerem Segment die Impulsrekonstruktion erfolgen.

3.4 Impulsbestimmung

Die Impulsbestimmung im HADES Detektor beruht auf der Ablenkung geladener Teilchen im Magnetfeld aufgrund der Lorentzkraft. Für ein Teilchen mit der Ladung q und der bekannten Magnetfeldstärke \vec{B} gilt

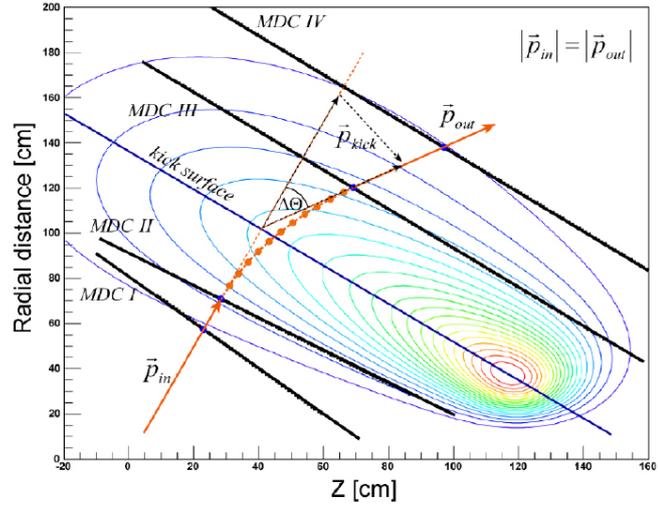
$$F_L = q[\vec{v} \times \vec{B}] \quad (3.1)$$

Die durch das Magnetfeld hervorgerufene Impulsänderung kann durch einen transversalen Stoß beschrieben werden:

$$\Delta\vec{p}_{kick} = \vec{p}_{out} - \vec{p}_{in} = \int d\vec{p} = \int \vec{F} dt = \int q[\vec{v} \times \vec{B}] dt = -q \int \vec{B} \times d\vec{s} \quad (3.2)$$

wobei \vec{p}_{in} der Impuls vor und \vec{p}_{out} der Impuls hinter dem Magnetfeld ist.

Abbildung 3.3: Die Spurrekonstruktion mithilfe des Magnetspektrometers: Je zwei der vier Vieldrahtdriftkammern MDC I,II,III und IV werden zu einem Segment zusammengefasst und anschließend die Spur anhand der Durchstoßpunkte rekonstruiert.



Der Ablenkwinkel $\Delta\Theta$ der Beugung lässt sich mithilfe von

$$\sin\left(\frac{\Delta\Theta}{2}\right) = \frac{|\Delta\vec{p}_{kick}|}{2|\vec{p}|} \quad (3.3)$$

bestimmen. Dabei gilt $|\vec{p}_{in}| = |\vec{p}_{out}| = |\vec{p}|$.

Um den Impuls nun aus den rekonstruierten Spuren in den Driftkammern und der bekannten Magnetfeldstärke zu berechnen, wird zunächst die *Spline-Methode* angewendet. Dabei wird eine kubische Spline benutzt, um eine glatte Trajektorie durch die Detektor Treffer zu konstruieren. Der daraus resultierende Impuls und die Polarität des Teilchens wird zusammen mit dem Vertex und dem Treffer im META Detektor als Anfangsbedingung für das *Runge-Kutta-Verfahren* gewählt.

Dabei werden die Bewegungsgleichungen numerisch gelöst und auch kleine, nicht-verschwindende Magnetfeldanteile im Bereich der Driftkammern berücksichtigt. Die Bewegungsgleichung eines Teilchens wird durch Pfade im Magnetfeld parametrisiert und in zwei Differentialgleichungen überführt. Diese Differentialgleichungen werden nun mit dem vierstufigen numerischen Runge-Kutta-Verfahren gelöst. Diese Trajektorie wird mit den

Treffern im Detektor verglichen und die Prozedur bis zu 11 mal wiederholt. Mit der Methode der kleinsten Quadrate werden die Parameter der geladenen Teilchentrajektorie abgeschätzt und dies dient als Qualitätskriterium der rekonstruierten Spur.

3.5 Teilchenidentifikation durch Impuls- und Flugzeitmessung

Zur Identifikation eines Teilchens sind die Kenntnis von Flugzeit bzw. Geschwindigkeit und Impuls nötig.

Mithilfe des Runge-Kutta-Verfahrens wurde bereits der Impuls p , die Polarität q und die Länge der Teilchenspur s bestimmt, woraus zusammen mit der Flugzeit eine Identifikation der einzelnen Teilchen erfolgen kann. Die Flugzeit ergibt sich zu $\Delta t = t_1 - t_0$, wobei t_0 die Startzeit des Start-Detektors und t_1 das Zeitsignal des jeweiligen Flugzeitdetektors ist. Daraus ergibt sich die Geschwindigkeit β :

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{s}{c \cdot \Delta t}. \quad (3.4)$$

Aus der Geschwindigkeit β definiert sich der relativistische Lorentzfaktor $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Die Masse des Teilchens lässt sich nun mit dem Impuls und der Geschwindigkeit berechnen:

$$\frac{m}{q} = \frac{p}{\gamma \cdot \beta \cdot c}. \quad (3.5)$$

Aufgrund von möglichen Fehlern in der Flugzeitmessung kann es vorkommen, dass die gemessene Geschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit wird. Damit dies nicht zu einer imaginären Masse eines Teilchens führt, wird mit dem Quadrat der Masse m^2 gerechnet.

In Abbildung 3.4 ist der Zusammenhang zwischen Impuls und Flugzeit für die verschiedenen Teilchensorten dargestellt. Aufgrund der unterschiedlichen Auflösungen von TOF und RPC wird die Analyse für die beiden Detektoren getrennt ausgeführt. Die theoretischen Kurven wurden berechnet mit:

$$\beta = \frac{p}{m} = \frac{1}{\sqrt{\frac{m^2}{p^2} + 1}} = \frac{p}{E} \quad (3.6)$$

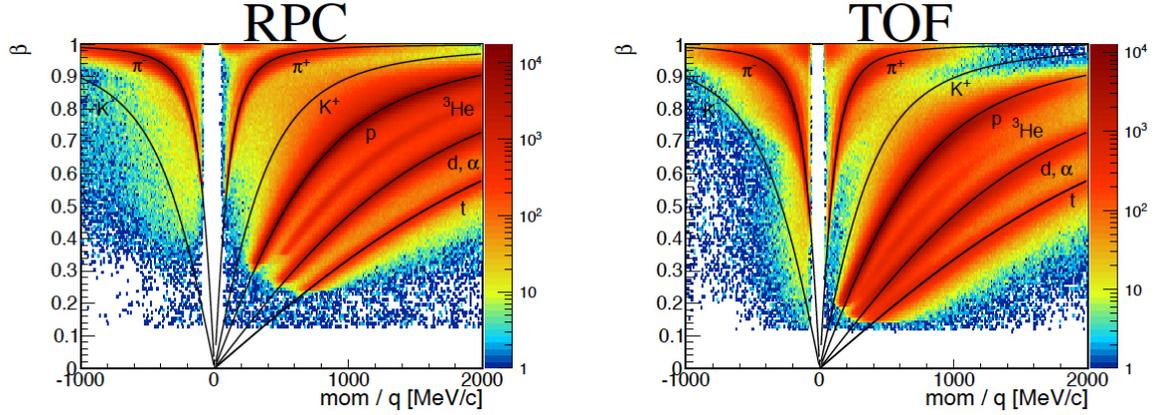


Abbildung 3.4: Teilchenidentifikation mittels Flugzeit und Impuls: aufgetragen ist die Geschwindigkeit β über das Produkt von Polarität und Impuls der Teilchen für die beiden Flugzeitdetektoren RPC (links) und TOF (rechts). Eingezeichnet sind die idealen Kurven, anhand derer eine Teilchenselektion vorgenommen werden kann [22].

3.6 Teilchenidentifikation durch den Energieverlust

Alternativ oder ergänzend kann die Identifikation der Teilchen auch über ihren Energieverlust $-\frac{dE}{dx}$ in den Driftkammern sowie in dem Flugzeitdetektor TOF erfolgen. Durch diese Art der Identifikation können Teilchen mit ähnlichem Impuls, aber unterschiedlichen Massen aufgrund ihrer unterschiedlichen Geschwindigkeiten differenziert werden. Der Energieverlust ist proportional zur Masse und Ladung des geladenen Teilchens und wird durch die Wechselwirkungen der Teilchen mit den Elektronen des Detektormaterials verursacht. Für den Impulsbereich, in dem der HADES Detektors arbeitet, kann der Energieverlust durch die Bethe-Bloch-Formel genähert werden:

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \frac{Z z^2}{A p^2} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2c^2 m_e \gamma^2 \beta^2 T_{max}}{I^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right] \quad (3.7)$$

mit

- N_A - Avogardozahl
- r_e - klassischer Elektronenradius
- m_e - Masse des Elektrons
- Z, A - Ordnungs- und Massenzahl der durchquerten Materials
- z - Ladung des einfallenden Teilchens
- I - materialsabhängige Ionisationskonstante
- γ - Lorentzfaktor
- δ - Dichtekorrekturenfaktor

und der maximalen kinetischen Energie, die in einem einfachen Stoß auf ein freies Elektron übertragen werden kann

$$T_{max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\gamma m_e / M + (m_e / M)^2} \quad (3.8)$$

In Abbildung 3.5 sind die mit der Bethe-Bloch-Formel berechneten Energieverlustkurven für die Driftkammern eingezeichnet, um die zur Teilchenidentifikation graphische Schnitte gelegt werden können.

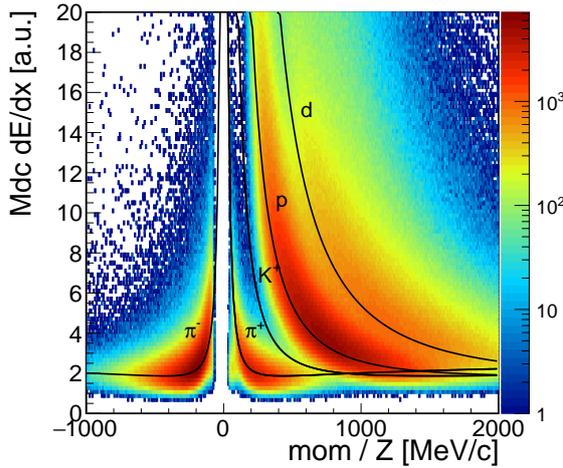


Abbildung 3.5: Teilchenidentifikation mittels Energieverlust: dargestellt ist der Energieverlust in den Driftkammern als Funktion des Impulses. Die eingezeichneten Linien entsprechen dem mithilfe der Bethe-Bloch-Formel 3.7 berechneten Energieverlust der Teilchen [22].

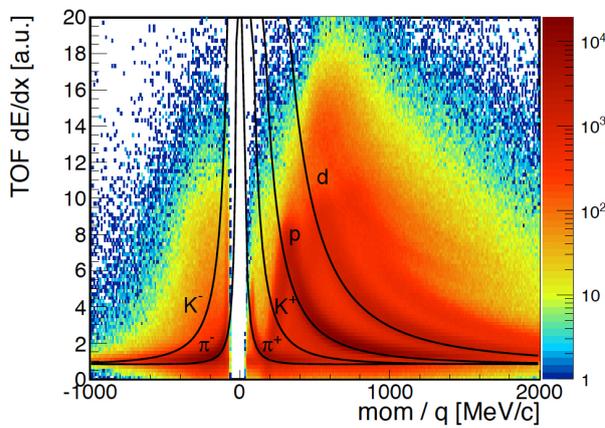


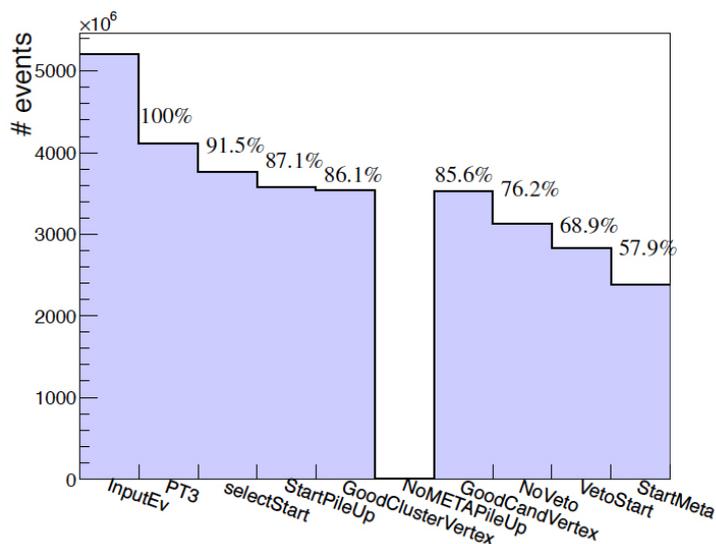
Abbildung 3.6: Teilchenidentifikation mittels Energieverlust: dargestellt ist der Energieverlust im TOF Detektor als Funktion des Impulses. Die eingezeichneten Linien entsprechen dem mithilfe der Bethe-Bloch-Formel 3.7 berechneten Energieverlust der Teilchen [22].

3.7 Event Selektion

Um die besten Bedingungen für die nachfolgende Analyse der Daten zu gewährleisten ist es notwendig, einige Events von der physikalischen Analyse auszuschließen. Dies beinhaltet Events, in denen eine Reaktion außerhalb des Targets stattgefunden hat oder keine übereinstimmenden Messungen in den verschiedenen Subdetektoren aufgezeichnet wurden.

Zunächst werden nur Events für die Analyse ausgewählt, an denen alle 6 Sektoren des Detektors stabil liefen. Da dies hauptsächlich am Tag 108 des Jahres 2014 der Fall war, werden alle anderen Tage der Strahlzeit nicht analysiert. Des Weiteren müssen Events aussortiert werden, bei denen eine Reaktion des Ionenstrahls mit einem Kohlenstoffatom des Targethalters oder des START Detektors aufgezeichnet wurde. Dazu muss der rekonstruierte Vertex in einem der 15 Segmente des Targets liegen. Um dies zu erreichen, werden Schnitte auf die räumlichen Koordinaten des Vertex angelegt, so dass nur Vertices im Target übrig bleiben. Außerdem müssen sogenannte *pile-up* Events identifiziert und ausgeschlossen werden. Dies sind Events mit mehr als einer Reaktion innerhalb eines Event-Zeitfensters, so dass falsche Startzeiten t_0 und somit falsche Flugzeiten für die einzelnen Teilchen berechnet werden. Außerdem ist durch die Multiplizität zweier Reaktionen die Zentralitätsbestimmung des ganzen Events falsch. Um diese Art der Events zu unterdrücken, werden zunächst nur Events akzeptiert, die eine definierte Startzeit besitzen. Des Weiteren wird gefordert, dass auch nur eine Reaktion in einem festgelegten Zeitfenster im START Detektor registriert wurde. Zusätzlich zur Startzeit und zum in der Targetregion rekonstruiertem Vertex wird außerdem gefordert, dass der VETO Detektor kein Signal hatte. Falls es eine zweiten Reaktion im START Detektor ohne dazugehöriges Vetosignal gab, wird diese auch ausgeschlossen.

Abbildung 3.7: Die Anzahl der selektierten Events nach den verschiedenen Schritten. Nach der Anwendung aller Schritte bleiben noch etwa 58 % der Events übrig [22].



3.8 Spurselektion

Die analysierten Au+Au-Kollisionen sind das größte Stoßsystem, das mit HADES bisher vermessen wurde. Mit der Größe des Stoßsystems steigt die Anzahl der Partizipanten pro Reaktion und somit die Multiplizität. Dadurch wird es immer schwieriger, eine eindeutige Zuweisung der Treffer im Detektor zu erlangen, da die große Kombinatorik eine große Menge potentieller Teilchenkandidanten ergibt. Da trotz der Selektion von Events in je-

dem Event alle möglichen Teilchenkandidaten gespeichert wurden, muss nun eine weitere Selektion auf Trackebene stattfinden.

In der Hadronenanalyse setzt sich ein Teilchenkandidat aus einem Treffer in den META-Detektoren sowie jeweils einem inneren und einem äußeren Segment der Driftkammern zusammen. Ein Maß für die Güte der einzelnen Komponenten der Teilchenspur sind die χ^2 -Parameter:

χ_{inner}^2 : Anpassung des inneren Segments an die Treffer in MDC I und II

χ_{outer}^2 : Anpassung des äußeren Segments an die Treffer in MDC III und IV

χ_{RK}^2 : Anpassung der über die RK-Methode bestimmten Spur an die Messpunkte

χ_{Meta}^2 : Anpassung des META Treffers an die RK-Spur

Die Qualitätsvariable χ_{RK}^2 beschreibt die Güte der Anpassung der rekonstruierten Spur an die Signale in den inneren und äußeren MDC's. χ_{Meta}^2 beschreibt, wie gut die extrapolierte Spur zu dem gefundenen Auftreffpunkt im META Detektor passt. Anhand dieses Gütemerkmals werden Spuren, die sich ein Detektorelement teilen, sortiert. Anhand des Produkts der beiden Spurqualitätsvariablen χ_{RK}^2 und χ_{Meta}^2 lässt sich die beste Kombination an rekonstruierten Teilchenkandidaten auswählen.

Für eine weitere Verbesserung der Rekonstruktion können noch weitere Qualitätsvariablen eingeführt werden: χ_{inner}^2 und χ_{outer}^2 . Diese beschreiben, wie gut die rekonstruierte Spur mit den tatsächlichen Driftzeiten im inneren und äußeren Driftkammersegment übereinstimmt. Mithilfe dieser Qualitätskriterien kann sichergestellt werden, dass in der Analyse nur eindeutige Teilchenspuren verwendet werden.

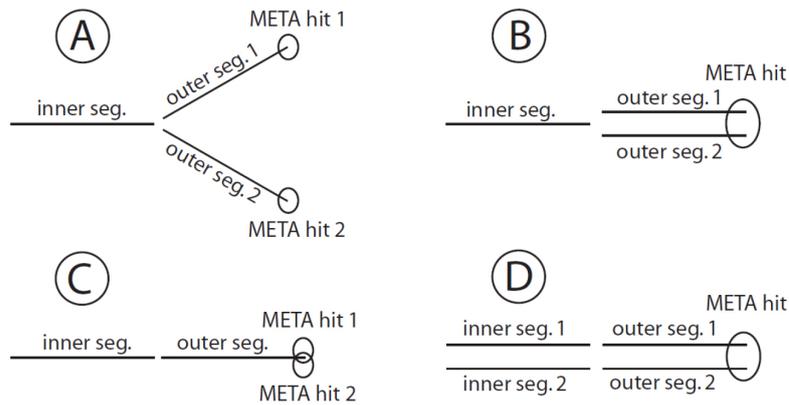


Abbildung 3.8: Jeder Spurkandidat setzt sich aus einem inneren Segment, einem äußeren Segment und einem META-Treffer zusammen. Eine Kombination mehrerer innerer Segmente mit einem äußeren Segment ist nicht gestattet. Aus den übrig gebliebenen vier Kombinationsmöglichkeiten geteilter Spurenssegmente wird nur die Spur mit den besten Gütekriterien ausgewählt.

3.9 Analyse Framework

Die Datenanalyse erfolgt mit HYDRA³, das auf dem am CERN⁴ entwickelten ROOT Framework basiert. Hauptaufgabe des Framework ist die Auswertung der mit HADES aufgezeichneten Events. Daten können aus verschiedenen Quellen, z.B. direkt aus den Eventbuildern, den HLD-Dateien oder den DST-Dateien, eingelesen werden. Die Geometrie, das Setup und die Kalibrierung des Detektors während der jeweiligen Strahlzeit können von der Oracle Datenbank und von ROOT Dateien übernommen werden.

3.10 Simulation

Aufgrund der limitierten Akzeptanz, Ineffizienzen und der Totzeit des Detektors ist es notwendig, Akzeptanz- und Effizienzkorrekturen mithilfe von Simulationen durchzuführen und die experimentellen Daten mit realistischen Simulationen zu vergleichen.

Dazu werden mittels eines Eventgenerators realistische Events erzeugt und anschließend mit einer Detektorsimulation durch HADES propagiert. Als Eventgeneratoren dienen die zwei unterschiedlichen Monte-Carlo Simulationen UrQMD⁵ und Pluto.

UrQMD ist ein mikroskopisches Transportmodell und wurde konzipiert, um pp, pA und A+A Kollisionen zu studieren. Pluto ist ein schneller Eventgenerator, der für Hadronenphysik und Schwerionenkollisionen konzipiert wurde. Er dient zum Beispiel der Untersuchung von thermisch erzeugten Hadronen und der Verteilungen ihrer Observablen.

Diese produzierten Events werden anschließend durch den simulierten HADES Detektor propagiert, der in dem HADES Simulationspaket HGEANT implementiert wurde. HGEANT basiert auf der CERN Software Geant 3.21 und beinhaltet die volle Geometrie des HADES Detektors mit allen Materialkonstanten sowie einer genauen räumlichen Verteilung des Magnetfeldes. Die Detektorreaktion auf Wechselwirkung mit den Teilchen ist in den Digitizern implementiert. Die Rekonstruktion der Spuren und die anschließende Analyse erfolgt analog den experimentellen Daten mit HYDRA.

³HADES **S**ystem for **D**ata **R**eduction and **A**nalysis

⁴Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire

⁵Ultra relativistic Quantum Molecular Dynamics

Kapitel 4

Besonderheiten der Fluktuationsanalyse

Der Fokus dieser Analyse liegt in der Auswertung der höheren Momente der Multiplizitätsverteilungen von Protonen.

Die höheren Momente der Erhaltungsgrößen Baryonenzahl, Ladung und Strangeness sollen laut Vorhersagen sensitiv auf einen Phasenübergang erster Ordnung und den kritischen Punkt im QCD Phasendiagramm sein. In dieser Analyse wird die Fluktuation der Nettobaryonenzahl als Observable untersucht, die auf die Existenz eines kritischen Punktes reagieren könnte.

Die höheren Momente einer Teilchenzahlverteilung sind der Erwartungswert M (mean), die Standardabweichung σ , die Schiefe S (skewness) und die Wölbung κ (kurtosis). Um Volumeneffekte in erster Ordnung aufzuheben, werden häufig die Produkte der höheren Momente $S \cdot \sigma$ und $\kappa \cdot \sigma^2$ berechnet (siehe A.1).

Es wurde gezeigt, dass zumindest für höhere Strahlenergien ($\sqrt{s_{NN}} > 10$ GeV/c) die Nettoprotonenzahl repräsentativ für die Baryonenzahl in effektiven Modellen verwendet werden kann [11]. Daher werden zunächst die höheren Momente der (Netto-)Protonenzahl in Au+Au Kollisionen mit einer Schwerpunktsenergie von 2.41 GeV ausgewertet. Bei dieser Kollisionsenergie werden keine Antiprotonen produziert, so dass sich die Analyse auf die Protonenzahl konzentriert. Im weiteren Verlauf werden die Deuteronen zur Bestimmung der höheren Momente hinzugezogen, da bei der Kollisionsenergie nicht eindeutig geklärt ist, in wie weit die Protonenzahl stellvertretend für die Erhaltungsgröße der Baryonenzahl verwendet werden kann, da ein nicht zu vernachlässigender Anteil der Protonen gebunden in Fragmenten auftritt.

Zur Auswertung der höheren Momente werden zunächst die zu analysierenden Protonen und Deuteronen identifiziert und anschließend in jedem Stoßevent die Anzahl produzierter Teilchen innerhalb eines bestimmten Phasenraums bestimmt. Diese Teilchenanzahl wird zentralitätsabhängig bestimmt und in Teilchenzahlverteilungen dargestellt. Diese Verteilungen werden im Anschluss für die geometrische Akzeptanz des Detektors sowie die Effizienzen des Detektor und der Spurrekonstruktion korrigiert, um die höheren Momente der Verteilung zu extrahieren.

Da die Akzeptanz- und Effizienzkorrektur nicht nur der Erwartungswert, sondern auch die höheren Momente korrigiert, ist die Akzeptanz- und Effizienzkorrektur in dieser Analyse

besonders kritisch. Dazu wird die Korrekturmethode zunächst anhand von Simulationen validiert und erst im Anschluss in Kapitel 5 auf die experimentellen Au+Au Daten angewandt.

4.1 Teilchenidentifikation

Es werden Auswahlkriterien an die rekonstruierten Teilchen gestellt, um die Vielzahl möglicher Teilchenkandidaten zu reduzieren. Nur dadurch kann sichergestellt werden, dass der Impuls, die Ladung, die Flugzeit und der Energieverlust in den MDCs und TOF richtig zugeordnet werden.

Die grundlegenden Anforderungen an die mögliche Hadronenkandidaten sind Treffer in den inneren sowie äußeren Kammern der MDCs und einem Treffer in den META Detektoren. Zudem muss die Impulsrekonstruktion im Runge-Kutta-Verfahren erfolgreich gewesen sein. Weiter wird verlangt, dass die Flugzeitmessung einen Wert β größer null ergibt und eine Flugzeit unterhalb von 60 ns. Für die Güteparameter der Spur wird verlangt, dass die Spurqualitätsparameter die Bedingungen $\chi_{inner}^2 > 0$ und $\chi_{RK}^2 < 1000$ erfüllen. Des Weiteren werden für diese Analyse nur Spuren verwendet, die sich kein Detektorsegment oder Treffer mit anderen analysierten Spuren teilen. Dafür werden Spurkandidaten, die sich ein Segment oder Treffer teilen, nach der Güte ihrer Impulsrekonstruktion χ_{RK}^2 sortiert und nur die Spur mit dem kleinsten χ_{RK}^2 -Wert wird ausgewählt und die anderen Spurkandidaten werden verworfen.

4.1.1 Protonen

Da in dieser Analyse sowohl Simulation als auch experimentelle Daten ausgewertet werden, ist die Identifikation der Teilchen von der Art der analysierten Daten abhängig. In der UrQMD Simulation wird jedem produzierten Teilchen eine ID zugeordnet, anhand derer das Teilchen eindeutig identifiziert werden kann. Die Zuordnung der Teilchen IDs ist in Tabelle 4.1 beschrieben. Diese ID ist in der UrQMD Simulation ideal, da sie die primäre Information aller produzierten Teilchen enthält. Diese ideale ID existiert auch für die mittels HGeant durch den HADES Detektor propagierten Teilchen. In den experimentellen Daten werden die Teilchen jedoch anhand der rekonstruierten Observablen identifiziert, was in Abschnitt 3.5 und 3.6 beschrieben wurde. Da die Simulation zur systematischen Untersuchung in Vorbereitung der experimentellen Daten verwendet wird, werden die in der Simulation rekonstruierten Teilchen analog zu den rekonstruierten Teilchen in den experimentellen Daten identifiziert. Diese Identifikation wird wie folgt durchgeführt: bereits während der Produktion der DSTs wird ein Algorithmus angewandt, der zum einen die Startzeit der Reaktion neu berechnet und zum anderen den möglichen Teilchenkandidaten eine Identität zuordnet.

In dem zweistufigen Algorithmus wird allen Teilchen, die keine geteilten Spursegmente bzw. Treffer besitzen, eine ID zugeordnet. Dies geschieht mithilfe rekonstruierter Werte für Flugzeit, Impuls und dem Energieverlust in den Driftkammern. Jede Spur wird auf alle

hypothetischen IDs getestet und die ID mit der kleinsten Abweichung zu der theoretischen Erwartung wird ausgewählt. Die Information der Flugzeit- und Impulsmessung ist dabei höher gewichtet aufgrund der besseren Auflösung. Unter Verwendung aller auf diese Weise identifizierter Teilchen kann die Startzeit der Reaktion genau bestimmt und neu berechnet werden. Anschließend wird mit der neuen Startzeit der Reaktion dieselbe Prozedur ein weiteres Mal durchgeführt und den Teilchenkandidaten eine endgültige ID zugeordnet. Diese wird in den DST-Dateien abgespeichert und kann in der Analyse abgerufen werden. Zusätzlich wird in der weiteren Analyse noch ein 3σ breiter Cut um die theoretische Kurve des Teilchens in der Flugzeit- und Impulsverteilung gelegt, um den Untergrund zu reduzieren.

In Abbildung 4.1 sind die Protonen in Abhängigkeit der Flugzeit gegen den Impuls für die Bereiche der Flugzeitdetektoren TOF und RPC getrennt mit ihren berechneten Erwartungswerten abgebildet.

PID	Teilchen
2	e^+
3	e^-
5	μ^+
6	μ^-
8	π^+
9	π^-
11	K^+
12	K^-
14	p
45	d
46	t
49	He^3

Tabelle 4.1: Übersicht der am häufigsten verwendeten Teilchen IDs in der Simulation.

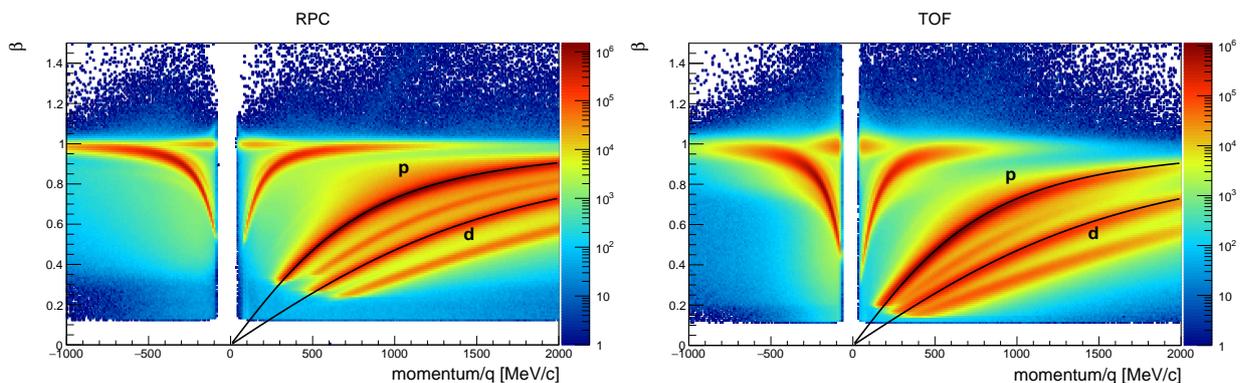


Abbildung 4.1: Identifikation der Protonen und Deuteronen durch Flugzeit und Impuls. Dargestellt sind die Protonen und Deuteronen mit den berechneten Erwartungswerten nach Gleichung 3.6, getrennt für die beiden Flugzeitdetektoren TOF und RPC. Zusätzlich zur Flugzeit und dem Impuls wurde der Energieverlust dE/dx in den MDCs genutzt, um die Teilchen eindeutig zu selektieren.

4.1.2 Deuteronen

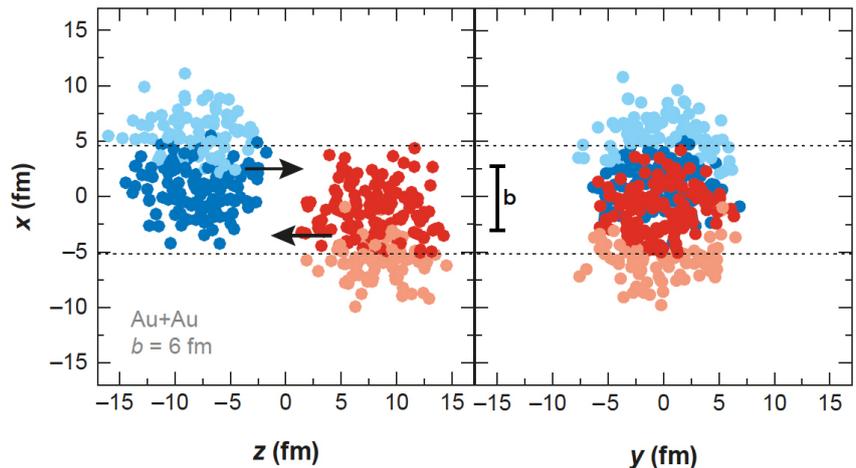
In der UrQMD Simulation werden keine gebundenen Teilchen produziert. Für unsere Analyse bedeutet dies, dass Deuteronen und weitere leichte Kerne nicht mithilfe der UrQMD Simulation studiert werden können. Da Deuteronen jedoch zu einem erheblichen Anteil in den experimentellen Daten auftreten, können diese in der Analyse der Erhaltungsgröße Baryonenzahl eventuell nicht vernachlässigt werden. Um die Akzeptanz der Deuteronen aus der Simulation zu extrahieren, werden daher mithilfe einer thermischen Quelle in PLUTO Deuteronen produziert, und anschließend ein Deuteron pro Stoßevent in die UrQMD Simulation eingefügt und durch die Detektorsimulation HGeant propagiert.

Die Identifikation der Deuteronen erfolgt in der Simulation analog zu den Protonen. Auch die Deuteronen haben eine eindeutige ID, anhand derer sie identifiziert werden können (siehe Tabelle 4.1). Nach der Rekonstruktion in der Simulation sowie in den experimentellen Daten werden die Deuteronen über ihre Information der Flugzeit und Impuls sowie dem Energieverlust (siehe Abbildung 4.1) identifiziert. Die zweite Bedingung auf Flugzeit und Energieverlust ist bei den Deuteronen besonders wichtig, da sich Deuteronen und α -Teilchen in ihrer Flugzeit- und Impulsverteilung überlagern (siehe Abbildung 3.4) und nur durch ihren unterschiedlichen Energieverlust trennen lassen.

4.2 Zentralitätsselektion

Die Zentralität eines Stoßes wird durch den Stoßparameter b definiert, der dem Abstand zwischen dem Mittelpunkt der zwei kollidierenden Kerne entspricht. Außerdem kann die Zentralität durch die mittlere Anzahl teilgenommener Nukleonen N_{part} bestimmt werden. Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 4.2 eine Au+Au Kollision mit einem Stoßparameter von $b = 6$ fm dargestellt.

Abbildung 4.2: Au+Au Kollision mit einem Stoßparameter von $b = 6$ fm [13]



Im Experiment lässt sich der Stoßparameter b sowie N_{part} jedoch nicht direkt messen und die Zentralität muss mittels anderer Observablen definiert werden. Dazu dienen

modellabhängige Methoden, wie zum Beispiel das Glauber-Modell, um die gemessenen Größen mit den theoretischen Berechnungen zu verknüpfen.

Experimentelle Größen zur Bestimmung der Zentralität einer Kollision können unter anderem auf der Anzahl der rekonstruierten Spuren oder den Treffern in verschiedenen Subdetektoren beruhen. In dieser Analyse liegt ein besonderes Augenmerk darauf, die Zentralität der Kollisionen unabhängig der im weiteren Verlauf analysierten Protonen und Deuteronen festzulegen. Dazu bietet sich beim HADES Detektor die Forward Wall an, da diese nur von den Spektatoren getroffen wird und somit weitestgehend unabhängig von allen Partizipanten der Kollision ist. Es lässt sich zeigen, dass eine starke Korrelation zwischen den oben genannten Observablen zur Zentralitätsbestimmung und der Zentralitätsbestimmung mit der Forward Wall existiert.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Zentralität für diese Art der Analyse könnte auch auf einer anderer Teilchenspezies als den Protonen oder anhand von Teilchen außerhalb des ausgewählten kinematischen Bereichs (siehe Kapitel 4.3) beruhen. Diese Möglichkeiten sind beim HADES Detektor jedoch aufgrund des Designs als Fixed-Target-Experiment und der somit eingeschränkten Akzeptanz sowie der geringen Strahlenergie sehr begrenzt und in der Realität nicht leicht umsetzbar.

Für die systematischen Studien mittels UrQMD wird zur Auswahl der Zentralität der Stoßparameter genutzt. Eine Studie zur Selektion der Zentralität über die Forward Wall ist zum jetzigen Zeitpunkt in der Simulation noch nicht möglich, da kein realistischer Eventgenerator verfügbar ist. Für Analysen von höheren Momenten ist es wichtig, Fluktuationen aufgrund der Zentralität des Stoßes durch geeignete Selektionen zu minimieren. Die Auswahl eines sehr engen Zentralitätsfensters minimiert die geometrischen Schwankungen und somit auch die Volumenfluktuationen, jedoch ist dies aufgrund der dann geringen Statistik und der Auflösung der Detektoren nicht möglich. Daraus resultiert für die Analyse eine Zentralitätsselektion in 10%-Bins des Gesamtquerschnitts, d.h. 0-10 %, 10-20 %, 20-30 % und 30-40 % zentrale Au+Au Kollisionen.

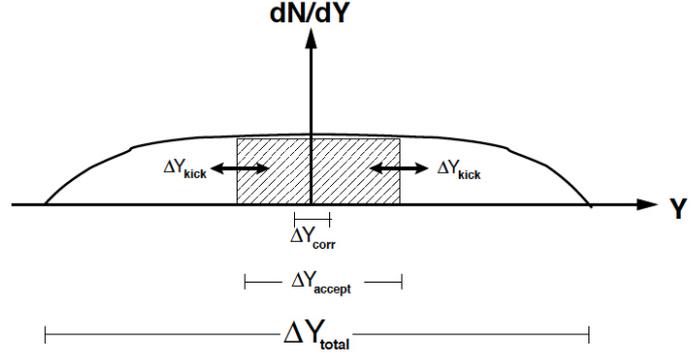
Klasse	b_{min}	-	b_{max}
0-10 %	0.00	-	4.60
10-20 %	4.60	-	6.50
20-30 %	6.50	-	7.95
30-40 %	7.95	-	9.18

Tabelle 4.2: Definition der Zentralität mittels Stoßparameter für Au+Au Kollisionen mit $\sqrt{s_{NN}} = 2.41$ GeV [13].

4.3 Auswahl eines kinematischen Bereichs

Diese Analyse untersucht die Fluktuationen von Erhaltungsgrößen. Bei der Betrachtung des gesamten Systems wird es keine Fluktuationen in den Erhaltungsgrößen geben, was sich aus der Definition derselbigen selbst herleitet. Bei der Untersuchung eines ausreichend kleinen Teilsystems treten jedoch Fluktuationen auf, weil das Teilsystem konservierte Größen mit dem Rest des Systems austauschen kann.

Abbildung 4.3: Die unterschiedlichen Größen des Rapiditätsfensters, die bei der Analyse der Fluktuationen zu beachten sind [15].



Das Gesamtsystem entspricht aller Teilchen, die mit der Rapidity y über einen Bereich y_{total} verteilt sind (siehe Abbildung 4.3). Das für die weitere Analyse verwendete Teilsystem ist über die Teilchen innerhalb eines akzeptierten Intervalls y_{accept} definiert. Damit die Fluktuationen der Erhaltungsgrößen aussagekräftig werden, muss y_{accept} einige Bedingungen erfüllen:

$$\Delta y_{accept} \gg \Delta y_{corr} \quad (4.1)$$

$$\Delta y_{total} \gg \Delta y_{accept} \gg \Delta y_{kick} \quad (4.2)$$

Dabei entspricht y_{corr} der Korrelationslänge und y_{kick} der Rapidityverschiebung während und nach der Hadronisierung.

Das erste Kriterium 4.1 ist notwendig, um empfindlich auf die relevante Physik zu sein, wohingegen die zweite Gleichung 4.2 sicherstellt, dass die gesamte Erhaltungsgröße das Signal nicht unterdrückt und dass das Signal die Hadronisierung und die Thermalisierung der hadronischen Phase überlebt. Für den Limes $\Delta y_{accept} \ll \Delta y_{corr}$ erwartet man eine reine Poisson-Verteilung.

In Abbildung 4.4 sind die Rapidityverteilungen für Au+Au-Kollisionen bei unterschiedlichen Strahlenergien in UrQMD dargestellt. Die linke Seite entspricht der Strahlenergie des HADES Experiments aus dem Jahr 2012 mit $E_{beam} = 1.23$ AGeV, während die rechte Seite eine Strahlenergie des RHIC Beam Energy Scans mit $E_{beam} = 19.6$ AGeV darstellt. Man sieht anhand der beiden Histogramme, dass die Größe y_{total} sich in Abhängigkeit der Strahlenergie ändert. Während y_{total} bei der niedriger Strahlenergie

von HADES etwa 1.5 Einheiten umfasst, ist die Verteilung für Au+Au bei 19.6 GeV bereits 6 Einheiten breit.

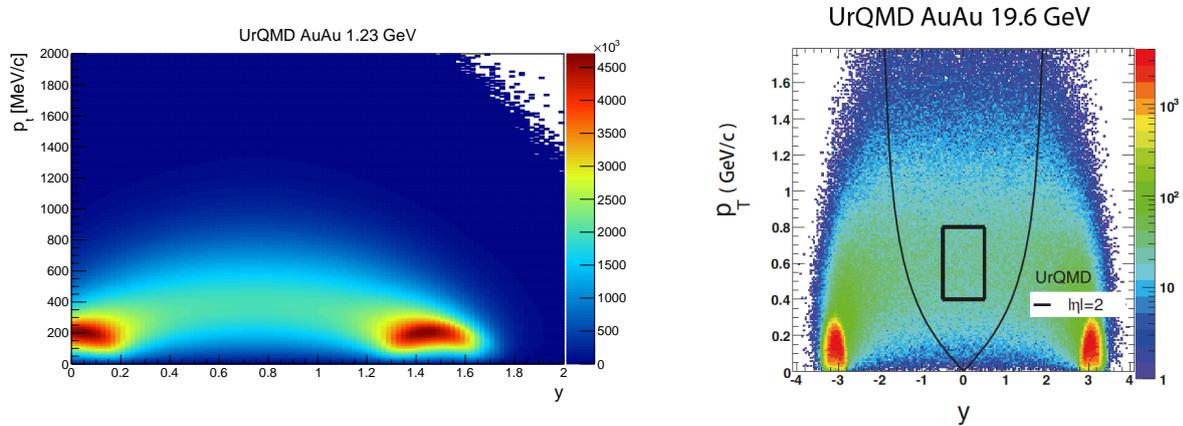


Abbildung 4.4: Das UrQMD p_t - y -Spektrum für Au+Au Kollisionen bei 1.23 GeV (HADES) und 19.6 GeV (RHIC beam energy scan). [20]

Als Referenz für diese Analyse dienen Untersuchungen der STAR Kollaboration, die die höheren Momente von Netto-Protonenverteilungen bei verschiedenen Strahlenergien $\sqrt{s_{NN}} = 7.7$ -200 GeV von Au+Au-Kollisionen ausgewertet hat. Dabei wurde ein feststehendes Rapiditätsfenster y_{accept} von $|y| \pm 0.5$ verwendet und dieses wurde nicht mit der Strahlenergie - und somit der Breite der Rapiditätsverteilung - skaliert. Bei der Betrachtung der Rapiditätsverteilung von Au+Au Stößen bei 1.23 AGeV in HADES fällt auf, dass ein Rapiditätsfenster y_{accept} in der Breite analog zu STAR nicht möglich ist, weil dieses in den Bereich der Spektatoren hineinreichen würde.

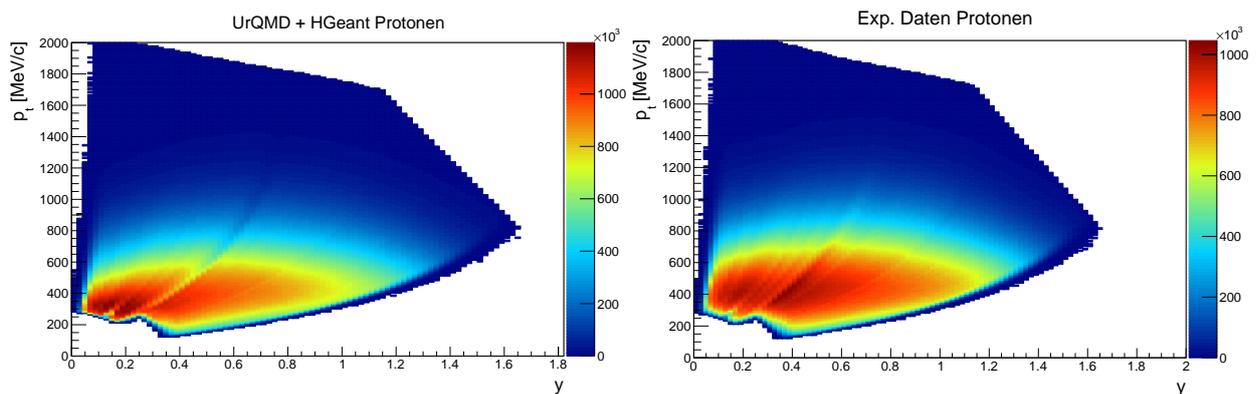


Abbildung 4.5: Das p_t - y -Spektrum für Protonen in der UrQMD+HGeant Simulation sowie der experimentellen Daten. Die Phasenraumverteilung der Protonen wird in der Simulation gut dargestellt.

In Abbildung 4.5 ist die Rapiditätsverteilung als Funktion des transversalen Impulses p_t für die experimentellen Daten (rechts) sowie für die simulierten UrQMD+HGeant

Ereignisse (links) dargestellt. Zunächst zeigt sich, dass die Phasenraumverteilung der experimentellen Daten in der Simulation gut reproduziert wird und dass die Simulation daher für systematische Untersuchungen herangezogen werden kann. Des Weiteren ist in Abbildung 4.5 die begrenzte Akzeptanz zu erkennen, die das Fixed-Target Experiment im Vergleich zu dem vollen Phasenraum in Abbildung 4.4 besitzt. Die mittlere Rapidität liegt in Au+Au bei 1.23 AGeV bei $y_{lab} = 0.74$. Die Bedingungen an das ausgewählte Rapiditätsfenster müssen sicher stellen, dass es zum einen klein genug ist, um Fluktuationen im Vergleich zur Erhaltungsgröße des Gesamtsystems sichtbar zu machen, sowie genügend Teilchen pro Event innerhalb dieses Fensters rekonstruiert werden, um nicht von Effekten zu geringer Statistik dominiert zu werden.

Für die weitere Analyse wird ein Fenster von $y_{accept} = y_{lab} \pm 0.2$ gewählt und zusätzlich eine Bedingung auf den transversalen Impuls mit $p_t = 400 - 1600$ MeV/c gesetzt, um Beiträge aus den Rändern des Akzeptanzbereiches zu vermeiden. Die Teilchen innerhalb dieses Phasenraumfensters werden für die Fluktuationsanalyse verwendet. Dieses Fenster wird zunächst verwendet, um die systematischen Effekte der folgenden Akzeptanz- und Effizienzkorrektur in der Simulation zu studieren und nach Möglichkeit zu eliminieren. Bei der Bestimmung der höheren Momente der experimentellen Daten wird in Kapitel 5.2 das gewählte Rapiditätsfenster variiert, um den systematischen Effekt dieser Wahl auf die Fluktuationen zu beurteilen.

4.4 Event-by-Event Auswertung

Ein geeigneter Weg Fluktuationen von Erhaltungsgrößen experimentell effektiv zu untersuchen, ist eine sogenannte Event-by-Event-Fluktuationsmessung, bei der eine bestimmte Beobachtungsgröße auf einer Event-by-Event-Basis gemessen wird und deren Fluktuationen für ein Ensemble von Ereignissen untersucht werden.

Es wird in jedem Event bestimmt, wie viele Protonen in den betrachteten kinematischen Bereich emittiert werden. Dazu werden alle Protonen gezählt, die innerhalb einer Zentralitätsauswahl und des Selektionsbereiches in Rapidität sowie transversalem Impuls liegen. Die daraus resultierenden Protonenverteilungen sind in Abbildung 4.6 beispielhaft für 0-10% zentrale Kollisionen in UrQMD dargestellt. Während in grün alle aus UrQMD emittierten Protonen innerhalb der Zentralitäts- und Phasenraumselektion dargestellt sind, stellt die blaue Protonenverteilung die Protonen nach dem simulierten Durchgang durch den HADES Detektor und der anschließenden Teilchenrekonstruktion dar. Auch diese Verteilung wird mit derselben Selektion auf die Zentralität innerhalb des Phasenraumfensters analysiert. Die Differenz zwischen den beiden Verteilungen lässt sich durch die begrenzte Akzeptanz und Effizienz des Detektors sowie die Effizienz zur Rekonstruktion erklären. Um aus der rekonstruierten Verteilung die höheren Momente der ursprünglichen Verteilung zu erhalten, muss dann eine Akzeptanz- und Effizienzkorrektur durchgeführt werden.

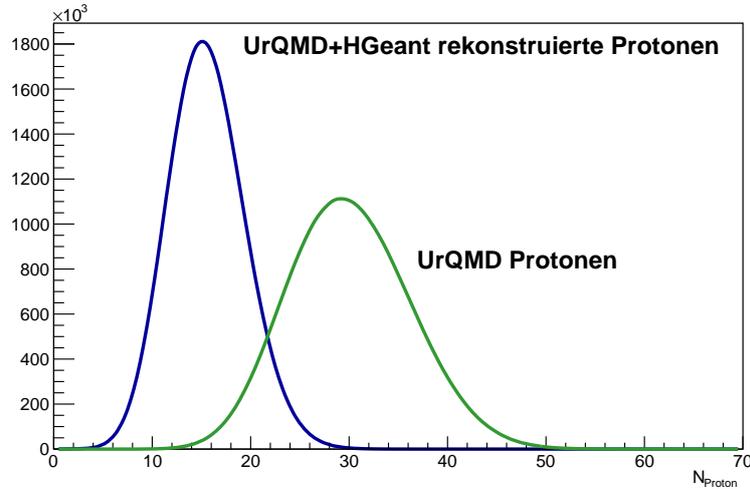


Abbildung 4.6: Während in grün die gesamten aus UrQMD emittierten Protonen innerhalb der Zentralitäts- und Phasenraumselektion dargestellt sind, stellt die blaue Kurve die Protonenverteilung nach dem simulierten Durchgang durch den HADES Detektor und der anschließenden Teilchenrekonstruktion dar. Auch diese Verteilung wird mit derselben Selektion auf die Zentralität und innerhalb des Phasenraumbereichs analysiert.

4.5 Effizienz- und Akzeptanzkorrektur

Im folgenden Abschnitt wird die Effizienz- und Akzeptanzkorrektur der Protonenverteilungen in der UrQMD Simulation untersucht.

Zunächst wird die Korrekturmethode angewendet, die bereits von der STAR Kollaboration zur Korrektur der höheren Momente benutzt wird. Dabei werden die Momente der gemessenen Protonenverteilung bestimmt und anschließend mit der Methode aus [7][8] korrigiert. Das Ergebnis dieser Korrektur liefert die Momente der ursprünglichen Verteilung. Diese Korrekturmethode wird im Verlauf der Untersuchung modifiziert, um die besonderen Gegebenheiten des HADES Detektors zu beachten.

Außerdem wird ein weiterer Ansatz der Effizienzkorrektur angewendet, das Unfolding [21]. Dabei wird eine Response Matrix mithilfe einer realistischen Detektorsimulation gefüllt, die zum Entfalten der gemessenen Protonenverteilungen dient. Die höheren Momente werden dann anhand der entfalteten Verteilung bestimmt.

4.5.1 Akzeptanz- und Effizienzmatrizen

Da in den gemessenen Protonenverteilungen nur die im HADES rekonstruierten Teilchen dargestellt sind, muss eine Effizienz- und Akzeptanzkorrektur durchgeführt werden.

Teilchen einer Schwerionenkollision werden in den gesamten Phasenraum emittiert, können aber nur im aktiven Volumen des HADES-Detektors rekonstruiert werden. Doch auch in den aktiven Teilen des Detektors kann es vorkommen, dass nicht alle Spuren registriert

und vollständig rekonstruiert werden. Dies führt zu einer geometrischen Akzeptanzkorrektur und einer zusätzlichen Detektor- und Spurrekonstruktionseffizienzkorrektur. Da HADES aus verschiedenen Subdetektoren besteht, setzt sich die Detektoreffizienz aus den Effizienzen der einzelnen Detektoren zusammen.

Mithilfe von Simulationen können die Faktoren zur Akzeptanz- und Effizienzkorrektur bestimmt werden. Dieser Korrekturfaktor ist abhängig von der Teilchenspezies, der Auswahl des kinematischen Bereiches und der Zentralität des Stoßes.

Ein Teilchen wird als akzeptiert angesehen, wenn seine Trajektorie mit einer minimalen Anzahl von Schichten in den Driftkammern (vier pro Modul) und den Detektoren der Flugzeitwand in Kontakt kommt. Der Korrekturfaktor für die Akzeptanzkorrektur ist definiert durch:

$$acc(p_t, y) = \frac{N_{accepted}(p_t, y)}{N_{primary}(p_t, y)} \quad (4.3)$$

wobei $N_{accepted}(p_t, y)$ die Summe der Teilchen ist, die das aktive Detektorvolumen erreichen und $N_{primary}(p_t, y)$ alle primär emittierten Teilchen sind.

Für die Bestimmung der Detektor- und Spurrekonstruktionseffizienz ist eine realistische Detektorsimulation notwendig. Die Effizienz ist definiert durch:

$$eff(p_t, y) = \frac{N_{reconstructed}(p_t, y)}{N_{accepted}(p_t, y)} \quad (4.4)$$

In den folgenden Abschnitten wird die Akzeptanz- und Effizienzkorrektur behandelt und im Folgenden kurz als Effizienzkorrektur bezeichnet. Diese Effizienz setzt sich aus der Akzeptanz sowie Detektor- und Spurrekonstruktionseffizienz zusammen

$$\epsilon(p_t, y) = acc(p_t, y) \cdot eff(p_t, y) \quad (4.5)$$

$$= \frac{N_{reconstructed}(p_t, y)}{N_{primary}(p_t, y)} \quad (4.6)$$

Da diese Analyse nur in einem begrenzten Phasenraum betrachtet wird, werden die Effizienzmatrizen nur für den ausgewählten Phasenraum $y_{lab} \pm 0.2$ und $p_t = 400 - 1600$ MeV/c ausgewertet. Die Effizienzmatrizen innerhalb des Phasenraumfensters sind in Abbildung 4.7 zentralitätsabhängig dargestellt. Der Phasenraum wurde dafür exemplarisch in insgesamt 40 Korrekturbins unterteilt.

Man sieht eine eindeutige Zentralitätsabhängigkeit der Korrekturfaktoren. Außerdem zeigt sich, dass es innerhalb der Phasenraumselektion von $y_{lab} \pm 0.2$ und $p_t = 400 - 1600$ MeV/c größere lokale Unterschiede in der Effizienz gibt. Die verschiedenen Korrekturmethode werden nun im Anschluss untersucht.

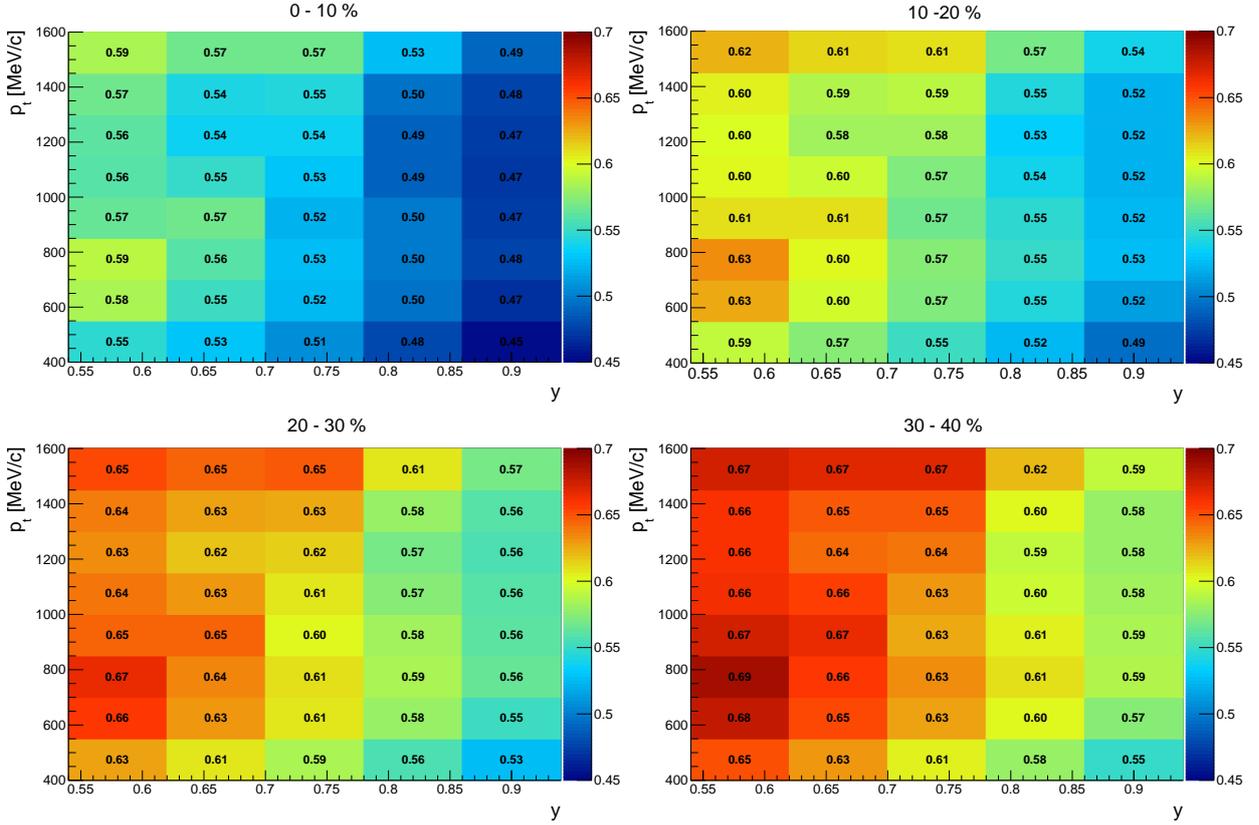


Abbildung 4.7: Gefaltete Akzeptanz und Effizienz $\epsilon(p_t, y)$ aus Gleichung 4.5 für die Zentralitätsklassen 0-10%, 10-20%, 20-30% und 30-40% zentrale Kollisionen in dem ausgewählten Phasenraumfenster. Dieses wurde für die Simulationsstudie in unterschiedlich viele Bins geteilt, um den Effekt von endlicher Korrekturbingröße zu studieren. Hier abgebildet ist die Unterteilung in 5 Rapiditäts- und 8 transversale Impuls-Bins.

4.5.2 Korrektur der Momente

Es wurde in [7] gezeigt, dass die höheren Momente bzw. Kumulanten der Netto-Baryonenzahl durch die Akzeptanz und Effizienz drastisch beeinflusst werden. Um aus den gemessenen Teilchenverteilungen nun Aussagen zu einem Phasenübergang und dem kritischen Punkt zu machen, müssen die wahren Teilchenverteilungen extrahiert werden. Dies geschieht durch die Korrektur der berechneten Kumulanten der gemessenen Teilchenverteilung.

Um die wahren Kumulanten mit den experimentell gemessenen Kumulanten zu verknüpfen, wurde eine Korrektur unter der Annahme von einem binomialen Wahrscheinlichkeitsparameter hergeleitet [7]. Die Korrektur wurde anschließend erweitert, so dass die Effizienzen von der Teilchenspezies sowie dem Phasenraum abhängen, wie beispielsweise dem Transversalimpuls und der Rapidität [8].

Zur Vereinfachung der Notation werden anstatt der Kumulanten die faktoriellen Momente verwendet, was keinen Unterschied in der experimentellen Anwendung macht.

Es gibt eine zugrunde liegende Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(N_1, N_2)$, die die volle Dynamik des Systems beschreibt. N_1, N_2 stehen dabei in dieser Analyse für Baryonen ($N_1 = N_B$) bzw. Anti-Baryonen ($N_2 = N_{\bar{B}}$). K_n sind nun die Netto-Baryonen-Kumulanten. Im Experiment werden aufgrund der limitierten Akzeptanz und Effizienz nur die Anzahl n_1, n_2 an Teilchen beobachtet, die der Verteilungsfunktion $p(n_1, n_2)$ folgen.

Die Großbuchstaben repräsentieren im Folgenden die wahren Werte, während die Kleinbuchstaben den im Experiment gemessenen Observablen entsprechen.

Für die wahren und gemessenen faktoriellen Momente gilt

$$F_{ik} \equiv \left\langle \frac{N_1!}{(N_1 - i)!} \frac{N_2!}{(N_2 - k)!} \right\rangle = \sum_{N_1=i}^{\infty} \sum_{N_2=k}^{\infty} P(N_1, N_2) \frac{N_1!}{(N_1 - i)!} \frac{N_2!}{(N_2 - k)!} \quad (4.7)$$

$$f_{ik} \equiv \left\langle \frac{n_1!}{(n_1 - i)!} \frac{n_2!}{(n_2 - k)!} \right\rangle = \sum_{n_1=i}^{\infty} \sum_{n_2=k}^{\infty} p(n_1, n_2) \frac{n_1!}{(n_1 - i)!} \frac{n_2!}{(n_2 - k)!} \quad (4.8)$$

Wie in [7] gezeigt, gilt für konstante und phasenraumunabhängige Effizienzkorrektur der einfache Zusammenhang

$$f_{i,k} = \epsilon^i \bar{\epsilon}^k \cdot F_{i,k}, \quad (4.9)$$

wobei ϵ für die Effizienz der Teilchen, $\bar{\epsilon}$ für die Effizienz der Antiteilchen steht.

Um darüber hinaus phasenraumabhängige Effizienzkorrekturen zu ermöglichen, wurden in [8] die lokalen faktoriellen Momente eingeführt:

$$A_{i,k}(x_1, \dots, x_i; \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k) = \left\langle N(x_1)[N(x_2) - \delta_{x_1, x_2}] \dots [N(x_i) - \delta_{x_1, x_i} - \dots - \delta_{x_{i-1}, x_i}] \right. \\ \left. N(\bar{x}_1)[N(\bar{x}_2) - \delta_{\bar{x}_1, \bar{x}_2}] \dots [N(\bar{x}_k) - \delta_{\bar{x}_1, \bar{x}_k} - \dots - \delta_{\bar{x}_{k-1}, \bar{x}_k}] \right\rangle \quad (4.10)$$

$$a_{i,k}(x_1, \dots, x_i; \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k) = \left\langle n(x_1)[n(x_2) - \delta_{x_1, x_2}] \dots [n(x_i) - \delta_{x_1, x_i} - \dots - \delta_{x_{i-1}, x_i}] \right. \\ \left. n(\bar{x}_1)[n(\bar{x}_2) - \delta_{\bar{x}_1, \bar{x}_2}] \dots [n(\bar{x}_k) - \delta_{\bar{x}_1, \bar{x}_k} - \dots - \delta_{\bar{x}_{k-1}, \bar{x}_k}] \right\rangle \quad (4.11)$$

Die lokalen, faktoriellen Momente $A_{i,k}$ und $a_{i,k}$ hängen mit den faktoriellen Momenten $F_{i,k}$ und $f_{i,k}$ über die Summation der verschiedenen Phasenraumfenster zusammen.

$$F_{i,k} = \sum_{x_1, \dots, x_i} \sum_{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k} A_{i,k}(x_1, \dots, x_i; \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k) \quad (4.12)$$

$$f_{i,k} = \sum_{x_1, \dots, x_i} \sum_{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k} a_{i,k}(x_1, \dots, x_i; \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k) \quad (4.13)$$

Analog zu Formel 4.9 lautet der Zusammenhang zwischen den gemessenen, lokalen faktoriellen Momenten und den wahren lokalen faktoriellen Momenten

$$a_{i,k} = \epsilon(x_1) \dots \epsilon(x_i) \bar{\epsilon}(\bar{x}_1) \dots \bar{\epsilon}(\bar{x}_k) A_{i,k}, \quad (4.14)$$

wobei $\epsilon(x)$ für eine phasenraumabhängige Effizienz für produzierte Teilchen sowie $\bar{\epsilon}(x)$ analog für Antiteilchen steht.

Mithilfe von Gleichung 4.12 und 4.14 können die faktoriellen Momente der wahren Teilchenverteilung aus der gemessenen lokalen Teilchenverteilung extrahiert werden. Die wahren faktoriellen Momente $F_{i,k}$ werden durch die lokalen faktoriellen Momente $a_{i,k}$ ausgedrückt

$$F_{i,k} = \sum_{x_1, \dots, x_i} \sum_{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k} \frac{a_{i,k}(x_1, \dots, x_i; \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k)}{\epsilon(x_1) \dots \epsilon(x_i) \bar{\epsilon}(\bar{x}_1) \dots \bar{\epsilon}(\bar{x}_k)} \quad (4.15)$$

Mit dieser Möglichkeit der Effizienzkorrektur werden nun in der UrQMD Simulation Protonenverteilungen zentralitätsabhängig innerhalb des ausgewählten Phasenraumfensters gefüllt. Das Phasenraumfenster von $y_{lab} \pm 0.2$ und $p_t = 400 - 1600$ MeV/c wird analog zu der Abbildung 4.7 in unterschiedlich viele Korrekturbins unterteilt, die nach Formel 4.15 alle ihren eigenen Effizienzfaktor zugeteilt bekommen. Bei der Unterteilung des Phasenraums in Sub-Bins muss darauf geachtet werden, dass innerhalb dieser Korrekturbins genügend Statistik verbleibt, um darin die Protonenverteilungen zu füllen. Daher ist eine Unterteilung in ein möglichst feines Binning nicht sinnvoll und ein Kompromiss muss gefunden werden.

Für die systematischen Untersuchungen dieser Korrekturmethode wird das gewählte Phasenraumfenster daher in 1, 9 und 40 Korrekturbins unterteilt, um den Einfluss der Anzahl von Korrekturbins zu studieren.

Bei dieser Untersuchung werden die Protonenverteilungen direkt mit der UrQMD-Verteilung gefüllt und die höheren Momente dieser Verteilung als Referenz bestimmt. Anschließend werden nur die Protonen innerhalb HADES Akzeptanz in eine weitere Protonenverteilung gefüllt. Diese Protonenverteilung wird nun für die Akzeptanz des Detektors korrigiert werden. Außerdem wird nach der UrQMD+HGeant Simulation eine weitere Protonenverteilung für die rekonstruierten Protonen innerhalb des HADES Detektors gefüllt.

Diese Verteilung wird nun nicht nur für die Akzeptanz, sondern zusätzlich auch für die Detektor - sowie Spurrekonstruktionseffizienz korrigiert.

In Abbildung 4.8 sind die Ergebnisse der Akzeptanz- und Effizienzkorrektur im Vergleich zur Referenz aus UrQMD beispielhaft für eine Unterteilung des Phasenraumfensters in 9 Korrekturbins dargestellt.

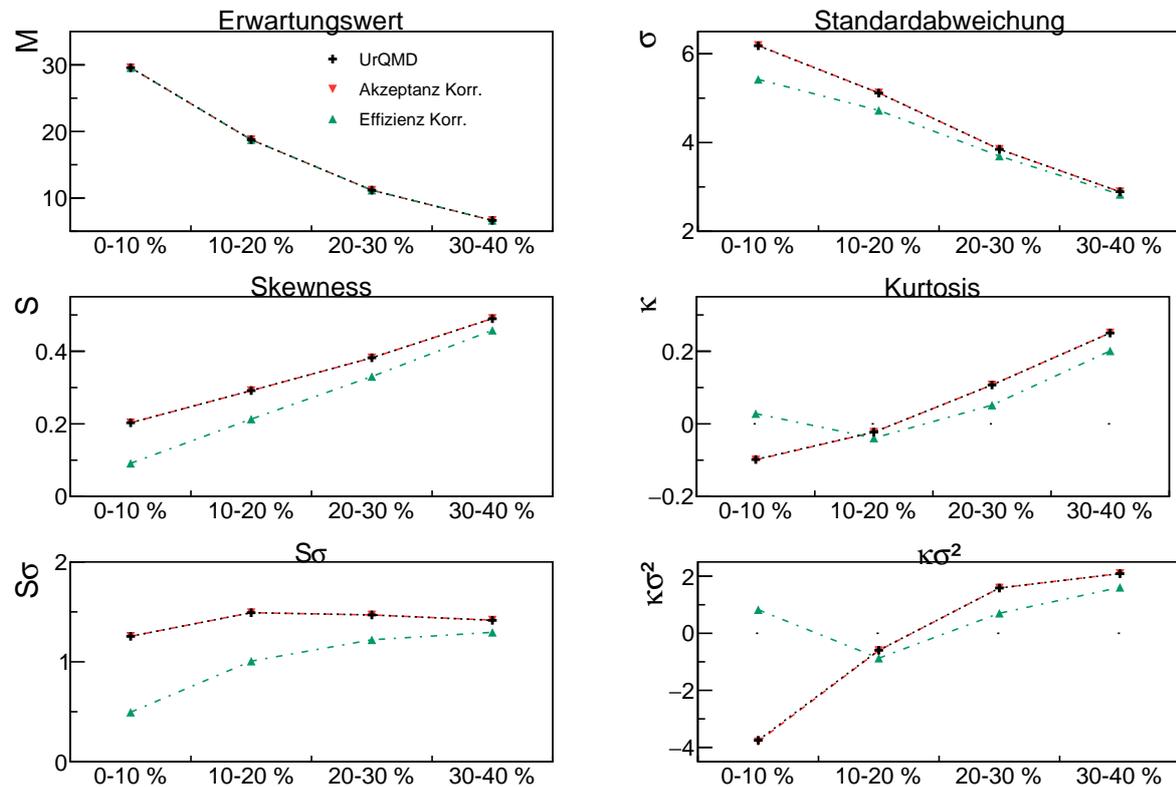


Abbildung 4.8: Simulationen zur Effizienzkorrektur mit 9 Bins (s. Text).

In Abbildung 4.8 sind die Momente der Protonenverteilungen zentralitätsabhängig dargestellt. In schwarz sind die Referenzwerte aus UrQMD dargestellt. Die Ergebnisse der reinen Akzeptanzkorrektur sind in rot dargestellt und in grün sind die Ergebnisse nach der Akzeptanz- sowie Effizienzkorrektur dargestellt.

In den oberen Histogrammen sind der Erwartungswert links, sowie die Standardabweichung der Verteilung rechts dargestellt. Auf der x-Achse ist die Zentralität, unterteilt in 10% Zentralitätsbins, aufgetragen.

Der Erwartungswert der Protonenverteilungen wird sowohl für die Akzeptanzkorrektur als auch die Effizienzkorrektur sehr gut reproduziert. Für das zweite Moment Sigma zeigt sich bereits, dass die Standardabweichung der Protonenverteilung nach der Rekonstruktion und anschließenden Effizienzkorrektur für die zentralen Kollisionen nicht die ursprüngliche Standardabweichung wiedergibt. Die reine Akzeptanzkorrektur hingegen reproduziert wiederum die ursprüngliche Standardabweichung.

Die höheren Momente Skewness und Kurtosis sind in den mittleren Abbildungen dargestellt. Auch in diesen höheren Momenten zeigt sich, dass die Akzeptanzkorrektur problemlos die ursprünglichen Momente reproduziert, während die Effizienzkorrektur wiederum nicht einwandfrei zu funktionieren scheint. Der Wert der Skewness ist nach der Effizienzkorrektur systematisch für alle Zentralitäten kleiner im Vergleich zur ursprünglichen Verteilung. Die Kurtosis zeigt keinen eindeutigen Trend, reproduziert aber ebenfalls nicht die Momente. Für die 0-10 % zentralsten Kollisionen liegt die Kurtosis weit über der Referenz und wechselt sogar das Vorzeichen. Für die weiteren Zentralitäten liegt die Kurtosis etwas unterhalb der Referenz. In den unteren Histogrammen sind nun die Produkte der höheren Momente, $Skewness \cdot Sigma$ und $Kurtosis \cdot Sigma^2$ aufgetragen. Für $Skewness \cdot Sigma$ liegt das Produkt der höheren Momente analog dem Trend der Effizienzkorrektur der Momente systematisch unterhalb der Referenz. Für die Akzeptanzkorrektur, die bereits Sigma und Skewness gut reproduziert hat, wird das Produkt der höheren Momente ebenfalls gut dargestellt.

Die effizienzkorrigierte Protonenverteilung zeigt für $Kurtosis \cdot Sigma^2$ dasselbe Verhalten wie für die Kurtosis selbst. Für zentralste Kollisionen ist das Produkt der höheren Momente weit ab der Referenz und hat wiederum ein anderes Vorzeichen. In den anderen Zentralitäten funktioniert die Effizienzkorrektur besser, jedoch wird das ursprüngliche Produkt systematisch kleiner rekonstruiert.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die reine geometrische Akzeptanzkorrektur die höheren Momente gut reproduziert. Jedoch reproduziert die Effizienzkorrektur die höheren Momente unzureichend, insbesondere für zentrale Kollisionen.

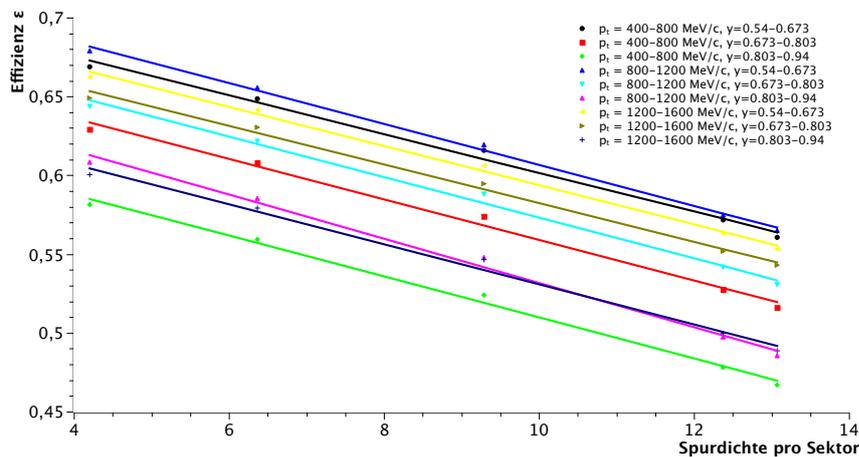


Abbildung 4.9: Dargestellt ist die Effizienz in Abhängigkeit der Track-Multiplizität in einem Sektor. Somit hängt die Effizienzkorrektur nicht mehr direkt von der Zentralitätsselektion ab, sondern von der Spurdichte in einem Sektor für verschiedene Phasenraumbins. Die Korrektur erfolgt nun Event-by-Event.

Aus der Simulation zeigt sich, dass es selbst innerhalb einer Zentralitätsselektion aufgrund von Volumenfluktuationen zu unterschiedlichen Korrekturfaktoren der Effizienz kommen kann. Außerdem setzt sich der HADES Detektor aus 6 Sektoren zusammen, die separat ausgelesen werden. Trifft nun ein Kollisionsereignis hauptsächlich eine Hälfte des Detek-

torsystems, so unterscheiden sich die Effizienzen innerhalb eines Ereignisses von Sektor zu Sektor.

Die daraus resultierende Vorgehensweise ist eine dynamische Effizienzkorrektur, die zum einen sektorabhängig als auch Evt-by-Evt durchgeführt wird. Dazu wird die Formel 4.15 insofern modifiziert, dass eine Event-by-Event Korrektur mit dynamischem $\epsilon = \epsilon(N)$ verwendet wird, wobei N für die Spurdichte innerhalb eines Sektors für dieses Stoßereignis steht.

Es wird nun für jeden Sektor die mittlere Spurdichte für unterschiedliche Zentralitätsselektionen bestimmt und anschließend linear gefittet. Dieser Plot ist in Abbildung 4.9 exemplarisch für einen Sektor abgebildet. Die unterschiedlichen farbigen Fitkurven stehen für die 9 verschiedenen Korrekturbins innerhalb des Phasenraumbereichs.

In der Analyse kann nun für jedes Ereignis in Abhängigkeit der Zentralität, des Sektors, der Spurdichte innerhalb des Sektors sowie des Korrekturbins eine dynamische Effizienz bestimmt und verwendet werden.

Die Ergebnisse dieser dynamischen Effizienzkorrektur sind in Abbildung 4.10 dargestellt. Zusätzlich sind die Ergebnisse der Effizienzkorrektur mit konstanten Effizienzen aus Abbildung 4.8 zum Vergleich auch noch eingezeichnet.

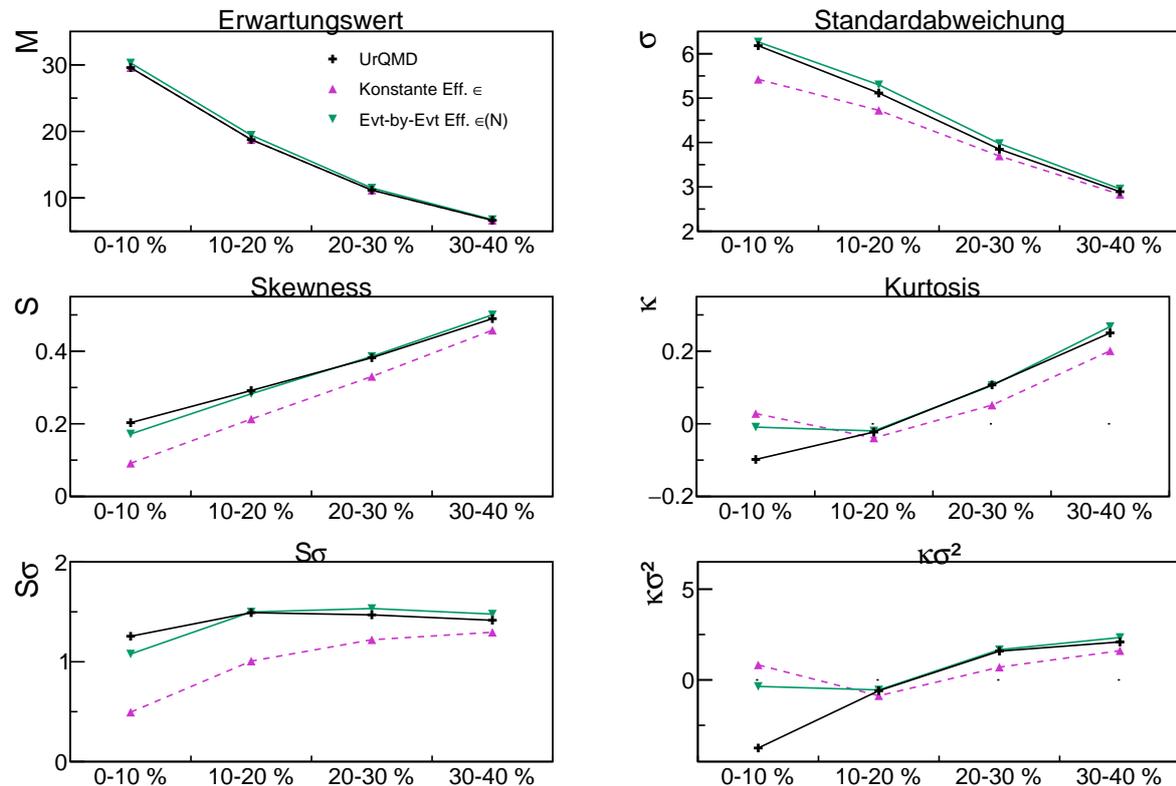


Abbildung 4.10: Vergleich der Methoden zur Effizienzkorrektur mit konstanten Effizienzen für die Zentralitätsklassen sowie mit der dynamischen Event-by-Event Effizienzkorrektur.

In Abbildung 4.8 sind wieder die höheren Momente und die Produkte der höheren Momente jeweils zentralitätsabhängig dargestellt. Die Referenz aus UrQMD ist wiederum in schwarz gegeben, während die Effizienzkorrektur mit konstanten Effizienzen ϵ in magenta und mit dynamischen Evt-by-Evt Effizienzen $\epsilon(N)$ in grün dargestellt ist.

Der Erwartungswert oben links zeigt keine starke Änderung, allerdings wurde dieser auch bereits zuvor gut reproduziert. Die Standardabweichung zeigt mit der neuen Variante der Effizienzkorrektur vor allem für die zentralen Kollisionen eine bessere Übereinstimmung mit dem ursprünglichen Wert. Die Standardabweichung ist zwar nun leicht größer als der Referenzwert, jedoch konnten die absoluten Abweichungen drastisch verringert werden, so dass nun auch die Standardabweichung gut dargestellt wird.

Ein weiterer positiver Effekt zeigt sich in der Mitte der Abbildung bei Skewness und Kurtosis. Lag die Skewness zuvor systematisch unterhalb der Referenz, wird mit der neuen Art der Effizienzkorrektur die Skewness gut dargestellt. Auch in der Kurtosis zeigen sich erhebliche Verbesserungen. Bis auf die 0-10 % zentralsten Kollisionen wird nun auch die Kurtosis reproduziert. Für diesen zentralsten Bin konnte zwar eine Verbesserung erzielt werden und ein Vorzeichenwechsel hat zwischen den unterschiedlichen Effizienzkorrekturen stattgefunden, jedoch ist noch immer eine Abweichung zu erkennen.

Die beschriebenen Effekte setzen sich nun auch in den Produkten der höheren Momente fort. Das Produkt $Skewness \cdot Sigma$ wird mithilfe der modifizierten Effizienzkorrektur gut reproduziert. Minimale Abweichungen sind nur noch in den 0-10 % zentralsten Kollisionen erwähnenswert. Selbiges gilt für das Produkt $Kurtosis \cdot Sigma^2$, welches bis auf die zentralste Selektion gut reproduziert wird. Die große Abweichung aus der Kurtosis setzt sich aber im Produkt fort, so dass die Abweichung für $Kurtosis \cdot Sigma^2$ für 0-10 % zentrale Kollisionen recht groß ist.

Die Verbesserungen in der Effizienzkorrektur durch die dynamische Evt-By-Evt Korrektur sind klar ersichtlich. Die höheren Momente werden nun gut reproduziert. Jedoch verbleiben in den 0-10% zentralsten Kollisionen in den höheren Momente noch Probleme. Da vor allem das Produkt $Kurtosis \cdot Sigma^2$ besonders sensitiv auf Fluktuationen eines Phasenübergang und einem kritischen Punkt sein soll, ist die Präzision der Effizienzkorrektur immer noch nicht ganz zufrieden stellend. Weitere Modifikationen der Effizienzkorrektur oder die Veränderung der Anzahl an Korrekturbins hat keine weiteren Verbesserungen hervorgebracht. Aus diesem Grund wird eine weitere Methode zur Effizienzkorrektur eingeführt und untersucht, das Unfolding der Multiplizitätsverteilungen.

4.5.3 Unfolding

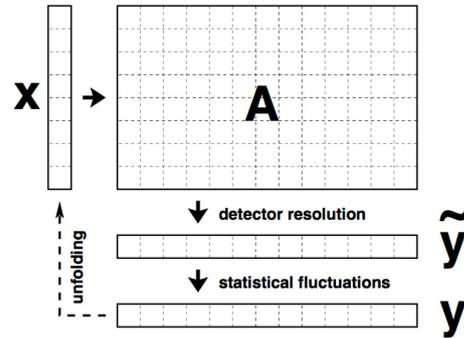
Nachdem bereits in der Simulation die Effizienzkorrektur der höheren Momente für zentralste Kollisionen nicht die ausreichende Präzision besitzt, wird nun eine weitere Methode zur Effizienzkorrektur angewandt: das Unfolding (*dt. Entfaltung*).

In der Mathematik ist das Unfolding ein Verfahren, das Verwendung findet, um zwei gefaltete Funktionen wieder zu entfalten. Während eine Faltung in der Regel leicht berechnet werden kann, ist ihre Umkehrung nicht immer möglich. Dies liegt an einem Informationsverlust während der Faltung. Um eine möglichst genaue Entfaltung vorzunehmen, wurden rechenintensive Algorithmen und Verfahren entwickelt.

Dazu wird in dieser Analyse das in ROOT implementierte TUnfold Paket genutzt [21], welches im Wesentlichen auf einer regularisierten Matrixinversion basiert.

Das Unfolding basiert auf der Methode der kleinsten Quadrate inklusive Tikhonov Regularisierung und einer optionalen Flächenerhaltung [26]. Zur Bestimmung der Stärke des Regularisierungsparameters ist das L-Curve-Verfahren und die Scans von globalen Korrelationskoeffizienten implementiert.

Abbildung 4.11: Schematische Darstellung des Unfoldings: [21]



In Abbildung 4.11 repräsentiert der Vektor \mathbf{x} die wahre Verteilung, \mathbf{A} ist eine Matrix von Wahrscheinlichkeiten und der Vektor \mathbf{y} beschreibt die durchschnittliche erwartete Ereigniszählung auf Detektorebene. Anzumerken ist, dass die beobachteten Ereigniszählungen \mathbf{y} von den durchschnittlichen $\tilde{\mathbf{y}}$ aufgrund statistischer Fluktuationen verschieden sein können. Der Entfaltungsalgorithmus, wie er in TUnfold implementiert ist, bestimmt den stationären Punkt des Lagrangian:

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 \quad (4.16)$$

mit

$$\mathcal{L}_1 = (\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x})^\top \mathbf{V}_{yy}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}) \quad (4.17)$$

$$\mathcal{L}_2 = \tau^2 (\mathbf{x} - f_b \mathbf{x}_o)^\top (\mathbf{L}^\top \mathbf{L}) (\mathbf{x} - f_b \mathbf{x}_o), \quad (4.18)$$

$$\mathcal{L}_3 = \lambda (Y - e^\top \mathbf{x}) \quad (4.19)$$

Der Term \mathcal{L}_1 entspricht dem Ergebnis der Methode der kleinsten Quadrate. Der Term \mathcal{L}_2 beschreibt die Regularisierung, wobei der Parameter τ^2 die Stärke der Regularisierung entspricht. Der Term \mathcal{L}_3 entspricht der Flächenerhaltung.

Im Experiment werden die Protonenverteilungen nur innerhalb der Akzeptanz des Detektors und unter Einfluss von Detektor- und Spurrekonstruktionseffizienz gemessen. Um nun die höheren Momente der wahren Protonenverteilung zu bestimmen, muss der Einfluss des Detektors auf die Verteilungen annulliert werden.

Dazu wird beim Unfolding eine Detektor Response Matrix \mathbf{A} benötigt. Zur Bestimmung dieser Response Matrix ist man im Experiment auf eine realistische Detektorsimulation angewiesen.

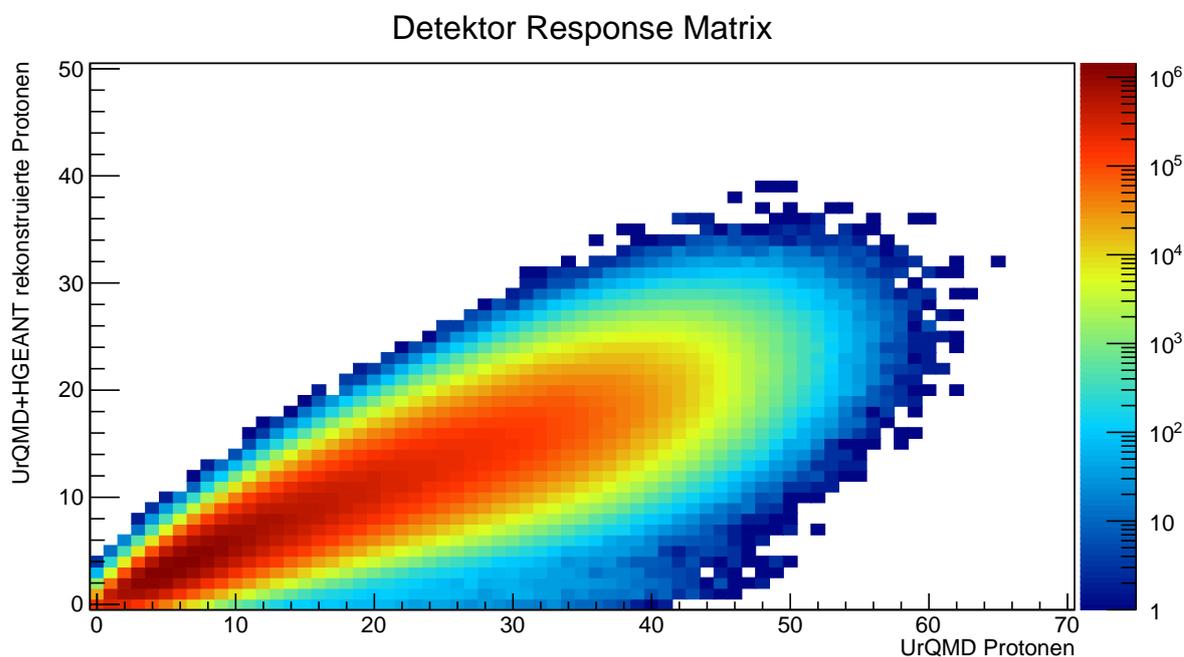


Abbildung 4.12: Response Matrix für die Effizienzkorrektur mit Unfolding

Die Response Matrix \mathbf{A} für den HADES Detektor ist in Abbildung 4.12 dargestellt und wird mithilfe einer UrQMD+HGeant Simulation gefüllt. Auf der x-Achse ist die Anzahl alle UrQMD Protonen pro Event dargestellt und entspricht somit der wahren Anzahl Protonen. Die Anzahl der Protonen pro Event nach Teilchennachweis und -rekonstruktion ist auf der y-Achse dargestellt. Die Response Matrix wird nur mit den Teilchen innerhalb des zuvor selektierten Phasenraumfensters gefüllt. Auf der farblichen z-Achse ist die Häufigkeit der Ereignisse dargestellt. Um später möglichst kleine Fehler durch die Methode des Unfoldings zu bekommen, ist es wichtig, die Matrix mit möglichst viel Statistik zu füllen. Bereits in Abbildung 4.6 wurden die beiden Protonenverteilungen dargestellt, die für zentrale Kollisionen innerhalb des Phasenraumfensters von $p_t = 400 - 1600$ MeV/c und $y_0 \pm 0.2$ gefüllt wurden. Grün ist dabei die UrQMD Protonenverteilung, während blau die re-

konstruierte Verteilung nach der Detektorsimulation dargestellt ist. Diese rekonstruierte Verteilung muss durch Entfaltung wieder in die ursprüngliche Verteilung zurückgeführt werden.

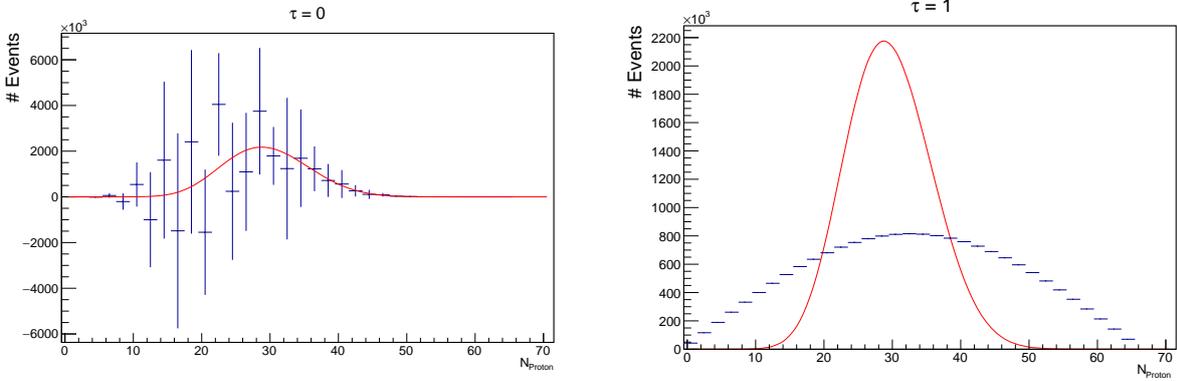


Abbildung 4.13: Die Wahl der Regularisierung τ^2 beeinflusst in erheblicher Weise die entfaltete Verteilung. Die richtige Wahl von Tau ist für die Methode des Unfoldings entscheidend.

Neben der Response Matrix muss die Größe der Regularisierung aus Gleichung 4.18 bestimmt werden, wobei die Stärke der Regularisierung τ^2 ein freier Parameter ist. Wird der τ^2 -Wert zu klein gewählt, so weist das Entfaltungsergebnis große statistische Fluktuationen auf. Ist τ^2 zu groß ist, wird das Ergebnis systematisch verzerrt.

Um den Einfluss des Regularisierungsparameters τ^2 auf das Ergebnis des Unfoldings zu untersuchen, wurde das Unfolding in Abbildung 4.13 mit den beiden Extremwerten $\tau^2 = 0$ und $\tau^2 = 1$ durchgeführt. In rot ist jeweils die wahre Verteilung aus UrQMD eingezeichnet. Im linken Histogramm wurde das Unfolding der rekonstruierten Verteilung mit $\tau^2 = 0$ durchgeführt. Das Ergebnis des Unfoldings ist in blau dargestellt. Es zeigt sich, dass die wahre Verteilung innerhalb der Fehler beschrieben wird, doch die statistischen Fluktuationen des Ergebnisses sind sehr groß. Im rechten Histogramm sind die Fehler bei einer Wahl von $\tau^2 = 1$ sehr gering, jedoch wird die ursprüngliche Verteilung nicht gut beschrieben.

Zur optimalen Wahl der Regularisierung gibt es verschiedene Methoden, wovon zwei in dem TUnfold Paket implementiert sind [6][10]. Diese beiden Verfahren sind das L-Curve-Verfahren und der Scan von globalen Korrelationskoeffizienten.

Ein Knick in der Kurve links in Abbildung 4.14 beschreibt beim L-Curve Verfahren die optimale Wahl des Parameters τ . Im Scan der globalen Korrelationskoeffizienten in der rechten Abbildung 4.14 beschreibt das Minimum des Kurvenverlaufs die optimale Wahl von τ^2 .

Die Größenordnung des Regularisierungsparameters τ^2 liegt in dieser Analyse bei 10^{-4} - 10^{-5} . Beim Unfolding der Protonenverteilungen wird als Wert für τ^2 der Mittelwert aus den beiden ermittelten τ^2 -Parameter verwendet.

Mit der Response Matrix und der Wahl des Regularisierungsparameters τ^2 kann nun in der UrQMD Simulation die Güte der Akzeptanz- und Effizienzkorrektur mittels Unfolding studiert werden.

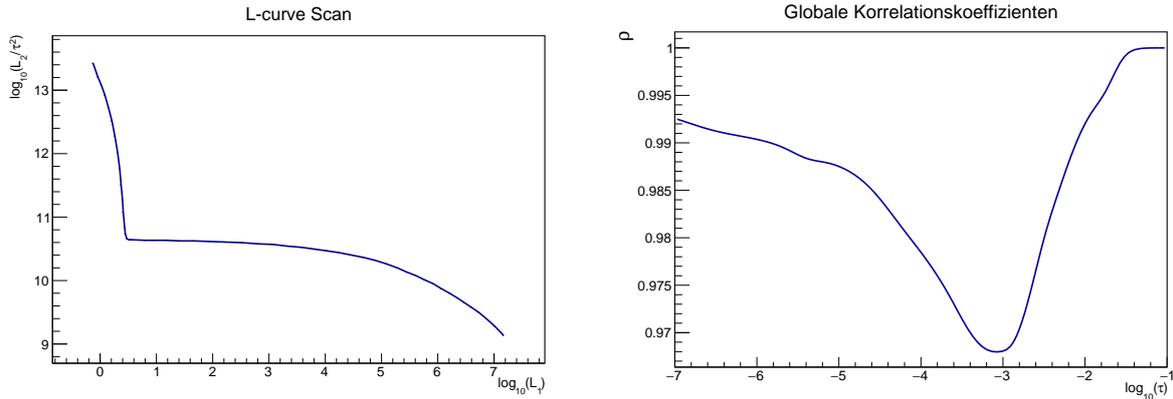


Abbildung 4.14: Die implementierten Methoden zur Wahl von τ^2 sind das L-curve Verfahren und die Minimierung von globalen Korrelationskoeffizienten. Beide Methoden liefern einen möglichen τ^2 -Wert. In unserer Analyse wird beim Unfolding der Mittelwert der beiden ermittelten τ^2 -Werte verwendet. Dieser liegt im Bereich $10^{-4} - 10^{-5}$.

Dazu werden mit UrQMD die Protonenverteilungen innerhalb des Phasenraumfensters von $y_{lab} \pm 0.2$ und $p_t = 400 - 1600$ MeV/c zentralitätsabhängig bestimmt. Diese Verteilungen dienen in der Studie als wahre, ursprüngliche Verteilungen. Anschließend werden Protonenverteilungen nach dem Durchgang der UrQMD Teilchen durch den HADES Detektor unter denselben Bedingungen gefüllt. Diese Verteilungen werden nun auf die Akzeptanz und Effizienz korrigiert, mittels eines zweistufigen Unfolding-Verfahrens.

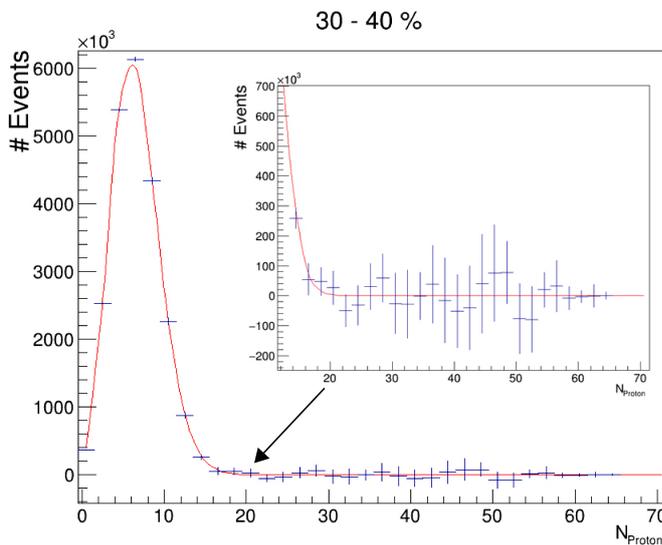


Abbildung 4.15: Beim Unfolding mit der gesamten Response-Matrix kommen Schwankungen in den hohen Multiplizitäten zustande. Diese unphysikalischen Einträge werden mittels eines zweistufigen Unfoldings eliminiert.

Im ersten Schritt wird die rekonstruierte Verteilung mit der gesamten Response Matrix entfaltet. Das Ergebnis dieses ersten Schrittes ist in Abbildung 4.15 exemplarisch für 30-40 % zentrale Kollisionen dargestellt. Man erkennt in dem hier gezeigten Beispiel, dass die Multiplizität der Verteilung klein ist und im Bereich der hohen Multiplizitäten beim

Unfolding unphysikalische Fluktuationen entstehen, die sich auf die höheren Momente der Verteilung auswirken.

Um die unphysikalischen, negativen Ergebnisse des Unfoldings zu eliminieren, wird nun in einem zweiten Schritt die ursprüngliche Verteilung nochmals entfaltet. Dabei wird diesmal nicht die komplette Response Matrix verwendet, sondern diese wird mithilfe dem ersten negativen und somit unphysikalischen Eintrags des Unfolding Ergebnisses beschnitten.

Die resultierenden Protonenverteilungen sind in Abbildung 4.16 für die Zentralitätsklassen 0-10 %, 10-20%, 20-30 % und 30-40 % zentrale Kollisionen gezeigt. Die rekonstruierten und mittels Unfolding korrigierten Verteilungen (blau) stellen die ursprünglichen Verteilungen gut dar.

Im Vergleich zur Korrektur der Momente in Kapitel 4.5.2 werden nun die Momente der entfalteten Protonenverteilung berechnet, die durch das Unfolding nun direkt den wahren höheren Momenten entsprechen. Die Ergebnisse der höheren Momente mit der Unfolding Methode werden im folgenden Abschnitt dargestellt und mit den Ergebnissen der vorherigen Korrekturmethode verglichen.

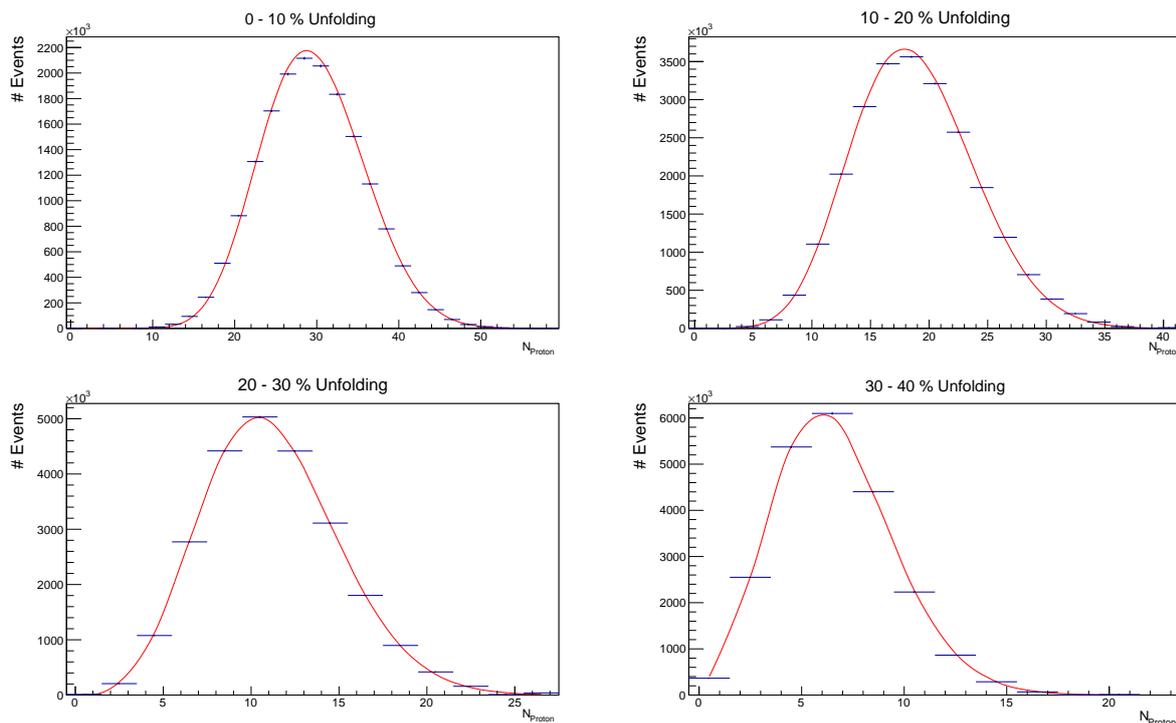


Abbildung 4.16: Entfaltete Protonenverteilungen. In rot ist die Referenzkurve der gesamten UrQMD Protonen, in blau ist die entfaltete Protonenverteilung, also die rekonstruierte und mittels Unfolding korrigierte Protonenverteilung, gezeigt.

4.5.4 Vergleich der Methoden zur Effizienzkorrektur

Nachdem nun in den Kapiteln 4.5.2 und 4.5.3 zwei Methoden zur Effizienzkorrektur vorgestellt wurden, werden diese nun miteinander verglichen, um die Güte der Korrektur zu untersuchen. In Abbildung 4.17 ist in schwarz wieder die Referenz aus UrQMD dargestellt sowie in grün die dynamische Evt-by-Evt Effizienzkorrektur und in gelb die Ergebnisse des Unfoldings. Wie zuvor auch sind die vier ersten Momente und die Produkte der höheren Momente jeweils zentralitätsabhängig aufgetragen.

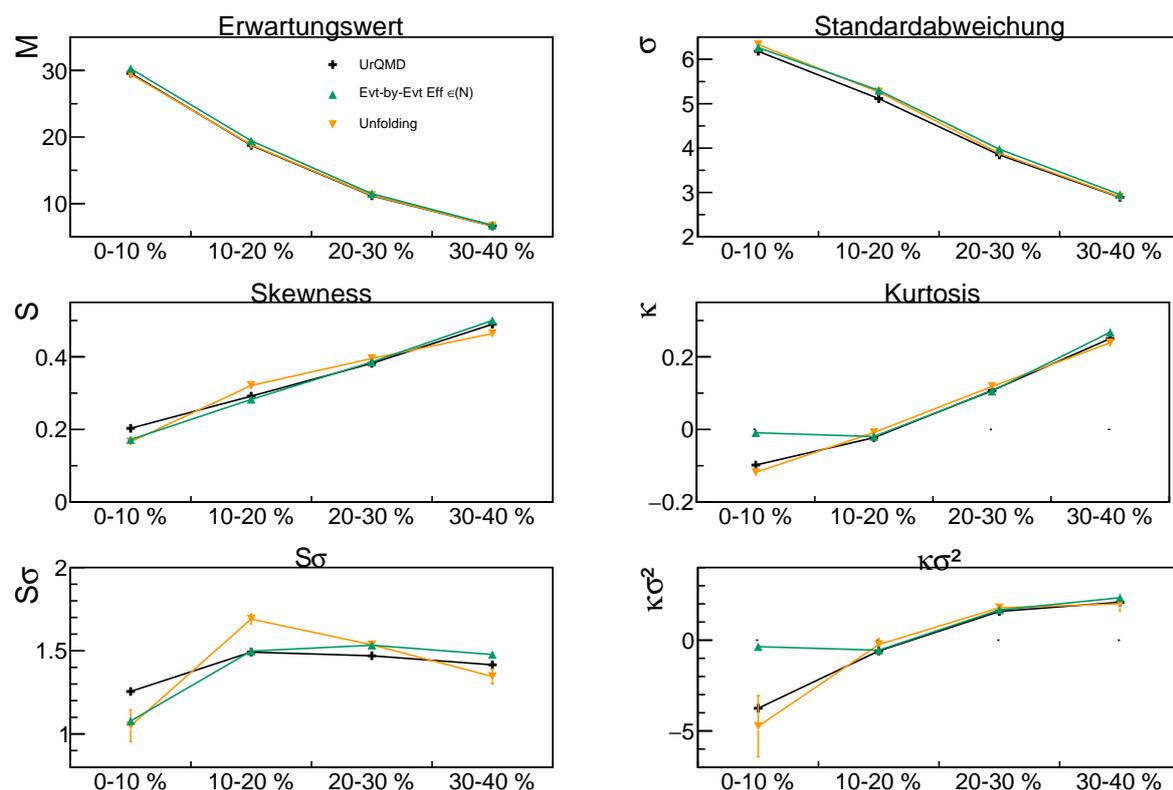


Abbildung 4.17: Vergleich der Korrekturmethode mit dynamischen Evt-by-Evt Effizienzen sowie dem Unfolding anhand von UrQMD Simulationen.

Für den Erwartungswert oben links in der Abbildung reproduziert das Unfolding die Ergebnisse fast exakt und liegt nur leicht über der Referenzkurve. Die Abweichungen des Erwartungswertes der ersten Korrekturmethode sind jedoch marginal.

Auch in der Standardabweichung zeigen die beiden Korrekturmethode eine ähnlich gute Performance und die Ergebnisse des Unfoldings in den 20-30 % und 30-40% zentralen Kollisionen sind nur minimal besser.

Die Skewness wird von beiden Korrekturmethode gut reproduziert und die Unterschiede fallen gering aus. Während für 0-10 % zentrale Kollisionen beide Methoden dieselbe Abweichung zeigen, ist das Unfolding in 10-20 % zentralen Kollision etwas schlechter als die dynamische Effizienzkorrektur.

Eine deutliche Verbesserung zeigt sich jedoch in der Kurtosis. Während die dynamische Effizienzkorrektur Probleme bei der Korrektur der 0-10% zentralsten Kollisionen hatte, wird dies nun durch das Unfolding sehr gut reproduziert.

In den Produkten der höheren Momente setzt sich der Trend aus Skewness und Kurtosis fort. Bei dem Produkt $Kurtosis \cdot \Sigma^2$ hat das Unfolding leichte Schwierigkeiten für 10-20 % zentrale Kollisionen und ist schlechter als die dynamische Effizienzkorrektur.

Für das Produkt von besonderem Interesse $Kurtosis \cdot \Sigma^2$ ist das Unfolding aber wesentlich besser als die vorhergehende Korrektur. Diese hatte für die 0-10 % zentralsten Kollisionen große Abweichungen zu der Referenz, die nun mittels Unfolding sehr gut beschrieben wird.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Unfolding besonders in dem höchsten untersuchten Moment, der Kurtosis, entscheidende Verbesserungen gebracht hat. Somit haben wir nun zwei unterschiedliche Methoden zur Effizienzkorrektur untersucht, die in der Simulation plausible Ergebnisse geliefert haben. In der Simulation scheint das Unfolding eine etwas bessere Performance zu haben, nichtsdestotrotz haben wir nun zwei Methoden, die wir auf die Effizienzkorrektur der höheren Momente in unseren Daten anwenden können.

4.6 Bestimmung der Akzeptanz und Effizienz von Deuteronen

Anhand der Protonenverteilungen wurde im letzten Abschnitt die Effizienzkorrektur mit zwei verschiedenen Methoden untersucht.

In den experimentellen Daten kann außerdem untersucht werden, inwieweit die Berücksichtigung der Deuteronen neben den Protonenverteilungen die höheren Momente beeinflussen. Bei der geringen Schwerpunktsenergie von 2.41 GeV treten Baryonen zu einem erheblichen Anteil gebunden in Deuteronen auf und können eventuell bei der Auswertung für die Baryonenzahl nicht vernachlässigt werden.

Für deren Auswertung wird allerdings auch die Akzeptanz- und Effizienzkorrektur der Deuteronen benötigt. Leider treten im UrQMD-Modell keine gebundenen Baryonen im Endkanal auf. Für die Bestimmung der Effizienzen ist jedoch ein realistischer Eventgenerator von Nöten.

Zur Bestimmung der Akzeptanz von Deuteronen wurden deshalb mithilfe einer Pluto Simulation Deuteronen produziert. Die simulierten Deuteronen wurden mit einer Temperatur von $T = 70$ MeV und einem Blast von $\beta = 0.36$ c erzeugt. Diese mit Pluto produzierten Deuteronen wurden anschließend mit der UrQMD Simulation verknüpft, indem in jedes UrQMD Event ein Deuteron hinzugefügt wurde und anschließend diese zusammen durch den HADES Detektor propagiert wurden. Daraus konnte die Akzeptanz sowie die Detektor- und Spurrekonstruktionseffizienz der Deuteronen bestimmt werden. Die Gesamteffizienz ϵ der Deuteronen ist in Abbildung 4.18 dargestellt. Aufgrund der geometrischen Akzeptanz unterscheidet sich die Effizienz ϵ von Protonen und Deuteronen.

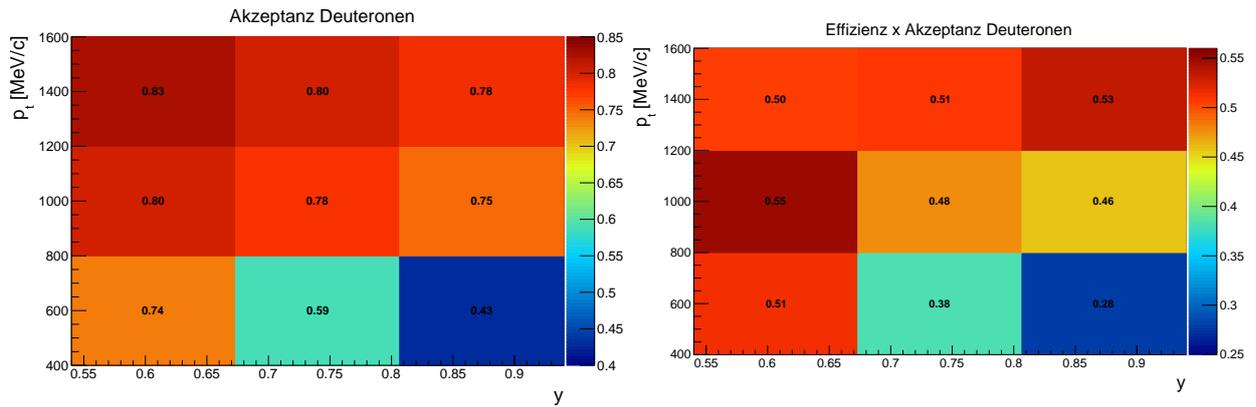


Abbildung 4.18: Akzeptanz- und Effizienzmatrizen für Deuteronen exemplarisch für 0-10 % zentrale Kollisionen.

Die Phasenraumverteilung der Deuteronen in der Pluto+HGeant Simulation sowie den experimentellen Daten ist in Abbildung 4.19 dargestellt. Im Gegensatz zu den Protonen, die in der Simulation die experimentellen Daten gut darstellen (s. Abb. 4.5), ist dies für die Deuteronen nicht der Fall. Die Pluto Simulation kann dementsprechend nicht benutzt werden, um die Deuteronen genauer zu studieren.

Da für Deuteronen auf diese Weise keine ausreichend realistische Response Matrix gefüllt werden konnte, war eine Auswertung der höheren Momente für die Kombination von Protonen und Deuteronen nur mit der ersten, in Abschnitt 4.5.2 erläuterten Korrekturmethode möglich. Die Auswertung der höheren Momente geschah für Deuteronen analog den Protonen. Insbesondere das Phasenraumfenster wurde analog den Protonen verwendet und nicht für die Analyse dieser anderen Teilchenspezies verändert.

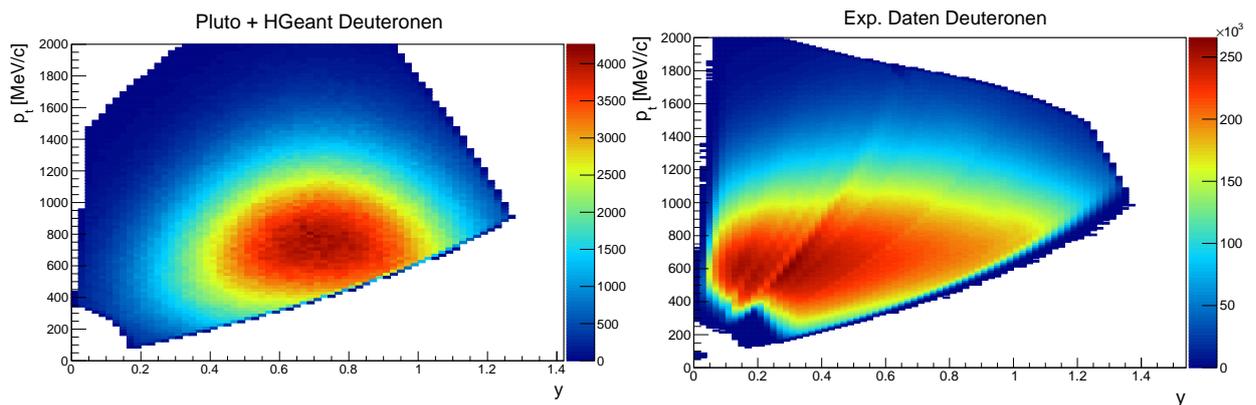


Abbildung 4.19: Das p_t - y -Spektrum für Deuteronen in der Pluto Simulation (links) sowie der experimentellen Daten (rechts). Auch für die Deuteronen wird ein Phasenraumfenster von $y_{lab} \pm 0.2$ sowie $p_t = 400 - 1600$ MeV/c untersucht.

Kapitel 5

Experimentelle Ergebnisse

Das Ziel dieser Analyse ist die Auswertung der höheren Momente von Protonenverteilungen in Au+Au-Kollisionen bei $\sqrt{s_{NN}} = 2.41$ GeV. Zur Bestimmung der Momente wurden im vorherigen Kapitel 4 die Grundlagen der Analyse gelegt und systematische Untersuchungen der Effizienzkorrektur in Simulationen durchgeführt. Dementsprechend kann nun auf dieser Grundlage die Analyse der experimentellen Daten durchgeführt werden. Dabei werden nur die Ereignisse aus den Episoden der Strahlzeit 2012 verwendet, an denen alle 6 Sektoren des HADES Detektors eine stabile Performance zeigten.

Für die untersuchten Protonenverteilungen werden nur Protonen innerhalb des definierten Phasenraumfensters von $y_{accept} = y_{lab} \pm 0.2$ und $p_t = 400 - 1600$ MeV/c ausgewertet. Die Analyse verwendet für die zentralitätsabhängige Auswertung der höheren Momente die Forward Wall zur Bestimmung der Zentralität. Damit wird eine Autokorrelation zwischen den analysierten Protonen und der Zentralitätsbestimmung vermieden. Diese Autokorrelation konnte während den Untersuchungen zur Effizienzkorrektur in der Simulation beobachtet werden. Da die Fragmentproduktion bisher in der Simulation nicht zufriedenstellend implementiert werden konnte, wird die Zentralität in der Simulation mithilfe des Stoßparameters selektiert.

Die Analyse wird später im Kapitel auf die Deuteronen ausgeweitet, so dass die höheren Momente von freien und gebundenen Protonen repräsentativ für die Erhaltungsgröße der Baryonenzahl bestimmt werden. Die Ergebnisse können dann im Zusammenhang mit den Untersuchungen der STAR Kollaboration betrachtet werden, die die höheren Momente der Netto-Protonenverteilungen in Au+Au Kollisionen bei verschiedenen Strahlenergien durchgeführt haben.

Im Folgenden werden die höheren Momente der Protonenverteilungen analysiert und mit den Ergebnissen der STAR Kollaboration verglichen. Anschließend werden die höheren Momente der Protonen- und Deuteronenverteilungen analysiert und untereinander und mit STAR verglichen.

5.1 Höhere Momente der Protonenverteilungen in Au+Au Daten

In Kapitel 4.5.4 wurden zwei Methoden zur Effizienzkorrektur in simulierten Ereignissen untersucht, um die Qualität der Korrektur zu bestimmen. Dabei hat sich gezeigt, dass in der Simulation das Unfolding besonders für die höheren Momente eine etwas bessere Performance hat.

Im Folgenden werden wir beide Methoden auf die experimentellen Daten anwenden und untersuchen, inwieweit sie übereinstimmen. Die zentralitätsabhängige Auswertung der höheren Momente in HADES Au+Au Daten ist in Abbildung 5.1 dargestellt.

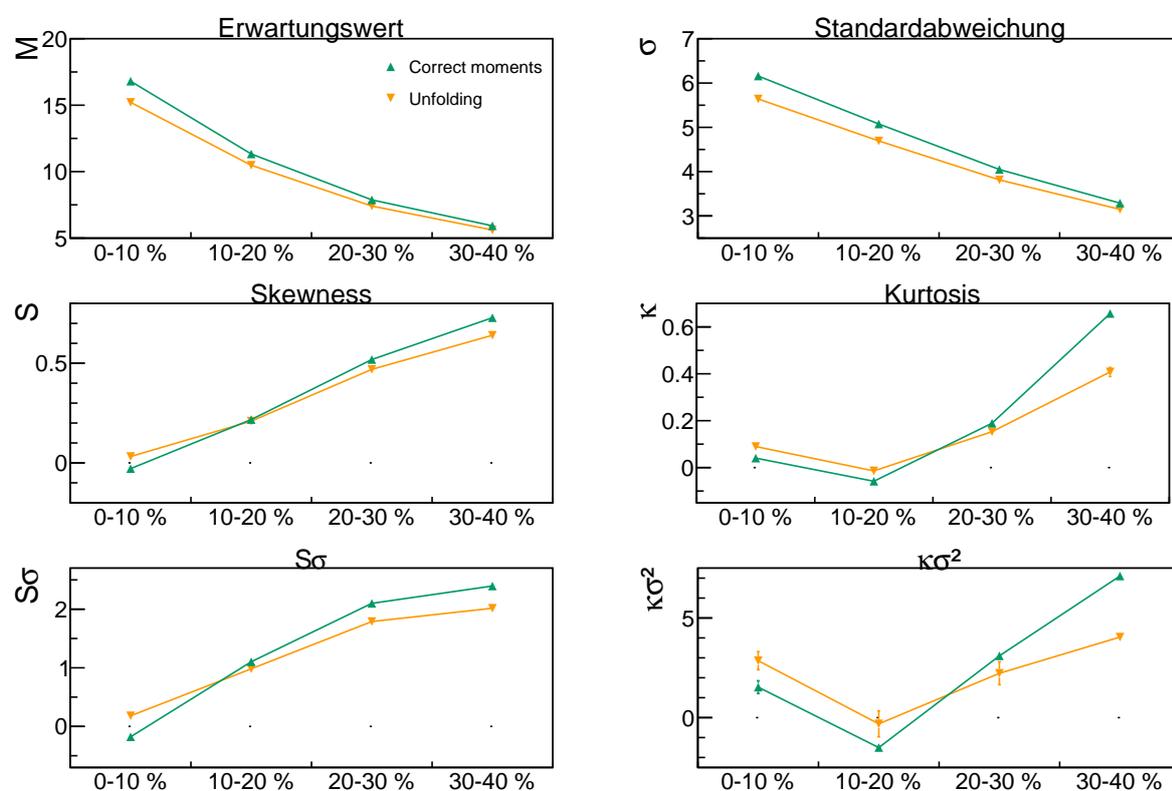


Abbildung 5.1: Vergleich der Korrekturmethode in den HADES Daten. Gezeigt werden die korrigierten Momente für vier verschiedene Zentralitätsbins.

In der Abbildung sind wieder die ersten vier Momente und die Produkte der höheren Momente für die verschiedenen Zentralitätsbins 0-10%, 10-20 %, 20-30 % und 30-40 % zentrale Kollisionen dargestellt. Die beiden Methoden zur Effizienzkorrektur sind in den unterschiedlichen Farben, grün für die dynamische Evt-by-Evt Effizienzkorrektur (siehe 4.5.2) und gelb für die Unfolding Effizienzkorrektur (siehe 4.5.3), gekennzeichnet.

Insgesamt lässt sich sagen, dass die beiden Methoden sehr ähnliche Ergebnisse liefern: Erwartungswert, Standardabweichung sowie die höheren Momente Skewness und Kurto-

sis stimmen für beide Methoden besser als 5-10% überein. Lediglich in der Kurtosis des periphersten Bins (30-40 %) gibt es eine etwas größere Abweichung zwischen den beiden Methoden. Für die Auswertung der Momente lässt sich feststellen, dass nur aufgrund der experimentellen Daten keine direkte Aussage gemacht werden kann, welche der Korrekturmethode die bessere ist. Da die systematischen Untersuchungen in der Simulation jedoch gezeigt haben, dass das Unfolding für die höheren Momente, insbesondere die Kurtosis, ein besseres Ergebnis liefert, wird für die weitere Auswertung der Daten das Unfolding bevorzugt.

Es hat sich gezeigt, dass die beiden Korrekturmethode ähnliche Ergebnisse liefern und keine offensichtlichen Widersprüche zeigen.

5.2 Überprüfung des Poisson-Limits

Wie bereits in Kapitel 4.3 erwähnt, erwarten wir, dass das Auftreten von aussagekräftigen Fluktuationen in Bezug auf einen Phasenübergang bzw. einen kritischen Punkt abhängig von der Größe des analysierten Phasenraumfensters ist. Nachdem mit dem Unfolding eine plausible Methode zur Effizienzkorrektur eingeführt wurde, kann nun der Einfluss dieses Phasenraumfensters näher betrachtet werden.

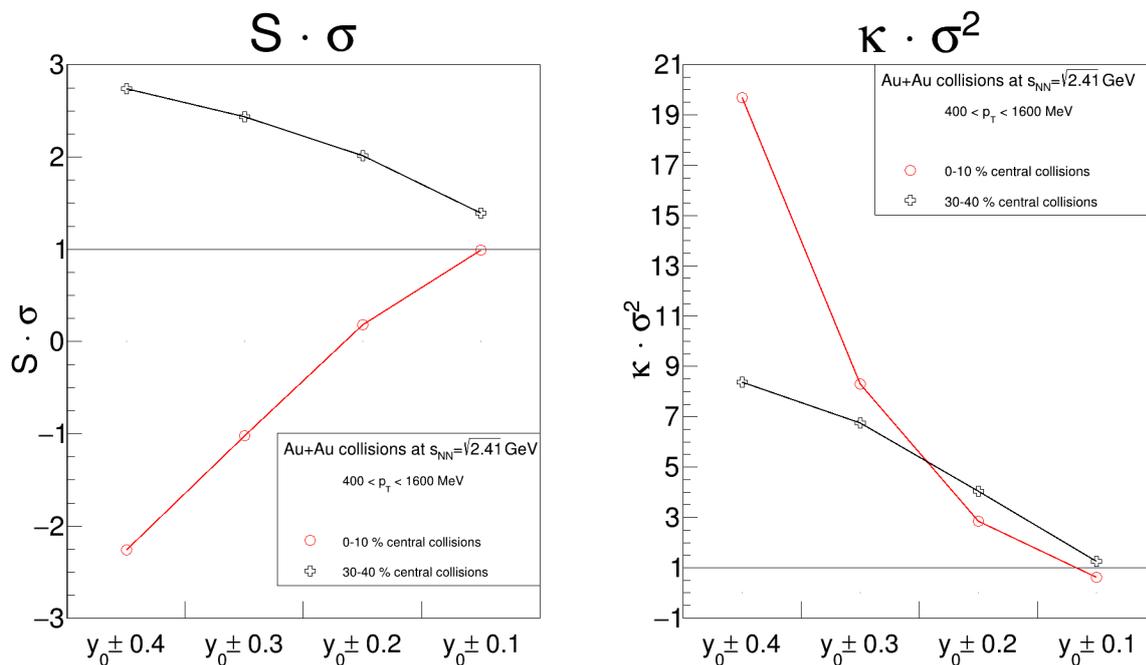


Abbildung 5.2: Abhängigkeit der höheren Momente von der Wahl des kinematischen Bereichs. Im Limit nähern sich die höheren Momente erwartungsgemäß dem Poisson Limit an.

In Abbildung 5.2 ist die Abhängigkeit der effizienzkorrigierten Produkte der höheren Momente $Skewness \cdot \sigma$ und $Kurtosis \cdot \sigma^2$ der Protonenverteilungen in Abhängigkeit von

dem gewählten Rapiditybereich um die mittlere Rapidity $y_{lab} = y_0 = 0.74$ für 0-10 % und 30-40 % zentrale Kollisionen dargestellt. Bei dieser Untersuchung wird die zusätzliche Bedingung auf dem transversalen Impuls von $p_t = 400 - 1600$ MeV/c nicht variiert.

Anhand der Phasenraumdarstellung aus Abbildung 4.4 ergibt sich ein maximal offenes Rapidityfenster von $y_{accept} = y_{lab} \pm 0.4$, d.h. der maximale Wert der sicher stellt, dass die analysierten Teilchen nicht aus dem Bereich der Spektatoren stammen. Dieses maximal mögliche Fenster wird schrittweise verkleinert und für jedes dieser Phasenraumfenster eine eigene HADES Response Matrix gefüllt. Das kleinste benutzte Fenster ist dabei $y_{accept} = y_{lab} \pm 0.1$ groß, da bei noch weiterer Verkleinerung nicht mehr genügend Statistik zur Auswertung der Protonenverteilungen vorliegt.

Verkleinert man das Phasenraumfenster soweit, dass dieses kleiner als die Korrelationslänge $\Delta y_{accept} \ll \Delta y_{corr}$ wird, so kann man von einer unabhängigen Teilchenproduktion ausgehen. Dies entspricht einer Poisson-Verteilung, so dass die Produkte der höheren Momente sich eins annähern sollten.

Auf der linken Seite der Abbildung ist das Produkt $Skewness \cdot \sigma$ dargestellt, auf der rechten Seite das Produkt $Kurtosis \cdot \sigma^2$. Die Größe des Rapidityfensters nimmt in der Abbildung von links nach rechts immer weiter ab. Es zeigt sich für beide Zentralitäten, dass sich bei Verengung des Phasenraums die Werte des Produkts $Skewness \cdot \sigma$ dem Poisson-Limit annähert. Der absolute Wert des Produkts hängt stark von der Größe des Rapidityfensters ab. Für 0-10 % zentrale Kollisionen ändert sich auch das Vorzeichen des Produkts $Skewness \cdot \sigma$, wenn man das Rapidityfenster von $y_{accept} = y_{lab} \pm 0.2$ auf $y_{lab} \pm 0.3$ erweitert.

Für das Produkt $Kurtosis \cdot \sigma^2$ zeigt sich ebenfalls die erwartete Annäherung an das Poisson-Limit bei Verkleinerung des Rapidityfensters. Für 0-10 % zentrale Kollisionen steigt das Produkt mit Vergrößerung des Rapidityfensters extrem an. Dieser Anstieg zeichnet sich in den 30-40 % zentralen Kollisionen in etwas abgeschwächter Form ebenfalls ab.

Außerdem zeigt sich deutlich, dass die absoluten Werte der Produkte stark von der Wahl des Rapidityfensters abhängen. Welche Skalierung zur optimalen Wahl dieses Bereiches anhand der Breite der gesamten Rapidityverteilung anzunehmen ist, ist noch nicht abschließend geklärt. In diesem Kapitels werden die HADES Daten analog zu den Studien der Effizienzkorrektur im vorhergehenden Kapitel mit einem Rapidityfensters von $y_{accept} = y_{lab} \pm 0.2$ ausgewertet. Bei der Interpretation der Ergebnisse muss der Einfluss des gewählten Rapidityfensters jedoch berücksichtigt werden.

5.3 Vergleich mit den Ergebnissen von STAR

In den Jahren 2010 und 2011 wurden im Rahmen des RHIC Beam Energy Scans mit dem STAR Detektor Au+Au-Kollisionen bei verschiedenen Strahlenenergien aufgezeichnet. Die Ergebnisse der Analyse der energieabhängigen höheren Momente der

Netto-Protonenzahl wurden im Jahr 2013 veröffentlicht [4] und auf der CPOD 2014 in einer erweiterten Version gezeigt [18]. In letzterer Analyse wurde der Bereich des transversalen Impulses von $p_t = 400\text{-}800$ MeV/c durch Hinzunahme des TOF-Detektors zur Teilchenidentifikation auf $p_t = 400\text{-}2000$ MeV/c erweitert.

Die Strahlenergie wurde im BES zwischen $\sqrt{s_{NN}} = 7.7$ GeV und $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV in 7 Schritten variiert. Die 2012 mit dem HADES Detektor gemessenen Au+Au-Kollisionen wurden bei einer Energie von $\sqrt{s_{NN}} = 2.41$ GeV aufgenommen, so dass sich diese Messung als niedrigster Energiewert in den Scan der STAR Kollaboration einfügen lässt.

Bereits in Kapitel 4.3 wurde gezeigt, dass sich die Breite des Rapiditätsbereichs von Au+Au-Kollisionen bei verschiedenen Strahlenergien voneinander unterscheiden. Daher stellt sich die Frage, ob auch die Breite des analysierten Rapiditätsfensters als Funktion der Strahlenergie bzw. Breite der Rapiditätsverteilung verändert werden sollte. Im letzten Abschnitt wurde auch gezeigt, dass sich die Produkte der höheren Momente für unterschiedlich breite Rapiditätsfenster stark unterscheiden. Eine Anpassung des Rapiditätsfensters hat in der energieabhängigen Analyse der höheren Momente von STAR aber nicht stattgefunden. Inwieweit dies Einfluss auf die Ergebnisse hat, kann in dieser Arbeit nicht beurteilt werden.

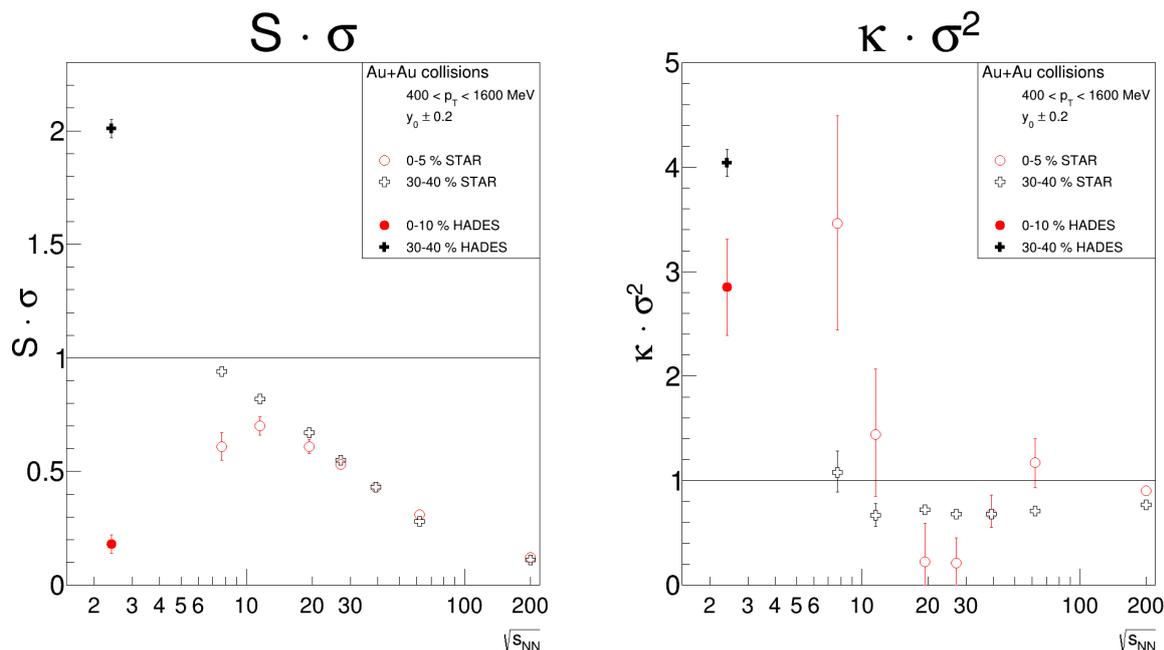


Abbildung 5.3: Energieabhängigkeit der höheren Momente von Netto-Protonenverteilungen in Au+Au-Kollisionen. Dabei werden die Ergebnisse dieser Analyse mit den vorläufigen Ergebnissen der STAR Kollaboration [18] verglichen.

In Abbildung 5.3 sind die Ergebnisse unserer Analyse zusammen mit den Ergebnissen von STAR gezeigt, wie sie zuletzt im Jahr 2014 präsentiert wurden. In der Abbildung sind

die Produkte der höheren Momente als Funktion der Strahlenergie $\sqrt{s_{NN}}$ dargestellt. Die offenen Symbole repräsentieren dabei die Ergebnisse von STAR, während die gefüllten Symbole die Ergebnisse unserer Analyse widerspiegeln. Das Produkt wurde sowohl für zentrale Kollisionen (rot) sowie semi-periphere Kollisionen (schwarz) ausgewertet. Aufgrund der begrenzten Zentralitätsauflösung ist es in HADES nicht möglich, die zentralsten Kollisionen in einem Zentralitätsbin von 0-5 % eindeutig zu selektieren. Zur Bewertung der zentralsten Kollisionen wird stattdessen ein Zentralitätsbin von 0-10 % verwendet.

Das analysierte Phasenraumfenster von STAR liegt bei $y_{accept} = |y| \pm 0.5$ und einem Schnitt im transversalen Impuls von $p_t = 400-2000$ MeV/c, während dieses Fenster bei HADES auf $y_{accept} = y_{lab} \pm 0.2$ und $p_t = 400-1600$ MeV/c verkleinert wird.

Ab einer Strahlenergie von $\sqrt{s_{NN}} = 19.6$ GeV werden von STAR neben den Protonen auch Antiprotonen nachgewiesen. Da die Netto-Protonenzahl repräsentativ für die Baryonenzahl verwendet werden kann, werden die höheren Momente für die Netto-Protonenzahl ausgewertet. Für die niedrige Strahlenergie von HADES ist die Protonenzahl gleichbedeutend mit der Netto-Protonenzahl.

Die Fehlerbalken der Messungen von STAR repräsentieren nur die statistischen Fehler und beinhalten keine systematischen Effekte. Ähnlich verhält es sich bei den Ergebnissen von HADES. Diese beinhalten nur die statistischen Fehler der Unfolding Methode und machen keine Aussage über systematische Fehler durch die Wahl der Korrekturmethode o.ä.

Für semi-periphere Kollisionen zeigt sich für das Produkt $Skewness \cdot \sigma$ ein kontinuierlicher Zuwachs, wenn man die Energie verringert. Diesem Trend folgt unsere Auswertung und ergibt einen Wert oberhalb von 1.

Während das Produkt $Kurtosis \cdot \sigma^2$ für die STAR Analyse für die semi-peripheren Kollisionen innerhalb seiner Fehler nahezu konstant und nahe des Poisson-Limits bleibt, weicht der Datenpunkt von HADES stark von diesem Trend ab. Abhängig von der Wahl des Rapiditätsfensters liegt der HADES Punkt weit oberhalb von 1.

Ähnlich den semi-peripheren Kollisionen zeigt das Produkt $Skewness \cdot \sigma$ für zentralste Kollisionen einen Anstieg mit abnehmender Energie, jedoch sinkt es bei 7.7 GeV ab. Dieser Trend setzt sich auch in unserem Produkt von $Skewness \cdot \sigma$ fort.

Die auffälligste Struktur wird in der Energieabhängigkeit von $Kurtosis \cdot \sigma^2$ in den zentralsten Kollisionen beobachtet. Es lässt sich sagen, dass bei Energien oberhalb von 39 GeV die Werte von $Kurtosis \cdot \sigma^2$ nahe bei Eins liegen und bei Energien unter 39 GeV zeigen sie eine signifikante Abweichung unterhalb von Eins um 19,6 und 27 GeV, dann wird ein großer Anstieg bei 7.7 GeV auf einen Wert oberhalb von eins beobachtet. Auch unser Punkt bleibt oberhalb von eins und folgt somit dem Trend der Energieabhängigkeit.

Zur Interpretation der energieabhängigen höheren Momente werden jedenfalls weitere Modellberechnungen sowie theoretische Untersuchungen benötigt. Neben der Wahl des Rapiditätsfensters bleibt jedoch noch die Frage offen, inwieweit die höheren Momente bei unserer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s_{NN}} = 2.41$ GeV von Deuteronen oder weiteren leichten Kernen beeinflusst werden, in welchen Protonen gebunden sind und somit nicht zu der

Protonenzahlverteilung beitragen können. Dies soll im nun folgenden Abschnitt untersucht werden.

5.4 Höhere Momente der Protonen- und Deuteronverteilung

Um den Einfluss der gebundenen Protonen auf die höheren Momente der Protonenverteilungen zu untersuchen, werden die Deuteronen zu unserer Analyse hinzugefügt. Dabei werden in jedem Stoß die Anzahl der Protonen und Deuteronen bestimmt und beide Größen addiert. Somit können nun auch die Momente der freien und in Deuteronen gebundenen Protonenzahl bestimmt werden.

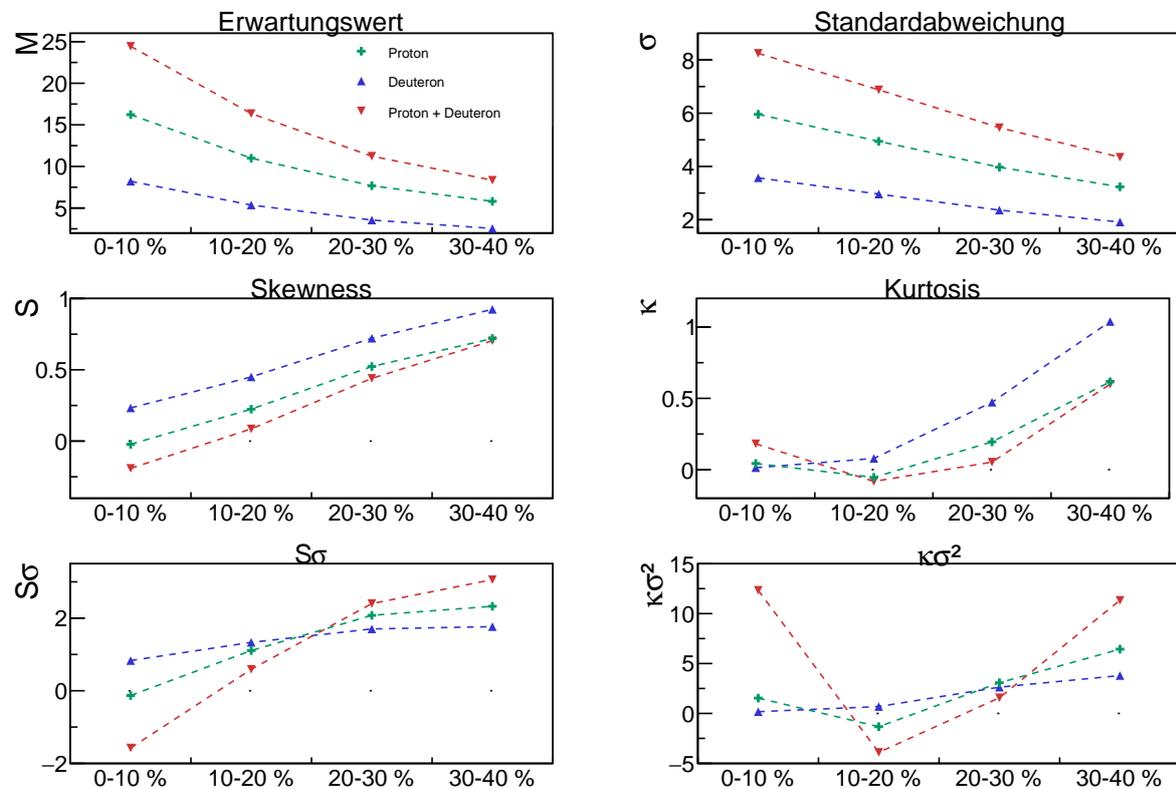


Abbildung 5.4: Die höheren Momente von Protonen- und Deuteronenverteilungen als Funktion der Zentralität. Die Effizienzkorrektur der Protonen sowie Deuteronen wurde mit der dynamischen Methode aus Kapitel 4.5.2 durchgeführt, da derzeit keine realistische Response Matrix für Deuteronen produziert werden kann.

In Abbildung 5.4 sind die ersten vier Momente sowie die Produkte der höheren Momente von Protonenverteilungen, Deuteronenverteilungen sowie aufaddierten Protonen- und Deuteronenverteilungen zentralitätsabhängig dargestellt.

Dafür werden nur Teilchen innerhalb des festgelegten Phasenraumfensters analysiert, was $y_{accept} = y_{lab} \pm 0.2$ und $p_t = 400-1600$ MeV/c entspricht. Da für Deuteronen derzeit keine realistische Response Matrix gefüllt werden kann, um die Effizienzkorrektur mittels Unfolding durchzuführen, wird die Korrektur beider Teilchenspezies mit der dynamischen Methode (s. Kapitel 4.5.2) durchgeführt.

Aufgrund technischer Rahmenbedingungen musste auch die Anzahl von Phasenraumbins von 9 p_t - y -Bins auf 6 p_t - y -Bins pro Teilchensorte reduziert werden. Somit ergeben sich für jede der beiden Teilchenspezies 6 Phasenraumbins pro Sektor, also insgesamt 72 Korrekturbins. Für jedes dieser Bins wird die Anzahl der Protonen und Deuteronen pro Event bestimmt und mithilfe der lokalen faktoriellen Momente und der dynamischen Effizienz $\epsilon(N)$ werden die höheren Momente berechnet.

Die Momente der Protonen sind in der Abbildung in grün, die Deuteronen in blau und die Summe von Protonen und Deuteronen in rot dargestellt. Für den Erwartungswert fällt auf, dass innerhalb des analysierten Phasenraumfensters das Verhältnis von Deuteronen zu Protonen etwa 1:2 ist. Das könnte die Annahme zu rechtfertigen, dass die Deuteronen, d.h. die gebundenen Protonen, in der Analyse nicht vernachlässigt werden können. Für den Erwartungswert und die Standardabweichung wiederholen sich die Trends aus den Protonenverteilungen. Die Deuteronenverteilungen besitzen zwar einen geringeren Erwartungswert und eine geringere Standardabweichung im Vergleich zu den Protonen, addiert man aber die Protonen und Deuteronen zu einer gemeinsamen Verteilung, so erhöhen sich sowohl der Erwartungswert als auch die Standardabweichung.

Dem Trend der Protonen folgt auch die Skewness der Deuteronen und der Kombination aus Protonen und Deuteronen. Jedoch ist die Skewness der Deuteronen wesentlich größer als die der Protonen. Kombiniert man die Protonen und Deuteronen, so ergibt das eine Skewness, die eher der der Protonenverteilungen entspricht. Besonders für 30-40 % zentrale Kollisionen entspricht die Skewness der Protonen nahezu exakt der Skewness der kombinierten Verteilung.

Vergleicht man die Kurtosis der Protonenverteilungen mit der der kombinierten Protonen- und Deuteronenverteilungen, so folgt diese dem Trend der Protonen sehr gut. Während für 0-10 % zentrale Kollisionen sich die Kurtosis von Protonenverteilung und Deuteronverteilung kaum unterscheiden, weicht die Kurtosis der Kombination beider Teilchenspezies von dem Wert ab. Für die anderen Zentralitätsbins unterscheidet sich die Kurtosis der Deuteronenverteilungen von den Verteilungen der Protonen sowie der kombinierten Verteilung.

Für das Produkt der höheren Momente $Skewness \cdot \sigma$ setzt die Kombination der beiden Teilchenspezies den Trend aus den Protonenverteilungen fort. Für 0-10 % und 10-20 % zentrale Kollisionen wird der Wert des Produkts verringert und für 20-30 % und 30-40 % zentrale Kollisionen vergrößert sich der Wert des Produkts im Vergleich zu den Protonenverteilungen.

Ein ähnlicher Effekt tritt auch bei dem Produkt $Kurtosis \cdot \sigma^2$ ein, jedoch ist dieser Effekt hier um ein Vielfaches verstärkt. Besonders für die zentralsten Kollisionen zeigt sich eine große Veränderung und der Wert ist sehr viel höher im Vergleich zu den Protonen. Auch

in den 30-40 % zentralen Stößen ist dieser Effekt noch sehr ausgeprägt, während er in den anderen Zentralitätsbins keine so große Rolle spielt.

Zusammenfassend kann man sagen, dass bei der Hinzunahme der in Deuteronen gebundenen Protonen der generelle Trend mit der Zentralität bestehen bleibt, jedoch dass sich die Absolutwerte der höheren Momente stark ändern.

5.5 Vergleich mit STAR für freie und gebundene Protonen

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt die gebundenen Protonen zu der Analyse der Protonenverteilungen hinzugefügt wurden, kann nun ein erneuter Vergleich mit den Ergebnissen der STAR Kollaboration durchgeführt werden.

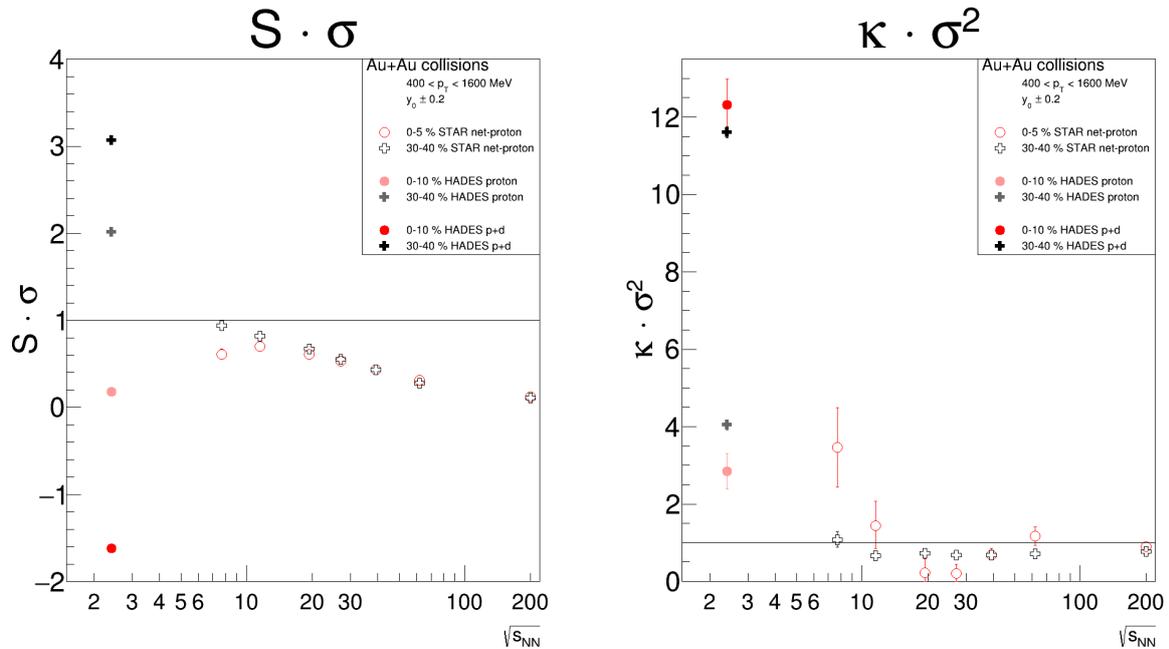


Abbildung 5.5: Kombinierte Protonen und Deuteronen Momente im Vergleich zu den Ergebnissen der STAR Kollaboration.

Dazu sind in Abbildung 5.5 die Ergebnisse der Produkte der höheren Momente sowohl für die freien Protonen als auch für die Kombination aus freien und gebundenen Protonen eingetragen. Die ausgebliebenen Symbole entsprechen den Ergebnissen aus Kapitel 5.3, die aus den Protonenverteilungen mittels der Unfolding Effizienzkorrektur ermittelt wurden. Die ausgefüllten rote und schwarze Symbole präsentieren nun die Produkte für die Kombination der freien Protonen mit den in Deuteronen gebundenen Protonen. Wie bereits erwähnt, wurden diese Momente mit der dynamischen Effizienzkorrektur korrigiert. Sowohl

für $Skewness \cdot \sigma$ als auch $Kurtosis \cdot \sigma^2$ vergrößern sich die Abweichungen von der Poissonerwartung, der grobe Trend unserer Daten bleibt jedoch bestehen und sie fügen sich wie bereits zuvor beschrieben in die STAR Daten ein. Betrachtet man die Veränderung der höheren Momente genauer, so fällt auf, dass die Hinzunahme der Deuteronen ähnliche Auswirkungen auf die höheren Momente hat wie die Vergrößerung des Phasenraumfensters (s. Abb. 5.2).

5.6 Ergebnisse und Ausblick

In dieser Analyse wurden Teilchenzahlfluktuationen in Au+Au-Kollisionen bei $\sqrt{s_{NN}}=2.41$ GeV untersucht. Dabei wurde die Protonenzahl als untersuchte Größe gewählt, stellvertretend für die Erhaltungsgröße der Baryonenzahl. In einer Simulationsstudie wurden zwei unterschiedliche Methoden zur Effizienzkorrektur dieser Evt-by-Evt Observablen eingeführt und untersucht: Korrektur der Momente und Unfolding.

Es hat sich gezeigt, dass die in der Literatur vorgeschlagenen Korrekturmethode der höheren Momente [7][8] für das Design des HADES Detektors nicht ausreichend ist. Daraufhin wurde diese Methode um eine dynamische Evt-by-Evt Effizienz $\epsilon(N)$ erweitert, so dass eine zentralitätsabhängige Effizienzkorrektur auf Grundlage der Spurdichte in den einzelnen Sektoren des HADES Detektors möglich wurde. Es hat sich aber gezeigt, dass selbst diese erweiterte Methode für das höchste untersuchte Moment, die Kurtosis, noch nicht die gewünschte Präzision aufgeweist. Aus diesem Grund wurde eine zweite Art der Effizienzkorrektur untersucht, die Unfolding Methode. Dafür wurde mithilfe einer realistischen Detektorsimulation eine Response-Matrix erstellt, mit deren Hilfe die gemessenen Verteilungen entfaltet und daraus die höheren Momente berechnet werden können. Diese Methode hat sich in der Simulationsstudie bewährt und wurde schließlich auf die experimentellen Protonenverteilungen, gemessen in Au+Au Stößen, angewandt.

Bei der Untersuchung der höheren Momente von Protonenverteilungen stellt sich auch die Frage, wie groß das untersuchte Phasenraumfenster gewählt werden soll. Diese Wahl hat einen großen Einfluss auf die höheren Momente, wie in 5.2 gezeigt wurde.

Die betrachtete Erhaltungsgröße dieser Untersuchung ist die Baryonenzahl, die bei höheren Strahlenergien von der (Netto-)Protonenzahl repräsentiert wird. Für den Bereich der niedrigen Strahlenergien, in dem der HADES Detektor operiert, ist dies noch nicht abschließend geklärt. Eine erste Untersuchung der in Deuteronen gebundenen Protonen wurde durchgeführt und hat gezeigt, dass die höheren Momente durch die kombinierte Analyse der freien sowie gebundenen Protonen zum Teil stark beeinflusst werden.

Jedoch werden in HADES neben den Deuteronen noch weitere leichte Kerne produziert, die ebenfalls gebundene Protonen beinhalten. Der Einfluss dieser gebundenen Protonen auf die höheren Momente ist Gegenstand zukünftiger Untersuchungen. Dazu wird ein

realistischer Eventgenerator benötigt, um systematischen Untersuchungen der Effizienzkorrektur o.ä. durchzuführen. Ein weiterer Schritt in der Simulation ist die realistische Implementation der Forward Wall, die derzeit noch nicht existiert und mit deren Hilfe Effekte der Zentralitätsselektion untersucht werden können. Ferner muss der Einfluss der Zentralitätsselektion, insbesondere die großen Volumenfluktuationen innerhalb der gewählten 10 % Zentralitätsbins in zukünftigen Untersuchungen näher betrachtet werden.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die höheren Momente von Teilchenverteilungen sensitiv auf diverse Fluktuationen sind, die rein instrumenteller Natur sind. Diese Effekte müssen weiter untersucht, verstanden und hervorgerufene Effekte eliminiert werden, um eine Aussage über die durch einen Phasenübergangs bzw. einen kritischen Punktes hervorgerufenen Effekte treffen zu können.

Anhang A

Mathematische Grundlagen

A.1 Momente und Kumulanten

Für eine Zufallsvariable X bezeichnet man als gewöhnliches Moment der Ordnung k bezüglich r (kurz: k -tes gewöhnliches Moment) den Erwartungswert der k -ten Potenz der auf r zentrierten abgeleiteten Zufallsgröße

$$m_k(r) = E((X - r)^k) \quad (\text{A.1})$$

wobei $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ und $r \in \mathbb{R}$.

Die zentralen Momente setzen für r den Erwartungswert $\mu = E(X)$ selbst ein.

$$\mu_k = E((X - \mu)^k) \quad (\text{A.2})$$

Das erste zentrale Moment ist definitionsgemäß gleich null:

$$\mu_1 = E((X - \mu)) = E(X) - \mu = 0 \quad (\text{A.3})$$

Das zweite zentrale Moment ist die Varianz σ^2 , das dritte zentrale Moment ist nach Normierung die Skewness S (dt. *Schiefte*) und das vierte zentrale Moment ist nach Normierung die Kurtosis κ (dt. *Wölbung*).

$$\sigma^2 = \mu_2 = E((X - \mu)^2) \quad (\text{A.4})$$

Die Skewness ist ein Maß für die Symmetrie zum Erwartungswert; man spricht von links-schiefen (Skewness < 0) oder rechtsschiefen (Skewness > 0) Verteilungen (Abb. A.1).

$$S = E \left[\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \right)^3 \right] = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{E[(X - \mu)^3]}{(E[(X - \mu)^2])^{3/2}} = \frac{K_3}{K_2^{3/2}} \quad (\text{A.5})$$

Die Kurtosis bezeichnet die Wölbung einer Verteilung und gilt als Maß für die Abweichung der Verteilung von einer Normalverteilung (Abb. A.1).

$$\kappa = \mathbb{E} \left[\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \right)^4 \right] = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\mathbb{E}[(X - \mu)^4]}{(\mathbb{E}[(X - \mu)^2])^2} = \frac{K_4}{K_2^2} \quad (\text{A.6})$$

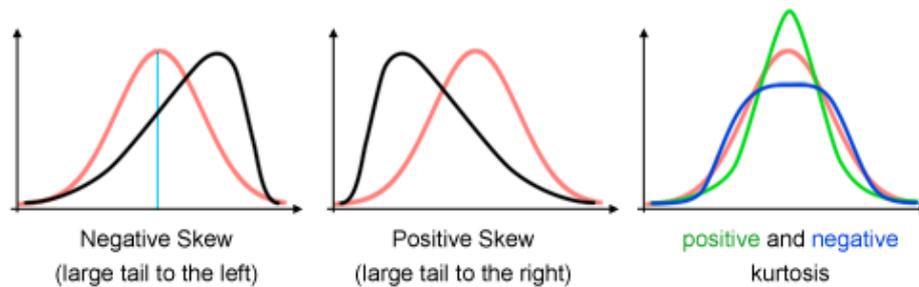


Abbildung A.1: Skewness und Kurtosis werden zur besseren Einschätzung mit der Normalverteilung, hier in rot eingezeichnet, verglichen. Eine negative Skewness (links) bedeutet, dass die Verteilung im Vergleich zur Normalverteilung linksschief ist, eine positive Skewness (mitte) rechtsschief. Die Kurtosis (rechts) ist ein Maß für die Steilheit bzw. Spitzigkeit einer Verteilung. Der Exzess gibt die Differenz der Kurtosis zur Normalverteilung an [2].

Die Kurtosis wird gelegentlich auch wie folgt definiert, damit die Differenz der Kurtosis zur Normalverteilung gleich null ist:

$$\text{Kurtosis} = \mathbb{E} \left[\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \right)^4 \right] - 3 \quad (\text{A.7})$$

Dies wird im deutschen Sprachgebrauch als Exzess (engl. *excess kurtosis*) bezeichnet.

Alternativ zu den Momenten können Kumulanten verwendet werden, die ebenfalls Informationen über eine Verteilungsfunktion in sich tragen. Die Kumulanten lassen sich durch die Momente bzw. zentralen Momente ausdrücken, wobei die Formeln mit den zentralen Momenten meist kürzer sind:

$$\begin{aligned} K_1 &= m_1 \\ K_2 &= \mu_2 \\ K_3 &= \mu_3 \\ K_4 &= \mu_4 - 3\mu_2^2 \\ K_5 &= \mu_5 - 10\mu_3\mu_2 \\ K_6 &= \mu_6 - 15\mu_4\mu_2 - 10\mu_3^2 + 30\mu_2^3 \end{aligned}$$

Von besonderer Bedeutung sind die ersten beiden Kumulanten: κ_1 ist der Erwartungswert $m_1 = E(X)$ und κ_2 ist die Varianz $\mu_2 = V(X)$. Ab der vierten Ordnung stimmen Kumulante und zentrales Moment nicht mehr überein.

In einigen Fällen der theoretischen Behandlungen von Problemen ist die Verwendung von Kumulanten einfacher als die Verwendung von Momenten. Eine besondere Eigenschaft der Kumulanten ist die Additivität. Sind X, Y zwei unabhängige Zufallsvariablen, dann gilt $K_n(X + Y) = K_n(X) + K_n(Y)$.

A.2 Beispiel: Poissonverteilung

In der Analyse werden die höheren Momente von Protonenverteilungen bestimmt. Diese könnten neue Erkenntnisse über das Phasendiagramm der Kernmaterie beinhalten oder sogar einen Hinweis auf die Lage des möglichen kritischen Punktes geben. Bei der Auswertung dieser Momente müssen systematische Untersuchungen erfolgen, so dass eine Aussagekraft gewährleistet werden kann. In diesem Zusammenhang wird in Kapitel 5.2 überprüft, inwieweit sich die höheren Momente im Grenzfall von einer unabhängigen Teilchenproduktion der Poissonverteilung annähern.

Die Poissonverteilung ist eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$f(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A.8})$$

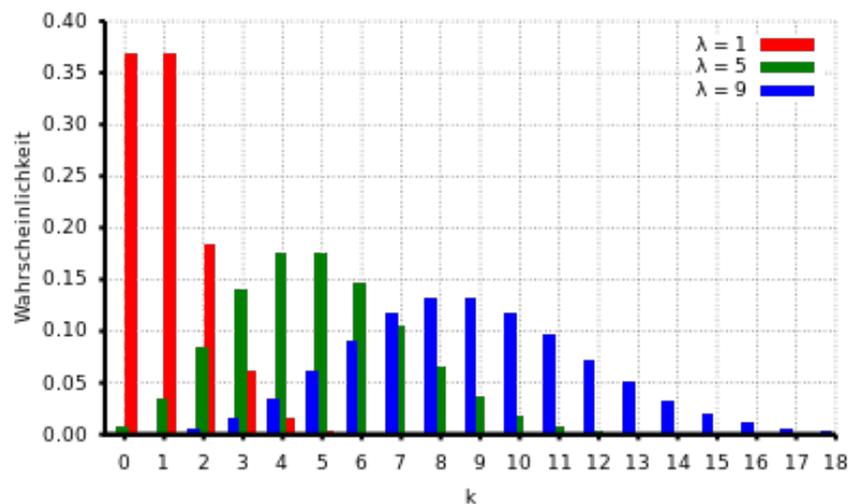


Abbildung A.2: Verschiedene Poissonverteilungen für $\lambda = 1, 5, 9$ [3]

Mithilfe der momenterzeugenden Funktion können die Momente von Verteilungsfunktionen hergeleitet werden.

Die allgemeine Definition der momenterzeugenden Funktion lautet

$$M_X(t) := E(e^{tX}), t \in \mathbb{R} \quad (\text{A.9})$$

Besitzt X eine stetige Dichteverteilung $f(x)$, so kann man den Erwartungswert schreiben als

$$M_X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) dx \quad \text{bzw.} \quad (\text{A.10})$$

$$M_X(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) \quad (\text{A.11})$$

Die k -te Ableitung von M_X im Punkt 0 ist dann gleich dem k -ten Moment der Zufallsvariablen X

$$\left. \frac{d^k}{dt^k} M_X(t) \right|_{t=0} = E(X^k) \quad (\text{A.12})$$

Die kumulantenerzeugende Funktion ist sehr eng mit der momenterzeugenden Funktion verknüpft und wird als natürlicher Logarithmus der momenterzeugenden Funktion definiert

$$g_X(t) = \ln M_X(t) = \ln E(e^{tX}) \quad (\text{A.13})$$

Anhand dieser Definitionen können die Kumulanten und Momente für die Poissonverteilung bestimmt werden. Diese sind in Tabelle A.1 aufgeführt.

Poissonverteilung	
Kumulanten	$c_n = \lambda, \forall n$
Kumulanten Verhältnis	$\frac{c_n}{c_2} = 1, \forall n$
Erwartungswert	$\mu = \lambda$
Standardabweichung	$\sigma = \sqrt{\lambda}$
Skewness	$S = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$
Kurtosis	$\kappa = \frac{1}{\lambda}$
Skewness · Sigma	$S \cdot \sigma = 1$
Kurtosis · Sigma ²	$\kappa \cdot \sigma^2 = 1$

Tabelle A.1: Die höheren Momente der Poissonverteilung.

Literaturverzeichnis

- [1] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/00/Standard_Model_of_Elementary_Particles.svg/2000px-Standard_Model_of_Elementary_Particles.svg.png. [Online; Stand 26. November 2016]. 2
- [2] <https://www.scratchapixel.com/images/upload/monte-carlo-methods/skew.png>? [Online; Stand 29. November 2016]. 72
- [3] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/9c/Poisson-Verteilung_1_5_9.svg/400px-Poisson-Verteilung_1_5_9.svg.png. [Online; Stand 29. November 2016]. 73
- [4] L. Adamczyk et al. Energy Dependence of Moments of Net-proton Multiplicity Distributions at RHIC. *Phys. Rev. Lett.*, 112:032302, 2014. 9, 63
- [5] A. Andronic, D. Blaschke, P. Braun-Munzinger, J. Cleymans, K. Fukushima, et al. Hadron Production in Ultra-relativistic Nuclear Collisions: Quarkyonic Matter and a Triple Point in the Phase Diagram of QCD. *Nucl. Phys.*, A837:65–86, 2010.
- [6] V. Blobel. Constrained Least Squares Methods with Correlated Data and Systematic Uncertainties. *talk given at the Terascale statistics School, Hamburg*, 2010. 52
- [7] A. Bzdak and V. Koch. Acceptance corrections to net baryon and net charge cumulants. *Phys. Rev.*, C86:044904, 2012. 41, 43, 44, 68
- [8] A. Bzdak and V. Koch. Local Efficiency Corrections to Higher Order Cumulants. *Phys. Rev.*, C91(2):027901, 2015. 41, 44, 68
- [9] T. Galatyuk. Di-electron spectroscopy in HADES and CBM. 2009. 6
- [10] P. C. Hansen. The l-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems. In *Computational Inverse Problems in Electrocardiology*, ed. P. Johnston, *Advances in Computational Bioengineering*, pages 119–142. WIT Press, 2000. 52
- [11] Y. Hatta and M.A. Stephanov. Proton number fluctuation as a signal of the QCD critical endpoint. *Phys. Rev. Lett.*, 91:102003, 2003. 33

- [12] R. Holzmann and M. Szala. Efficiency corrections to particle number fluctuations. *GSI Scientific Report 2015*.
- [13] B. Kardan. Centrality Determination at 1.23 AGeV Gold-Gold collision and readout-electronics for the HADES electromagnetic calorimeter. 2015. 36, 37
- [14] M. Kitazawa. Efficient formulas for efficiency correction of cumulants. *Phys. Rev. C*, 93:044911, Apr 2016.
- [15] V. Koch. Hadronic Fluctuations and Correlations. 2008. 38
- [16] V. Koch and A. Bzdak. Fluctuations and the QCD Phase Diagram. 2016.
- [17] C. Kredler. Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik. 2004.
- [18] X. Luo. Energy Dependence of Moments of Net-Proton and Net-Charge Multiplicity Distributions at STAR. *PoS, CPOD2014:019*, 2015. 9, 63
- [19] X. Luo. Unified description of efficiency correction and error estimation for moments of conserved quantities in heavy-ion collisions. *Phys. Rev. C*, 91:034907, 2015.
- [20] X. Luo, J. Xu, B. Mohanty, and N. Xu. Volume fluctuation and auto-correlation effects in the moment analysis of net-proton multiplicity distributions in heavy-ion collisions. *J. Phys.*, G40:105104, 2013. 39
- [21] S. Schmitt. TUnfold: an algorithm for correcting migration effects in high energy physics. *JINST*, 7:T10003, 2012. 41, 50
- [22] H. Schuldes. Charged Kaon and ϕ Reconstruction in Au+Au collisions at 1.23 AGeV. 2016. 28, 29, 30
- [23] R. Snellings. Elliptic Flow: A Brief Review. *New J.Phys.*, 13:055008, 2011. 4
- [24] M. A. Stephanov. Non-Gaussian fluctuations near the QCD critical point. *Phys. Rev. Lett.*, 102:032301, 2009. 8
- [25] M.A. Stephanov. QCD phase diagram: An Overview. *PoS, LAT2006:024*, 2006. 7
- [26] A.N. Tikhonov. On the solution of ill-posed problems and the method of regularization (English translation). *Soviet Math. Dokl.*, 4:1035, 1963. 50

Erklärung

Erklärung nach § 30 (12) Ordnung für den Bachelor- und dem Masterstudiengang

Hiermit erkläre ich, dass ich die Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer Quellen als der angegebenen Quellen und Hilfsmittel verfasst habe. Alle Stellen der Arbeit, die wortwörtlich oder sinngemäß aus Veröffentlichungen oder aus anderen fremden Texten entnommen wurden, sind von mir als solche kenntlich gemacht worden. Ferner erkläre ich, dass die Arbeit nicht - auch nicht auszugsweise - für eine andere Prüfung verwendet wurde.

Frankfurt am Main, den 07.12.2016

Danksagung

Ich bedanke mich bei Prof. Dr. Joachim Stroth, dass er mir die Gelegenheit gegeben hat, meine Bachelor- und Masterarbeit in seiner Arbeitsgruppe zu schreiben. Großer Dank gilt Dr. Manuel Lorenz, der mich bereits während meiner Bachelorarbeit leidenschaftlich betreut hat und auch während der Masterarbeit stets ein offenes Ohr für meine Fragen hatte. Ich bewundere seine Geduld, die er bei der Betreuung von Studenten aufbringt und mit der er physikalische Hintergründe erklären kann.

Das größte Dankeschön dieser Masterarbeit geht an Dr. Romain Holzmann! Immer, wenn ich dachte die Analyse sei in einer Sackgasse gelandet, kam er mit einer neuen Idee um die Ecke und trieb die Analyse weiter. In den letzten Jahren hatte er auf jede meiner Fragen eine Antwort, konnte die komplexen Zusammenhänge verständlich erklären und war auch bei grundlegenden Fragen immer sehr geduldig. Ich weiß gar nicht, wann er neben meinen und den ganzen anderen Hilfeersuchen überhaupt zum Arbeiten kommt. Vielen Dank für deine Zeit und dein Engagement!

Ich bedanke mich herzlich bei der gesamten HADES Kollaboration für die freundliche Aufnahme und die erlebnis- und lehrreiche Zeit an der GSI sowie auf den Collaboration Meetings.

Dank gilt auch Heidi, Timo und Beruhz, die mir vor allem in elementaren Fragen zur Datenanalyse, Programmierung und Zentralitätsbestimmung immer weitergeholfen haben! Ich möchte mich außerdem noch bei Marianne Frey für ihren Einsatz bedanken, wenn ich (im letzten Moment) mit administrativen Angelegenheiten zu ihr kam.

Meinen Eltern, meinem Bruder und meiner Familie gilt besonderer Dank, da sie mich immer nach Kräften unterstützt und mich in all meinen Entscheidungen bestärkt haben. Zuletzt möchte ich noch allen danken, die in der Zeit des Studiums und der Masterarbeit für mich da waren, insbesondere meinem Freund.

